EYMARD et MENOT

COURS DE PHYSIQUE

Classes de Première C, D et T

VUIBERT

A LA MÊME LIBRAIRIE

DES MÊMES AUTEURS

Nouveaux programmes :

Cours de Sciences physiques (*Physique et Chimie*), à l'usage des élèves de la classe de Seconde A. — Vol. 16 × 24 cm, de 256 pages ..... **8,50 F**

Cours de Physique, à l'usage des élèves des classes de Seconde C et T. — Vol. 16 × 24 cm, de 312 pages..... **10,50 F**

Cours de Chimie, à l'usage des élèves des classes de Seconde C et T. — Vol. 16 × 24 cm de 160 pages..... **6 F**

Cours de Chimie, à l'usage des élèves des classes de Première C et T. — Vol. 16 × 24 cm..... (*En préparation.*)

Cours de Chimie, à l'usage des élèves de la classe de Première D. — Vol. 16 × 24 cm ..... (*En préparation.*)

Cours de Sciences physiques (*Physique et Chimie*), à l'usage des élèves des classes de Première A et B. — Vol. 16 × 24 cm..... (*En préparation.*)

Cours de Physique, à l'usage des élèves des classes Terminales, des candidats au Baccalauréat C et T. — Vol. 16 × 24 cm de 496 pages..... **16 F**

Cours de Physique, à l'usage des candidats au Baccalauréat et des élèves de la classe Terminale D. — Vol. 16 × 24 cm..... (*Paraîtra en août 1967.*)

Cours de Chimie, à l'usage des candidats au Baccalauréat et des élèves des classes Terminales C, D et T. — Vol. 16 × 24 cm..... (*En préparation.*)

Formulaire de Physique. — Vol. 13 × 21,5 cm, de 160 pages..... **5,60 F**

Formulaire de Chimie. — Vol. 13 × 21,5 cm, de 144 pages..... **5,60 F**

Anciens programmes :

Cours de Physique, à l'usage des candidats au Baccalauréat Mathématiques et Technique et au Baccalauréat Mathématiques élémentaires. — Vol. 16 × 24 cm :

STATIQUE DES SOLIDES (188 pages) ..... **13 F**

DYNAMIQUE. ÉNERGIE (384 pages)..... **26 F**

MOUVEMENTS VIBRATOIRES. ÉLECTRICITÉ (504 pages)..... **33 F**

Problèmes de Mécanique (avec solutions), à l'usage des candidats au Baccalauréat Mathématiques et Technique. — Vol. 13,5 × 21,5 cm, de 352 pages. 2e édition ..... **15 F**

Problèmes d'Électricité (avec solutions), à l'usage des candidats au Baccalauréat Mathématiques et Technique. — Vol. 13,5 × 21,5 cm, de 328 pages. **20 F**

COURS
DE
PHYSIQUE

à l'usage des élèves des classes de Première C, D et T,
(Nouveaux programmes)

PAR

G. EYMARD
PROFESSEUR AU
LYCÉE D'ARSONVAL

ET

L. MENOT
PROFESSEUR AU
LYCÉE LAVOISIER

PARIS
LIBRAIRIE VUIBERT
BOULEVARD SAINT-GERMAIN, 63
—
1967

© *Librairie Vuibert*, 1967.

PROGRAMME DE PHYSIQUE DE LA CLASSE DE PREMIÈRE C

Électricité

1° *Électrostatique.* Révision des notions étudiées en Seconde (électrisation; les deux espèces d'électricité; actions mutuelles de deux charges dans le vide).

Loi de Coulomb; unité de charge; le coulomb. L'électron.

Notion de champ électrique; champ créé par une charge ponctuelle, généralisation, lignes de champ. Champ uniforme; réalisation au moyen de deux plateaux parallèles chargés.

Travail des forces électriques dans un champ uniforme; on admet que le résultat (indépendance du chemin suivi par la charge) est général. Notion de différence de potentiel, $W = q\,(V_a - V_b)$; le volt.

2° *Électrocinétique.* Le courant électrique défini par ses effets; sa nature, son intensité; sa mesure pratique.

Électrolyse; loi de Faraday.

Transformations d'énergie dans un circuit électrique; interprétation énergétique de la différence de potentiel dans une portion de circuit.

Loi de Joule, résistance; loi d'Ohm. Résistance d'un conducteur cylindrique homogène; variation de la résistance avec la température. Existence de la supraconductivité. Applications de la loi de Joule; température d'équilibre d'un fil parcouru par un courant; chauffage; principe de l'éclairage par incandescence.

Répartition d'un courant entre plusieurs résistances mortes en parallèle. Shunt d'un ampèremètre. Emploi d'un voltmètre.

Générateurs, force électromotrice. Récepteurs, force contre-électromotrice. Expression de la différence de potentiel entre deux points d'un circuit.

Application des lois du courant à un circuit simple et à un réseau ne comportant que deux nœuds.

Mesure d'une résistance, d'une différence de potentiel, d'une force électromotrice, d'une force contre-électromotrice (1).

Polarisation des électrodes; notions sommaires sur les piles et les accumulateurs.

3° *Électromagnétisme.* Aimants définis par leurs effets.

Champ magnétique. Champ magnétique uniforme. Moment magnétique.

Champ magnétique terrestre, cette étude étant strictement limitée aux définitions et à des indications sommaires sur les variations de la déclinaison (sans aucune indication sur les mesures).

Champs magnétiques des courants; proportionnalité de l'induction magnétique à l'intensité du courant dans le vide ou dans l'air; valeur de l'induction magnétique à l'intérieur d'un solénoïde infiniment long.

Action d'une induction magnétique uniforme sur un courant et d'un courant sur un courant, loi de Laplace. Définition légale de l'ampère. Travail des forces électromagnétiques, flux d'induction.

Aimantation du fer et de l'acier, cette étude étant limitée aux questions suivantes : expériences qualitatives; notions de saturation, de magnétisme rémanent, de champ coercitif; existence des électro-aimants.

Induction électromagnétique; loi de Lenz; expression de la force électromotrice d'induction. Auto-induction, inductance d'un circuit.

Galvanomètre à cadre mobile; ampèremètres et voltmètres magnéto-électriques.

4° *Condensateurs.* Capacité; énergie; groupement.

5° *Courant alternatif.* Principe de la production d'une force électromotrice alternative.

Définition du courant alternatif; étude expérimentale de ses effets; définitions expérimentales de l'intensité efficace et de la tension efficace.

Optique

Propagation rectiligne de la lumière.

Lois de la réflexion; miroirs plans.

Lois de la réfraction; réfraction limite; réflexion partielle et réflexion totale.

Images dans un dioptre plan.

Marche d'un rayon lumineux dans une lame à faces parallèles; cas d'une lame mince; propriétés des lames à faces parallèles séparant deux milieux différents.

Déviation de la lumière par un prisme; dispersion de la lumière blanche.

Lentilles sphériques minces; marche des rayons; images; formules; convergence.

Œil réduit, au seul point de vue de l'accommodation.

Loupe, puissance, grossissement commercial. Principes du microscope et de la lunette astronomique.

---

(1) Ces différentes mesures ne seront étudiées qu'en travaux pratiques.

PROGRAMME DE PHYSIQUE DES CLASSES DE PREMIÈRE D ET T

Électricité

Même programme qu'en Première C.

Optique

Propagation rectiligne de la lumière.
Lois de la réflexion; miroirs plans.
Lois de la réfraction, réfraction limite; réflexion partielle et réflexion totale.
Dispersion de la lumière blanche par un prisme.
Lentilles sphériques minces, marche des rayons; images; formules; convergence.

ÉLECTRICITÉ

ÉLECTROSTATIQUE

CHAPITRE PREMIER

CHARGES ÉLECTRIQUES. LOI DE COULOMB

1. Électrisation par frottement.

Depuis l'antiquité, on sait que certains corps acquièrent la propriété d'attirer les corps légers après avoir été frottés avec un morceau d'étoffe ou une peau de chat. Par exemple, des bâtons de verre ou d'ébonite frottés avec une étoffe de laine, deviennent capables d'attirer des petits fragments de papier (fig. 1).

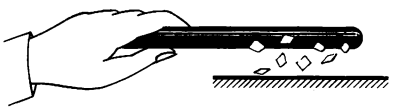


FIG. 1. — L'ébonite frottée attire le papier.

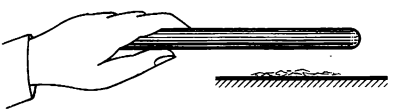


FIG. 2. — Le tube de cuivre frotté, tenu à la main, ne produit aucune attraction.

Essayons de réaliser la même expérience à l'aide d'un bâton de cuivre tenu à la main : nous n'observons aucune attraction des fragments de papier (fig. 2).

Recommençons l'expérience à l'aide d'un bâton de cuivre isolé de la main par l'intermédiaire d'un manche de verre, d'ébonite ou de caoutchouc : nous constatons que le cuivre frotté attire les fragments de papier comme le faisaient le verre ou l'ébonite.

D'autres essais effectués avec différents corps montrent que cette propriété est générale : **les solides, frottés avec une étoffe de laine ou une peau de chat acquièrent la propriété d'attirer les corps légers**; on dit qu'ils sont **électrisés par frottement.**

Le frottement a pour effet de développer une charge électrique sur le corps frotté. Deux cas sont possibles.

a) **La charge reste localisée** sur la partie frottée et ne se déplace pas

dans le corps; on dit que le corps est un **isolant**, qu'il ne conduit pas les charges électriques. Ex. : verre, ébonite, polyéthylène, caoutchouc.

b) **La charge peut se déplacer** le long du corps frotté, atteindre la main de l'opérateur, se répandre dans son corps et dans le sol; on dit que l'objet frotté, le corps de l'opérateur et le sol sont des **conducteurs**. Il est impossible d'observer l'électrisation d'un corps conducteur sans prendre la précaution de l'isoler de la main de l'opérateur.

Tous les métaux sont des corps conducteurs.

2. Les deux sortes d'électricité.

a) Touchons une petite balle de sureau suspendue à un fil de soie avec un bâton de verre électrisé : le sureau se fixe au verre pendant quelques instants (fig. 3, I), puis s'en détache et se trouve alors repoussé (fig. 3, II).

Pendant le contact entre les deux corps, une partie de la charge du verre passe sur le sureau sans pouvoir s'écouler à travers le fil de soie, corps isolant.

Ceci montre que la partie de la charge restant sur le verre repousse la charge transmise au sureau.

b) La même expérience peut être faite en touchant une autre balle de sureau avec un bâton d'ébonite chargé. Le sureau est repoussé lorsqu'il a reçu une partie de la charge de l'ébonite.

c) Chargeons une balle de sureau par contact avec un bâton de verre et approchons un bâton d'ébonite chargé : nous constatons que le sureau chargé par le verre est attiré par la charge de l'ébonite (fig. 4).

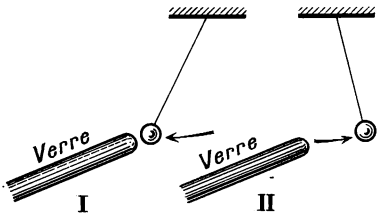


FIG. 3. — Le verre attire la balle de sureau puis la repousse, après un certain temps de contact.

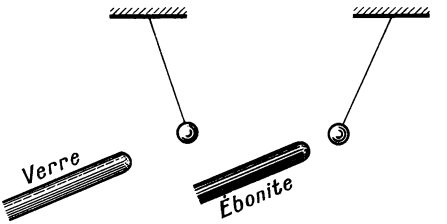


FIG. 4. — La balle de sureau, chargée par contact avec le verre, est repoussée par celui-ci, mais attirée par l'ébonite.

d) De même, nous pouvons constater que le sureau, chargé par l'ébonite, est attiré par la charge développée dans le verre.

Nous sommes amenés à reconnaître l'existence de deux sortes d'électricités : l'électricité ***vitrée ou positive***[1], qui se développe par frottement sur le verre, et l'électricité ***résineuse ou négative***, qui se développe par frottement sur l'ébonite, mais que l'on produisait jadis en frottant un bâton de résine.

[1] Voir, au sujet des adjectifs *positive* et *négative*, le chapitre II, § 2°.

Les expériences précédentes montrent que **deux corps chargés d'électricités de même nom se repoussent et que deux corps chargés d'électricités de noms contraires s'attirent.**

Ce dernier résultat peut être montré directement (fig. 5). L'un des barreaux est soutenu par un fil de soie très souple attaché au voisinage de son centre de gravité; on approche l'autre barreau de l'une des extrémités du premier. On observe alors que deux barreaux de verre se repoussent, que deux barreaux d'ébonite se repoussent, mais qu'un barreau de verre attire un barreau d'ébonite.

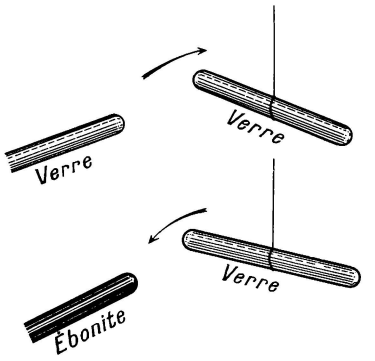


FIG. 5.

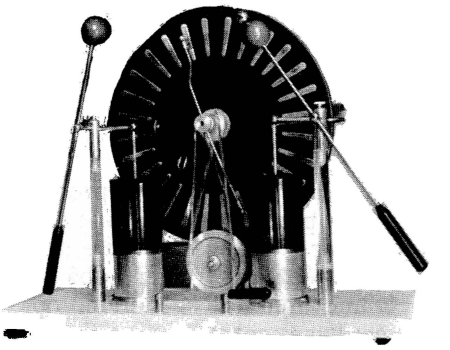


FIG. 6. — Machine de Wimshurst.

3. Machine de Wimshurst.

FIG. 7.

Cet appareil (fig. 6) permet d'accumuler des charges électriques sur ses pôles, constitués par deux boules de cuivre.

Faisons tourner la machine et mettons en contact, avec l'un des pôles, une boule de cuivre A montée sur un manche isolant de verre (fig. 7). En approchant ensuite la boule A d'un barreau de verre électrisé et suspendu en son milieu par un fil de soie, nous observons, par exemple, que ce barreau se trouve attiré : nous devons conclure que la boule A est chargée négativement.

Le pôle mis en contact avec la boule A est le pôle négatif de la machine.

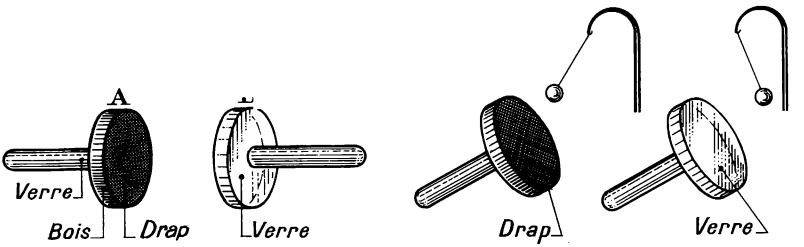
Si la boule A, déchargée par contact avec la main, est chargée par contact avec l'autre pôle de la machine, on observe que le barreau de verre chargé est repoussé par cette boule. L'autre pôle de la machine est donc un pôle positif.

4. Apparition simultanée des deux espèces d'électricité.

Le disque A, en bois recouvert de drap, et le disque de verre B (fig. 8, *a*) sont frottés l'un contre l'autre, puis approchés successivement de la balle de sureau chargée d'électricité positive.

La balle est attirée par le drap et repoussée par le verre (fig. 8, *b*).

Le frottement a donc fait apparaître **simultanément** de l'électricité positive sur le verre et de l'électricité négative sur le drap.



(*a*) FIG. 8. (*b*)

Le même phénomène se produit lorsque l'on charge un bâton d'ébonite avec une peau de chat : une balle de sureau chargée positivement est attirée par le bâton d'ébonite, mais repoussée par la partie de la peau de chat utilisée pour frotter le bâton.

D'une manière générale, nous pouvons dire que **deux substances frottées l'une contre l'autre s'électrisent simultanément en prenant des charges de noms contraires.** De plus, les expériences ne font apparaître que deux sortes d'électricités, celles que nous avons reconnues comme vitrée ou positive et résineuse ou négative.

5. Électroscope à feuilles d'or.

Pour mettre en évidence l'existence d'une charge électrique, il est commode d'utiliser un **électroscope à feuilles d'or.** L'appareil se compose d'une tige de cuivre AB traversant le bouchon isolant d'une bouteille de verre, portant une boule de cuivre à son extrémité supérieure, A, et munie à son extrémité inférieure, B, de deux feuilles d'or très fines soudées à la tige et pendant verticalement l'une à côté de l'autre sous l'effet de leur poids.

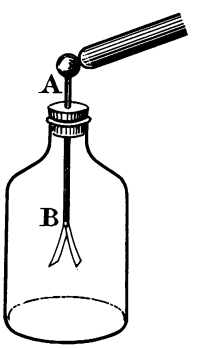


FIG. 9.

Chargeons par frottement un bâton d'ébonite ou de verre et mettons ce bâton en contact avec la boule A : nous constatons que les feuilles d'or s'écartent (fig. 9).

Une partie de la charge développée sur le bâton s'est répandue dans la tige AB et dans les feuilles d'or. Celles-ci, chargées d'électricités de même nom, se repoussent. **Lorsque nous observons la divergence des feuilles, nous pouvons conclure que le corps mis en contact avec la boule porte une charge électrique.**

6. Actions entre charges ponctuelles. Loi de Coulomb.

***a)* Expérience de Coulomb** (1785). — L'appareil de Coulomb est une balance de torsion (fig. 10). Le fil AB (fig. 11), très fin, en argent, supporte une fine aiguille CD de gomme laque (corps isolant), portant en C une petite balle de moelle de sureau dorée et en D un contrepoids de papier qui sert également d'amortisseur. Le fil d'argent est fixé en A à une aiguille *a* dont la position peut être repérée sur un cercle divisé en degrés. Lorsque le fil d'argent n'est pas tordu, l'aiguille *a* et l'aiguille CD sont parallèles.

L'angle de ces aiguilles mesurera donc la torsion du fil AB.

La balle C est repoussée par une seconde balle de sureau E soutenue par un support isolant fixe, les deux balles étant chargées d'électricités de même nom. La balle C, dans son mouvement, provoque une torsion du fil AB.

Assimilons les balles très petites à leurs centres, C et E, et désignons par R la valeur commune des distances BC et BE. Le bras de levier de la force répulsive $\vec{F}$ est $BH = R\cos\frac{\theta}{2}$.

Le moment de la force de répulsion, de module F, est

$$M = BH.F = FR\cos\frac{\theta}{2}.$$

On connaît la constante de torsion C du fil AB : ce fil exerce un couple de torsion de moment $M' = C\theta$ qui équilibre le moment M de la force $\vec{F}$. L'équation d'équilibre du système est

$$C\theta = FR\cos\frac{\theta}{2}.$$

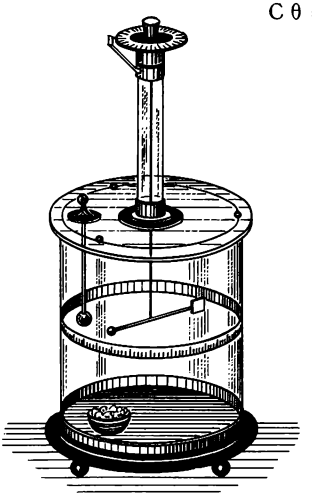


FIG. 10. — Appareil de Coulomb.

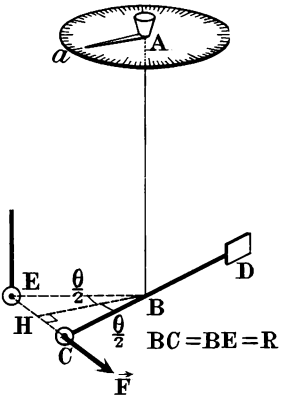
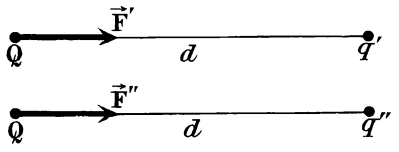


FIG. 11.

On en déduit le module de la force répulsive, $F = \frac{C\theta}{R\cos\frac{\theta}{2}}$, que l'on peut calculer puisque l'on connaît R, C et que l'on mesure θ. On peut également calculer, en fonction de R et θ, la distance *d* des centres C et E des balles; on obtient

$$d = 2R\sin\frac{\theta}{2}.$$

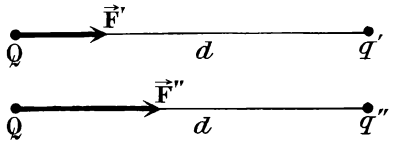
L'expérience montre que, si les charges portées par C et E restent constantes, **la force F est inversement proportionnelle au carré de la distance d.** (Comme en fait, on vérifie que le produit Fd^2 reste à peu près constant. La condition $Fd^2 = \text{Cte}$ conduit, en effet, à une loi de la forme $F = \frac{\text{Cte}}{d^2}$.)



$\vec{F}'' = \vec{F}'$ donc $q'' = q'$.

FIG. 12.

b) **Notion de quantité d'électricité.** — Les forces attractives ou répulsives qui s'exercent entre des charges ponctuelles permettent de définir l'égalité et le rapport de deux charges.



$\frac{q''}{q'} = \frac{F''}{F'}$

FIG. 13.

1° *Égalité :* **Deux charges sont égales si elles exercent la même force sur une même charge d'épreuve Q placée à la même distance, dans le vide (fig. 12).**

2° *Rapport :* **Le rapport de deux charges q' et q'' est le rapport des forces F' et F'' que ces charges exercent sur la même charge d'épreuve Q, placée à la même distance, dans le vide (fig. 13).**

Les charges électriques sont donc des **grandeurs mesurables.** Il suffit de choisir une unité de charge pour pouvoir définir, par une mesure de force, la quantité d'électricité contenue dans une charge quelconque.

Soit $\vec{f}$ la force répulsive qui s'exerce entre deux charges unités positives placées dans le vide, à une certaine distance d, aux points A et B (fig. 14).

Laissons la charge (+ 1) au point A comme corps d'épreuve et, en B, remplaçons la charge unité par une charge $(+ q)$. D'après la définition du rapport de deux charges, le corps d'épreuve A subit maintenant la force $q\vec{f}$; d'après le principe de l'action et de la réaction, la charge (+ 1) exerce sur la charge $+ q$ placée en B une force $- q\vec{f}$.

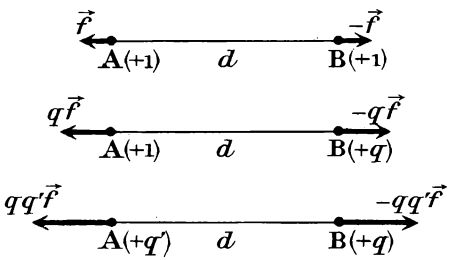


FIG. 14.

Laissons la charge $(+ q)$ au point B comme nouveau corps d'épreuve et, en A, remplaçons la charge (+ 1) par une charge $(+ q')$. La force répulsive subie par la charge $(+ q)$ placée en B devient $q'q\vec{f}$ et, d'après le principe de l'action et de la réaction, la charge $(+ q')$ placée en A subit elle-même une force de sens opposé, mais de même module $qq'f$.

Ce raisonnement, montre que **la force qui s'exerce entre deux charges ponctuelles placées dans le vide est de module proportionnel au produit des deux charges.**

c) **Loi de Coulomb.** — Les résultats des § 6°, *a*) et 6°, *b*) réunis dans un énoncé unique constituent la loi de Coulomb :

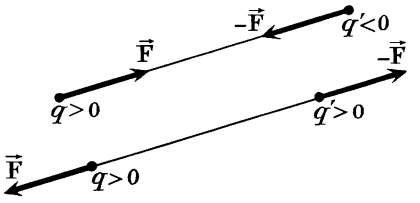


FIG. 15.

Deux charges ponctuelles q et q' placées dans le vide exercent l'une sur l'autre des forces opposées dont le support commun est la droite passant par les deux charges, dont le module commun F est proportionnel au produit des deux charges et inversement proportionnel au carré de leur distance d (fig. 15) :

$$F = k\frac{qq'}{d^2}.$$

La valeur de la constante k dépend du choix de l'unité de charge.

d) **Unité de charge.** — L'unité de charge du système international (SI) est le coulomb (C), qui sera défini, au chapitre III, comme une unité dérivée de l'ampère.

On montre que, si les charges q et q' sont exprimées en coulombs, la distance d en mètres et la force F en newtons, la constante k doit être égale à 9×10^9.

Dans le système international, la loi de Coulomb s'exprime donc par la formule

$$\boxed{F = 9 \times 10^9 \frac{qq'}{d^2}}.$$

REMARQUES. — 1° Le coulomb est une unité énorme par rapport aux charges développées dans les phénomènes d'électrisation; la formule précédente montre en effet que deux charges de 1 coulomb placées à 1 mètre de distance dans le vide devraient s'attirer ou se repousser avec une force de 9.10^9 N, c'est-à-dire environ 900 000 000 kgf.

2° Dans l'expérience de Coulomb, les distances des petites balles de sureau sont de l'ordre du centimètre et les forces calculées de l'ordre du milligramme-force (environ 10^{-5} N). Ceci montre que les charges développées par frottement sont de l'ordre du microcoulomb ($1\ \mu C = 10^{-6}$ C) et même du nanocoulomb ($1\ nC = 10^{-9}$ C).

Exercice 1. — Deux balles de sureau dorées identiques, de masse $m = 1$ centigramme, sont mises en contact avec l'un des pôles d'une machine électrostatique. On admet qu'elles prennent des charges égales, q. L'une des charges, A, est fixée à l'extrémité d'un support isolant rigide et demeure immobile. L'autre, B, est suspendue à l'extrémité inférieure d'un fil de soie de masse négligeable. La balle B, repoussée par A, se fixe dans une position d'équilibre telle que la distance d des deux balles, supposées ponctuelles, soit égale à 4 cm, et que le fil de soie qui supporte B forme un angle de 45° avec la verticale. On demande le module de la force F qui s'exerce sur l'une des balles du fait de leur charge et la valeur q de cette charge commune, sachant que les deux balles sont dans un même plan horizontal. L'intensité du champ de la pesanteur est G = 9,8 N/kg au lieu de l'expérience.

Étudions l'équilibre de la balle B. Cette balle est soumise à son poids $P = mG = 10^{-5} \times 9{,}8 = 9{,}8 \times 10^{-5}$ N, à la tension T du fil de soie et à la force répulsive F exercée par la balle fixe A. La somme géométrique des trois forces doit être nulle : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F} = 0$. On en déduit que la tension du fil est une force opposée à la résultante des forces $\vec{P}$ et $\vec{F}$. Le parallélogramme des forces construit sur $\vec{P}$ et $\vec{F}$ est un rectangle, puisque $\vec{P}$ est verticale et que $\vec{F}$, portée par la droite AB, est horizontale. La diagonale du rectangle, devant être dans le prolongement du fil, doit former un angle de 45° avec la verticale : cette diagonale est donc bissectrice de l'angle B et le parallélogramme est un losange. Ce losange, ayant un angle droit, est un carré et la force $\vec{F}$ possède le même module que le poids :

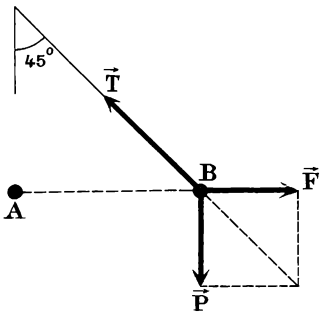


FIG. 16.

$$F = 9{,}8 \times 10^{-5} \text{ N}.$$

Connaissant la force F et la distance $d = 4$ cm $= 4 \times 10^{-2}$ m, la loi de Coulomb permet de calculer la valeur commune, q, des deux charges :

$$F = 9 \times 10^9 \frac{q^2}{d^2}, \qquad \text{soit} \qquad q^2 = \frac{F \times d^2}{9 \times 10^9}.$$

Compte tenu des valeurs numériques il vient

$$q^2 = \frac{9{,}8 \times 10^{-5} \times 16 \times 10^{-4}}{9 \times 10^9} = \frac{9{,}8 \times 16}{9} \times 10^{-18}.$$

La valeur de l'une des charges est

$$q = \sqrt{\frac{9{,}8 \times 16}{9}} \times 10^{-9} = 4{,}17 \times 10^{-9} \text{ C}, \qquad \text{soit} \qquad 4{,}17 \text{ nC}.$$

7. Interprétation électronique du phénomène d'électrisation.

Ce phénomène est lié à la structure granulaire de la matière.

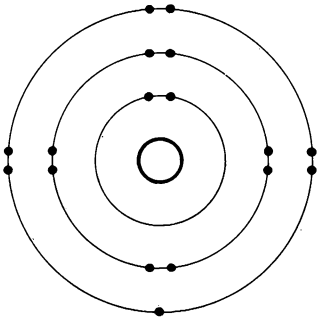


FIG. 17. — Représentation schématique de l'atome de chlore : Z = 17. La charge du noyau est + 17 e.

a) **Structure de l'atome.** — Nous avons vu, en Chimie, que les corps sont formés d'atomes.

Les découvertes de la physique contemporaine ont montré que l'atome est un édifice complexe ressemblant au Soleil entouré de ses planètes.

La quasi-totalité de la masse de l'atome est renfermée dans un **noyau central** autour duquel gravitent les **électrons planétaires,** dont la masse totale, très faible, est inférieure au millième de la masse du noyau.

Chaque électron constitue une petite charge ponctuelle négative, de valeur

$$-e = -1{,}6.10^{-19} \text{ C}.$$

L'atome entier, étant électriquement neutre (puisque la matière, prise dans son état naturel, ne porte pas de charge électrique), il faut que **le noyau possède une charge positive égale à la somme des charges négatives des électrons planétaires.**

Si l'on désigne par Z le nombre de ces électrons, leur charge totale est $-Ze$ et la charge du noyau est $+Ze$.

Ce nombre, égal au nombre de charges élémentaires e contenues dans le noyau, est le **nombre de charges** de l'atome.

b) **Électrisation par frottement.** — Dans un solide les noyaux des atomes sont fortement liés les uns aux autres et occupent des positions fixes. Par contre, les électrons planétaires disposés autour de chaque noyau sur les couches les plus extérieures peuvent être arrachées à l'atome sous l'effet d'un choc par exemple.

De tels chocs se produisent au cours du frottement : l'un des deux corps en contact arrache des électrons aux atomes de l'autre. **Le solide qui perd des électrons prend une charge positive, car il contient des noyaux dont la charge positive n'est plus entièrement neutralisée par les électrons circulant autour d'eux.**

L'autre solide acquiert des électrons en excès et prend une charge négative.

Les électrons perdus par l'un des corps étant acquis par l'autre, on voit que le frottement développe sur les deux corps en contact **des charges de signes contraires, égales en valeur absolue.** Il est impossible de produire quelque part une charge d'un certain signe, sans produire par ailleurs une charge de même valeur absolue, mais de signe contraire.

Enfin, tous les atomes étant formés d'un noyau positif entouré d'électrons, il ne peut exister que deux sortes d'électricités : l'électricité positive des noyaux et l'électricité négative des électrons planétaires.

c) **Distinction entre conducteurs et isolants.** — Nous avons signalé (page 10) que les métaux sont des corps conducteurs où les charges développées par frottement ne restent pas localisées sur la partie frottée. On considère qu'il existe, au sein de chaque métal, une sorte de **gaz électronique** formé d'un nuage d'électrons gravitant autour de tel ou tel atome selon les hasards de leurs migrations à l'intérieur du métal. Dans ces conditions, le manque, ou l'excès, d'électrons dû au frottement ne peut pas rester localisé à l'endroit frotté ; par conséquent, la charge se répartit sur tout le métal.

Dans un isolant, la mobilité des électrons est beaucoup plus faible.

Les électrons en surnombre captés par un isolant restent liés à des atomes déterminés, sans se déplacer à l'intérieur de la substance. De même, si des électrons ont été arrachés à l'endroit frotté, la charge positive qui en résulte reste localisée à cet endroit.

En conclusion de cette étude, nous pouvons retenir que, dans un solide, il se trouve deux sortes de charges :

1° les **charges fixes, positives,** contenues dans les **noyaux** des atomes ;

2° les **charges mobiles**, ou pouvant être arrachées par frottement, portées par les **électrons planétaires**.

Une perte d'électrons fait apparaître une charge positive sur le solide, tandis qu'un gain d'électrons correspond à une charge négative.

RÉSUMÉ

Les solides, frottés avec une étoffe de laine ou une peau de chat, acquièrent la propriété d'attirer les corps légers; on dit qu'ils sont électrisés par frottement.

Le corps est un isolant si la charge reste localisée sur la partie frottée. Si la charge peut se déplacer le long du corps frotté, celui-ci est conducteur.

L'expérience montre qu'il existe deux sortes d'électricités : l'électricité vitrée, ou positive, qui se développe par frottement sur le verre, et l'électricité résineuse ou négative, qui se développe par frottement sur l'ébonite. Deux corps chargés d'électricités de même nom se repoussent et deux corps chargés d'électricités de noms contraires s'attirent. Deux substances frottées l'une contre l'autre s'électrisent simultanément en prenant des charges de noms contraires.

Deux charges électriques sont égales si elles exercent la même force sur une même charge d'épreuve placée dans le vide à la même distance. Le rapport de deux charges électriques est égal au rapport des forces que ces charges exercent sur une même charge d'épreuve placée dans le vide à la même distance.

Deux charges ponctuelles placées dans le vide exercent l'une sur l'autre des forces opposées dont le support commun est la droite passant par les deux charges, dont le module commun est proportionnel au produit des deux charges et inversement proportionnel au carré de leur distance.

Dans le système international, où les charges q et q' sont exprimées en coulombs, la distance d en mètres et la force F en newtons, la loi de Coulomb s'exprime par la formule

$$F = 9.10^9 \frac{qq'}{d^2}.$$

Un solide contient deux sortes de charges, en quantités égales :

a) les charges fixes, positives, contenues dans les noyaux des atomes;

b) les charges mobiles, ou pouvant être arrachées par frottement, portées par les électrons planétaires.

Une perte d'électrons fait apparaître une charge positive sur le solide, tandis qu'un gain d'électrons correspond à une charge négative.

Exercices.

1. — Deux charges ponctuelles $q = + 10^{-8}$ C et $q' = + 2 \times 10^{-8}$ C sont distantes de $d = 2$ cm. Calculer le module de la force électrique agissant sur chacune de ces charges.

Rép. : $4{,}5 \times 10^{-3}$ N (force répulsive).

2. — La charge d'un proton est $+ e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C; celle de l'électron est $- e$. En considérant que la distance moyenne qui sépare le proton de l'électron dans l'atome d'hydrogène soit $r = 0{,}5$ Å (angström), calculer la force F exercée par le proton sur l'électron.

On sait que 1 Å $= 10^{-10}$ m.

Rép. : $F = 9{,}22 \times 10^{-8}$ N (force attractive).

3. — Une charge ponctuelle $q = + 10^{-9}$ C est placée au sommet A d'un triangle équilatéral ABC de côté $a = 3$ cm. On place au sommet B une charge $q' = 2 \times 10^{-9}$ C et, au sommet C, une charge $q'' = - 2 \times 10^{-9}$ C.

Déterminer le module de la force $\vec{F}$ agissant sur la charge q et préciser sa direction et son sens par rapport aux côtés du triangle ABC.

Rép. : $F = 2 \times 10^{-5}$ N; sens et direction de $\overrightarrow{BC}$.

4. — Une petite tige isolante AB, de longueur $L = 2$ mm, est mobile autour d'un axe vertical XY confondu avec la médiatrice du segment AB. Une charge $q = + 10^{-9}$ C est fixée au point A et une charge $- q$ est fixée au point B. Une troisième charge, $Q = + 10^{-8}$ C, est située en un point D, dans le plan horizontal contenant A et B, à la distance $DE = d = 20$ cm du milieu, E, de AB. On admet, pour simplifier les calculs, que les directions DA et DB forment un angle négligeable et peuvent être considérées comme parallèles en A et B. On admet aussi que, quel que soit l'angle $\theta = (\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{CE})$, les distances DA et DB sont égales à DE.

a) On donne $\theta = 30°$. Calculer le moment résultant, M, par rapport à l'axe XY des forces agissant sur les charges q et $- q$.

b) Quelles sont les positions d'équilibre de la tige AB? Discuter leur stabilité.

Rép. : *a*) $M = - 9 \times 10^9 \frac{QqL}{d^2} \sin\theta = - 2{,}25 \times 10^{-9}$ mN.

b) $\theta = 0$ (position stable); $\theta = \pm 180°$ (position instable).

CHAPITRE II

CHAMP ÉLECTRIQUE ET POTENTIEL ÉLECTRIQUE

1. Champ électrique autour d'une charge ponctuelle.

Considérons une charge ponctuelle électrique (+ Q), *positive*, placée au point A, et une petite charge ponctuelle *positive* (+ q) située au point B, à la distance d du point A (fig. 1).

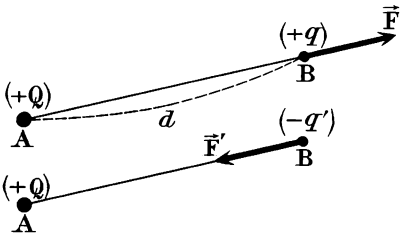


FIG. 1.

D'après la loi de Coulomb, la charge (+ q) subit une force de répulsion $\vec{F}$, de module

$$F = 9.10^9 \frac{Q}{d^2} q,$$

de même support et de même sens que le vecteur $\overrightarrow{AB}$. Une charge *négative* (— q') mise en B à la place de (+ q) subirait une force d'attraction $\vec{F'}$ de module

$$F' = 9.10^9 \frac{Q}{d^2} q',$$

de même direction que $\overrightarrow{AB}$ mais de sens contraire.

On admet que, par sa présence, **la charge (+ Q) modifie les propriétés de l'espace tout autour du point A.** On dit que cette charge crée autour d'elle un **champ électrique,** qui se manifeste par la force que subit une seconde charge (+ q) ou (— q') dès qu'on la place au voisinage du point A.

2. Vecteur champ électrique.

La force $\vec{F}$ agissant sur la charge $(+ q)$ placée au point B peut être considérée comme le produit du vecteur $\vec{E}$, de module

$$E = 9.10^9 \frac{Q}{d^2},$$

de même support et de même sens que le vecteur $\overrightarrow{AB}$, par le **nombre positif** $(+ q)$:

$$\vec{F} = (+ q)\,\vec{E}.$$

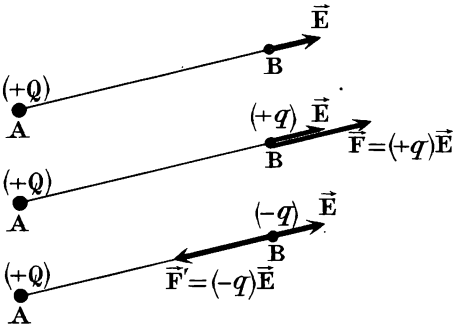


FIG. 2.

De même, la force $\vec{F}'$ agissant sur la charge $(- q')$ placée au point B peut être considérée comme le produit du vecteur $\vec{E}$ par le **nombre négatif** $(- q')$:

$$\vec{F}' = (- q')\,\vec{E}.$$

En effet, les relations vectorielles précédentes sont vérifiées en modules et traduisent bien les sens respectifs des forces $\vec{F}$ et $\vec{F}'$:

a) $\vec{F}$, produit du vecteur $\vec{E}$ par le nombre positif $(+ q)$ est bien un vecteur de **même sens** que $\vec{E}$ et $\overrightarrow{AB}$ (répulsion) ;

b) $\vec{F}'$, produit du vecteur $\vec{E}$ par le nombre négatif $(- q')$ est bien un vecteur de **sens contraire** à $\vec{E}$ et $\overrightarrow{AB}$ (attraction).

Ces remarques permettent d'attribuer un **sens physique** aux termes *positive* et *négative* que nous utilisons pour désigner les deux sortes d'électricités. La charge électrique doit être représentée par un **nombre algébrique, positif pour les charges vitrées, négatif pour les charges résineuses.**

Le vecteur $\vec{E}$, indépendant de la charge que l'on place au point B, ne dépend que de la charge $(+ Q)$ placée en A et créant le champ autour d'elle et de la position de B dans ce champ. Il caractérise le champ électrique existant au point B : on l'appelle **vecteur champ électrique** en ce point.

Plaçons au point B, où le vecteur champ électrique est $\vec{E}$, une charge positive ou négative représentée en grandeur et en signe par le nombre algébrique q. La force que subit cette charge du fait de sa position dans le champ est définie en grandeur, direction et sens, par la relation vectorielle

$$\vec{F} = q\vec{E}.$$

Réciproquement, si l'on connaît la force $\vec{F}$ que subit une charge q placée au point B, on en déduit que le vecteur champ électrique en ce point est

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

3. Champ électrique en général.

Une charge ponctuelle q portée par une petite balle de sureau et placée au voisinage d'un bâton de verre ou d'ébonite préalablement frotté, se trouve soumise à une force $\vec{F}$, attractive ou répulsive selon le signe de q.

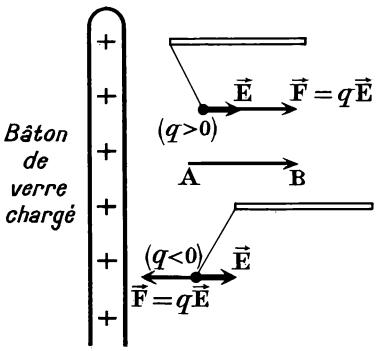


FIG. 3.

On dit encore que **l'espace entourant le bâton est le siège d'un champ électrique** et l'on définit en chaque point ce champ par **son vecteur champ électrique** $\vec{E}$.

Le calcul de E à partir de la charge portée par le bâton serait très difficile, même si l'on connaissait la grandeur de cette charge, car la loi de Coulomb ne s'applique simplement qu'aux charges ponctuelles. Mais, si l'on connaît la force $\vec{F}$ qui agit sur une charge ponctuelle et placée en un point M du champ, on peut en déduire que le vecteur champ électrique en ce point M est $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$.

Si la charge q est positive, les vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{F}$ sont de même sens; si la charge q est négative, le vecteur $\vec{E}$ est de sens contraire au vecteur $\vec{F}$; si la charge q est la charge positive unité, les vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{F}$ sont équipollents.

REMARQUE. — Le vecteur champ électrique ne peut pas être confondu avec la force agissant sur la charge positive unité, car le champ, propriété de l'espace, existe encore en l'absence de la charge q, bien que, dans ce cas, on n'observe plus de force. La force électrostatique résulte de l'action d'un champ sur une charge : $\vec{F} = q\vec{E}$.

4. Lignes de champ électrique.

On connaît un champ électrique lorsque l'on sait construire le vecteur champ électrique $\vec{E}$ en chacun de ses points. Dans certains cas simples cette construction résulte de l'application de la loi de Coulomb (champ produit par une charge ponctuelle Q, positive ou négative) (fig. 4).

Si les charges qui créent le champ sont étendues, le calcul peut être difficile et la connaissance de $\vec{E}$ résulte alors de la mesure de la force agissant sur une charge q connue.

On nomme lignes de champ une courbe tangente en tout point au vecteur champ électrique qui existe en ce point.

Si le champ est créé par une charge ponctuelle Q, les lignes de champ sont des demi-droites issues de cette charge (fig. 4).

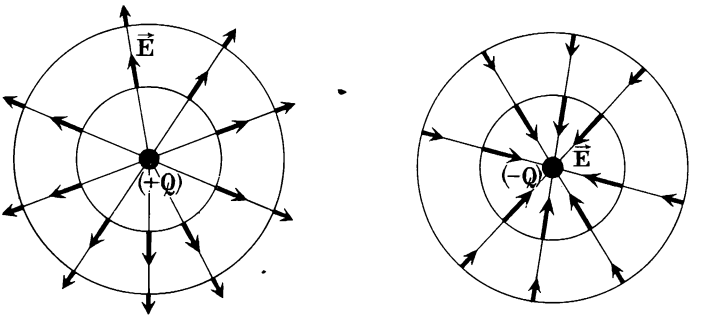


FIG. 4.

5. Champ uniforme.

Deux plaques métalliques, P et P′, planes et horizontales, isolées par des cales de verre (fig. 5), sont reliées aux deux pôles d'une machine de Wimshurst par des fils métalliques. Disposons quelques petites balles de sureau sur la plaque inférieure.

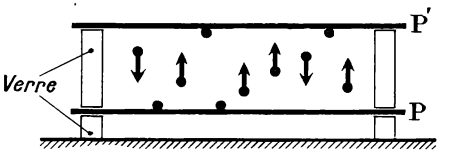


FIG. 5.

Quand la machine fonctionne, les petites balles se chargent au contact de la plaque inférieure qui les repousse, tandis que la plaque supérieure les attire. On observe qu'elles sautent verticalement entre les deux plaques, ce qui révèle l'existence de forces électriques verticales, donc perpendiculaires aux plaques.

On peut en conclure que le vecteur champ électrique est vertical dans la région de l'espace comprise entre les deux plaques et que, dans cette région, les lignes de champ sont des droites verticales.

On dit qu'**un champ électrique est uniforme lorsque le vecteur champ électrique est un vecteur constant, indépendant de la position de son point d'application.**

L'expérience précédente et la théorie montrent que **l'espace compris entre deux plaques métalliques planes parallèles, de grande surface par rapport à leur écartement et chargées d'électricités de signes contraires, est le**

siège d'un champ électrique uniforme (en excepta̲nt toutefois les points situés près des bords, où les lignes de champ sont incurvées, comme l'indique la figure 6).

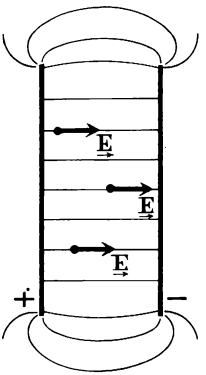


FIG. 6.

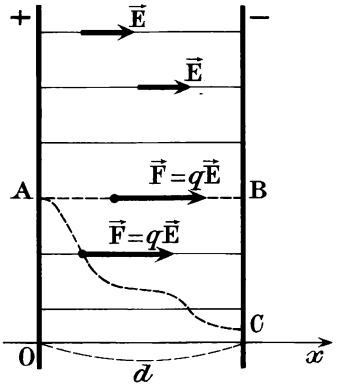


FIG. 7.

6. Travail de la force électrique.

Soit $\vec{E}$ le champ électrique dans la région de champ uniforme comprise entre deux plaques métalliques chargées d'électricités de signes contraires et soit d la distance séparant ces plaques (fig. 7). Considérons une charge ponctuelle positive q, initialement en contact avec la plaque positive. Sous l'effet de la force électrique $\vec{F} = q\vec{E}$, la charge q s'écarte de la plaque positive et vient au contact de la plaque négative en parcourant la distance d. Le travail de la force électrique est indépendant du chemin réel suivi par la charge, car nous sommes dans le cas d'une force constante (grandeur constante, sens et direction fixes). Comme dans le cas de la pesanteur, ce travail est égal au produit du module qE de la force par la projection d du chemin suivi sur un axe parallèle à la force. Le travail est

$$\boxed{W = qEd}\ .$$

7. Notion de différence de potentiel.

Étudions le déplacement d'une charge q entre deux plaques métalliques chargées d'électricités de signes contraires.

a) Si la charge q se déplace le long de la plaque positive, la force électrique, constamment perpendiculaire au déplacement, ne fournit aucun travail. Nous aurions la même conclusion en considérant un déplacement le long de la plaque négative.

b) Si la charge se déplace entre un point quelconque de la plaque

positive et un point quelconque de la plaque négative, la force électrique fournit un travail W indépendant du chemin suivi.

Nous dirons qu'il **existe une différence de potentiel entre deux points d'un champ électrique si la force électrique agissant sur une charge circulant entre ces deux points produit un travail au cours du déplacement.**

Il n'existe pas de différence de potentiel entre deux points de la plaque positive, puisque la force électrique ne produit aucun travail lors du déplacement d'une charge le long de cette plaque. Tous les points de la plaque positive sont donc au même potentiel, U_1.

De même, tous les points de la plaque négative sont au même potentiel U_2.

Par contre, il existe une différence de potentiel $U_1 - U_2$ entre un point quelconque de la plaque positive et un point quelconque de la plaque négative.

La différence de potentiel entre les plaques est une propriété de ces plaques elles-mêmes et du champ électrique qu'elles créent entre elles du fait de leurs charges; elle doit être indépendante de la charge q qui reçoit le travail W au cours de son déplacement.

Par définition, **la différence de potentiel entre la plaque positive et la plaque négative est égale au rapport $\frac{W}{q}$ du travail produit par la force électrique agissant sur la charge q, à la valeur algébrique de cette charge, lorsqu'elle se déplace de la plaque positive vers la plaque négative :**

$$\boxed{U_1 - U_2 = \frac{W}{q}}$$

Cette définition est valable quel que soit le signe de la charge q.

1° Si la charge est positive ($q > 0$), elle est repoussée par la plaque positive, attirée par la plaque négative; le travail W est **moteur** ($W > 0$).

2° Si la charge q est négative ($q < 0$), elle est attirée par la plaque positive et repoussée par la plaque négative : la force électrique est **résistante** et son travail est négatif ($W < 0$).

Dans les deux cas, le rapport $\frac{W}{q}$ est positif, ce qui montre que **le potentiel de la plaque positive est supérieur au potentiel de la plaque négative :** $U_1 > U_2$.

Enfin, nous voyons que cette définition est **indépendante de la grandeur de la charge q,** puisque le rapport $\frac{W}{q} = Ed$ est indépendant de q.

N. B. — Observons que les potentiels U_1 et U_2 restent indéfinis. Nous ne pouvons évaluer que des différences de potentiel. Si l'on fixe arbitrairement le potentiel U_2 de la plaque négative, le potentiel U_1 se trouve alors déterminé :

$$U_1 = U_2 + \frac{W}{q} = U_2 + Ed.$$

On peut convenir d'attribuer le potentiel o à la plaque négative.

8. Unité de différence de potentiel.

L'unité de différence de potentiel est le **volt** (V) :

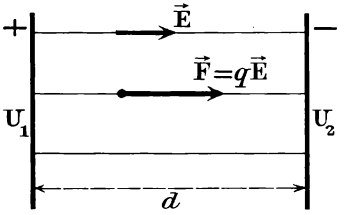
La différence de potentiel entre deux points d'un champ électrique est égale à 1 volt lorsqu'une charge égale à 1 coulomb circulant entre ces deux points reçoit un travail égal à 1 joule au cours de son déplacement.

N. B. — La définition légale du volt sera donnée au chapitre V.
Dans le système international, nous avons donc la relation

$$\boxed{U_1 - U_2 = \frac{W}{q}},$$

$U_1 - U_2$ étant exprimé en volts, W en joules et q en coulombs.

9. Relation entre le champ électrique et la différence de potentiel dans le cas d'un champ uniforme.



$W = q\,Ed$
$W = q\,(U_1 - U_2)$

FIG. 8.

Dans ce cas, nous avons vu que la différence de potentiel peut s'exprimer en fonction du module du vecteur champ électrique $\vec{E}$ et de la distance d séparant les plaques :

$$U_1 - U_2 = \frac{W}{q} = Ed.$$

Le module du vecteur champ électrique apparaît donc comme le quotient d'une différence de potentiel (exprimée en volts) par une longueur (exprimée en mètres). L'unité de champ électrique est donc le **volt par mètre** (V/m).

$$\boxed{E = \frac{U_1 - U_2}{d}.}$$

Exercice 2. — Une machine électrostatique permet d'établir une différence de potentiel de 20 000 volts entre deux armatures métalliques planes distantes de $d = 5$ cm. Calculer :

1° l'intensité du champ électrique uniforme qui s'établit entre les armatures;

2° l'intensité de la force agissant sur une charge $q = 5 \times 10^{-8}$ C placée entre les armatures;

3° le travail de cette force lorsque la charge, positive, va de l'armature positive jusqu'à l'armature négative.

1° L'intensité du champ électrique uniforme qui s'établit entre les armatures métalliques est

$$E = \frac{U_1 - U_2}{d}.$$

Avec $U_1 - U_2 = 20\,000$ V et $d = 5$ cm $= 5.10^{-2}$ m, il vient

$$E = \frac{20\,000}{5 \times 10^{-2}} = 400\,000 \text{ V/m}.$$

2° La charge q placée entre les armatures subit l'action d'une force de module $F = qE = 5.10^{-8} \times 4.10^5 = 2.10^{-2}$ N $= 0{,}02$ N.

3° Pour calculer le travail, nous pouvons utiliser la force F et le déplacement d, ou la différence de potentiel entre les armatures :

a) $W = Fd = 2.10^{-2} \times 5.10^{-2} = 10^{-3}$ J, soit 1 millijoule;

b) $W = q(U_1 - U_2) = 5.10^{-8} \times 2.10^4 = 10^{-3}$ J.

10. Notion générale de différence de potentiel.

Par des raisonnements analogues à ceux que nous avons tenus aux § 7° et 8° dans le cas simple du champ uniforme, il est possible de généraliser la notion de différence de potentiel et de l'étendre au cas d'un champ électrique quelconque, tel que le vecteur champ électrique varie en grandeur, direction et sens, d'un point à l'autre du champ (fig. 9).

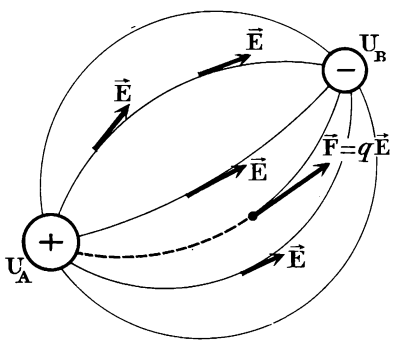


FIG. 9.

On montre encore que **le travail de la force électrique au cours du déplacement d'une charge entre le points A et B du champ est indépendant du chemin suivi par la charge entre ces points.**

On définit la différence de potentiel entre les points A et B comme le **rapport du travail reçu par la charge dans son mouvement de A vers B à la valeur algébrique, q, de cette charge.**

$$\boxed{U_A - U_B = \frac{W}{q}}.$$

Réciproquement, si l'on connaît la différence de potentiel $U_A - U_B$ entre la position initiale, A, de la charge q et sa position finale, B, le travail fourni par la force électrique au cours du déplacement de la charge électrique q de A vers B est

$$\boxed{W = q(U_A - U_B)}.$$

Le travail de la force électrique agissant sur une charge mobile dans un champ électrique est égal au produit de la valeur algébrique de la charge par la différence de potentiel obtenue en retranchant le potentiel final du potentiel initial.

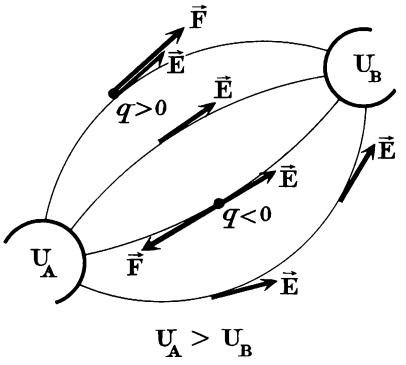


FIG. 10.

Dans le cas du champ uniforme établi entre deux plaques parallèles chargées d'électricités de signes contraires, le vecteur champ électrique est dirigé de la plaque positive vers la plaque négative, c'est-à-dire dans le sens des potentiels décroissants. Ce résultat peut être étendu au cas d'un champ électrique quelconque; quelle que soit la forme des lignes de champ, le vecteur champ électrique, tangent à la ligne de champ passant par le point considéré, est dirigé dans le sens des potentiels décroissants. La formule vectorielle $\vec{F} = q\vec{E}$ montre que le déplacement spontané d'une charge, sous l'effet de la force électrique agissant seule, s'effectue dans le sens des potentiels décroissants pour une charge positive et dans le sens des potentiels croissants pour une charge négative (fig. 10).

Exercice 3. — Deux boules métalliques isolées présentent une différence de potentiel de 5 000 V. L'une, A, est chargée d'électricité positive, l'autre, B, est chargée d'électricité négative. Une charge électrique de valeur absolue 10^{-8} C, traverse le champ d'un conducteur à l'autre.

Calculer la valeur algébrique du travail de la force électrique dans les cas suivants :

1° la charge q, positive, se déplace de A vers B;

2° la charge q, positive, se déplace de B vers A;

3° la charge q, négative, se déplace de A vers B.

1° La charge q, positive, est repoussée par la boule positive, A, et attirée par la boule négative, B. Elle se déplace spontanément de A vers B et le travail de la force électrique est un travail moteur, donc positif ($W > 0$).

La relation $U_A - U_B = \frac{W}{q}$, où le second membre est positif, montre que, comme dans le cas des plaques étudiées au § 7°, le potentiel de la boule positive est supérieur à celui de la boule négative. La différence de potentiel $U_A - U_B$ est positive, de valeur + 5 000 V.

La valeur algébrique du travail est ici

$$W = q\,(U_A - U_B) = 10^{-8} \times 5\,000 = 5.10^{-5}\ \text{J}.$$

2° La charge positive q passe du potentiel initial U_B au potentiel final U_A. La valeur algébrique du travail est

$$W' = q\,(U_B - U_A) = 10^{-8} \times (-5\,000) = -5.10^{-5}\ \text{J}.$$

Nous obtenons une valeur négative, ce qui indique un travail résistant. En effet, la charge positive q est repoussée par A et attirée par B. L'action du champ la conduit spontanément de A vers B, mais s'oppose au mouve-

ment de B vers A. Dans ce mouvement, la force électrique est résistante et son travail est résistant : une force extérieure au champ est nécessaire pour engendrer le mouvement de B vers A.

3° La charge négative $q = -10^{-8}$ C passe du potentiel initial U_A au potentiel final U_B. La valeur algébrique du travail est

$$W'' = q\,(U_A - U_B) = -10^{-8} \times 5\,000 = -5.10^{-5}\ \text{J}.$$

Cette valeur négative indique encore un travail résistant. En effet, la charge négative q est attirée par A et repoussée par B. L'action du champ la conduit spontanément de B vers A, mais s'oppose au mouvement de A vers B. Dans ce mouvement, la force électrique est résistante et son travail doit être négatif.

RÉSUMÉ

Une région de l'espace est le siège d'un champ électrique lorsqu'une charge immobile placée dans cette région subit l'action d'une force. Le vecteur champ électrique $\vec{E}$ en un point du champ est le quotient de la force $\vec{F}$ agissant sur une charge par la grandeur algébrique de cette charge :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

La force $\vec{F}$ agissant sur une charge q placée en un lieu où le vecteur champ électrique est $\vec{E}$ est donnée par l'expression $\vec{F} = q\vec{E}$.

On nomme ligne de champ une courbe tangente en tout point au vecteur champ électrique qui existe en ce point.

Un champ électrique est uniforme lorsque le vecteur champ électrique est un vecteur constant, indépendant de la position de son point d'application; dans ce cas, les lignes de champ sont des droites parallèles.

Il existe une différence de potentiel entre deux points d'un champ électrique si la force électrique agissant sur une charge circulant entre ces deux points produit un travail au cours du déplacement. La différence de potentiel entre deux points A et B d'un champ électrique est égale au rapport du travail reçu par une charge q dans son mouvement de A vers B, à la valeur algébrique de cette charge :

$$U_A - U_B = \frac{W}{q}.$$

L'unité de différence de potentiel est le volt (V) : deux points d'un champ électrique présentent une différence de potentiel de 1 volt lorsqu'une charge égale à 1 coulomb circulant entre ces deux points reçoit un travail de 1 joule au cours de son déplacement.

L'unité de champ électrique du système international est le volt par mètre (V/m) : le volt par mètre est l'intensité d'un champ électrique tel qu'une charge égale à 1 coulomb placée dans ce champ subisse l'action d'une force égale à 1 newton.

Le travail de la force électrique agissant sur une charge mobile dans un champ électrique est indépendant du chemin suivi par la charge; il est donné, en fonction de la grandeur algébrique q de la charge, du potentiel initial U_A et du potentiel final U_B par la formule $W = q\,(U_A - U_B)$.

Exercices.

1. — Exprimer en fonction de r l'intensité du champ électrique à la distance r d'un proton, de charge $q = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C.

Application : $r = 0{,}5$ Å (1 Å $= 10^{-10}$ m).

Rép. : $E = 9 \times 10^9 \dfrac{q}{r^2} = 5{,}76 \times 10^{11}$ V/m.

2. — Deux charges ponctuelles $q' = 10^{-9}$ C et $q'' = 10^{-9}$ C sont placées respectivement en A et B ($AB = 2a = 4$ cm).

Calculer le module du champ électrique $\vec{E}$ en un point M situé sur la médiatrice de AB, à la distance $h = 5$ cm du milieu, H, de AB.

Rép. : $E = 18 \times 10^9 \dfrac{hq'}{(a^2 + h^2)\sqrt{a^2 + h^2}} = 5{,}76 \times 10^3$ V/m.

3. — Deux armatures métalliques planes, A et B, horizontales, de grande surface par rapport à leur distance $d = 2$ cm, sont portées respectivement aux potentiels $U_A = 200$ V et $U_B = 0$.

Un électron, de charge $-e = -1{,}6 \times 10^{-19}$ C, est initialement au contact de l'armature supérieure B. On admet qu'il s'établit entre les armatures un champ électrique uniforme $\vec{E}$.

a) Calculer l'intensité de ce champ électrique; en déterminer la direction et le sens.

b) L'électron vient au contact de l'armature inférieure A. Calculer le travail de la force électrique au cours de ce mouvement.

c) Comparer, au poids P de l'électron, la force électrique F agissant sur cet électron. La masse de l'électron est $m = 9 \times 10^{-31}$ kg et l'intensité du champ de la pesanteur est

$$G = 9{,}8 \text{ N/kg}.$$

Rép. : *a*) $E = 10^4$ V/m, vertical ascendant. *b*) $W = 3{,}2 \times 10^{-17}$ J. *c*) $F = 1{,}6 \times 10^{-15}$ N; $P = 8{,}82 \times 10^{-30}$ N, négligeable devant F.

4. — Un dipôle est constitué par deux charges $q = 10^{-9}$ C et $q' = -q$, placées respectivement aux extrémités A et B d'une tige isolante de longueur $AB = L = 2$ mm. Cette tige est mobile autour d'un axe XY horizontal confondu avec la médiatrice de AB.

Le dipôle est placé entre deux armatures métalliques planes, horizontales, P et N, distantes de $d = 5$ cm, portées respectivement aux potentiels $U_P = 500$ V et $U_N = 0$.

a) Calculer l'intensité E du champ électrique $\vec{E}$ entre les armatures et montrer que le dipôle est soumis à un couple.

b) En déduire la force F agissant sur chaque charge du dipôle.

c) Déterminer le moment du couple quand l'angle $\theta = (\vec{E}, \vec{BA})$ est égal à 45°.

Rép. : *a*) $E = 10^4$ V/m. *b*) $F = 10^{-5}$ N. *c*) $|\mathcal{M}| = 1{,}414 \times 10^{-8}$ mN.

ÉLECTROCINÉTIQUE

L'**électrocinétique** est l'étude des charges électriques en mouvement dans les conducteurs, par opposition à l'électrostatique, où l'on étudie les actions qui s'exercent entre des charges fixes.

CHAPITRE III

LE COURANT ÉLECTRIQUE

1. Circulation de charges électriques.

Réunissons la boule de cuivre, A, d'un électroscope à feuilles d'or au pôle positif, P, d'une machine électrostatique, par l'intermédiaire d'une **ficelle de chanvre humide,** et faisons tourner la machine (fig. 1).

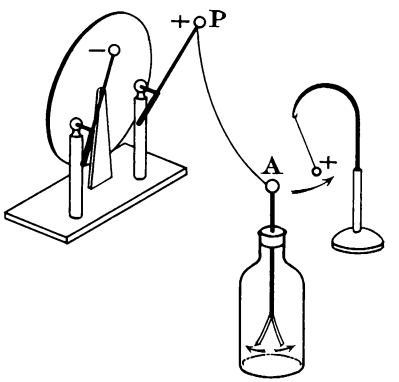


FIG. 1.

Nous constatons que les feuilles de l'électroscope divergent lentement. La boule A reçoit progressivement une charge positive, comme nous pouvons le reconnaître en approchant de cette boule une petite balle de sureau suspendue à un fil de soie et chargée positivement : nous observons que la balle de sureau est repoussée. La charge de l'électroscope lui a été communiquée par l'intermédiaire de la ficelle.

Pendant plusieurs secondes, celle-ci a été **parcourue par des charges en mouvement** : on dit qu'elle a été le siège d'un **courant électrique.**

Pendant ce mouvement, des charges contenues dans la ficelle ont été soumises à des forces électriques provoquant leur déplacement : la ficelle était donc le siège d'un **champ électrique.**

On sait que le vecteur champ électrique est dirigé dans le sens des potentiels décroissants : **il existait donc une différence de potentiel entre**

les extrémités de la ficelle, c'est-à-dire entre le pôle P de la machine et la boule A de l'électroscope.

Nous ignorons le signe des charges qui se sont déplacées dans la ficelle; nous pouvons supposer qu'il s'agit de charges positives allant du pôle P vers la boule A, mais nous pouvons aussi bien dire qu'il s'agit de charges négatives allant de la boule A vers le pôle P. En effet, si l'électroscope, initialement neutre, perd des charges négatives (électrons), il acquiert de ce fait une charge positive.

Nous avons vu que le déplacement spontané des charges positives s'effectue dans le sens des potentiels décroissants, tandis que celui des charges négatives a lieu dans le sens des potentiels croissants. Quelle que soit l'interprétation choisie en ce qui concerne la nature du courant, nous sommes amenés à conclure que **le potentiel croît dans le sens allant de la boule A vers le pôle P.** En particulier, **pendant la durée du courant, le potentiel du pôle P était supérieur à celui de la boule A** : $U_P > U_A$.

Lorsque l'écartement des feuilles d'or atteint sa valeur maximale la charge de l'électroscope cesse de croître et il n'y a plus de transport de charges dans la ficelle : le courant cesse.

Les charges libres dans les conducteurs existent toujours, mais elles restent au repos, ce qui indique la disparition du champ à l'intérieur du fil. En l'absence de forces électriques, une charge pourrait être déplacée dans la ficelle sans qu'il y ait production de travail : il n'existe donc plus de différence de potentiel entre les points de la ficelle; **le potentiel de la boule A est devenu égal à celui du pôle P de la machine.**

En conclusion, nous pouvons dire que **le courant électrique circule dans la ficelle tant qu'il existe une différence de potentiel entre ses extrémités et cesse lorsque cette différence de potentiel devient nulle.** Nous sommes amenés à penser que l'établissement d'un courant électrique permanent dans une chaîne de corps conducteurs exige le **maintien** d'une différence de potentiel stable entre les extrémités de cette chaîne.

2. Générateur électrique.

On nomme générateur électrique tout appareil permettant de maintenir une différence de potentiel entre deux points d'un corps conducteur, qui est alors parcouru par un courant continu.

Les **accumulateurs**, les **piles**, les **dynamos** sont des générateurs électriques.

On nomme **pôles** les points du générateur que l'on met en contact avec les extrémités du conducteur.

3. Circuit électrique.

Un circuit électrique se compose d'un générateur et d'un ensemble de corps conducteurs formant une chaîne continue réunissant les pôles du générateur.

Les corps conducteurs pouvant entrer dans le circuit sont les **métaux**, les **alliages**, le **charbon des cornues** et les **électrolytes**.

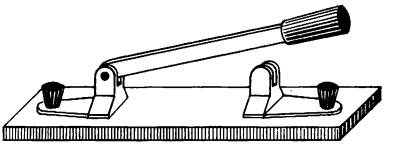


FIG. 2.

Les électrolytes sont constitués par les acides, les bases et les sels en solution dans l'eau ou liquéfiés par fusion.

Si l'on pratique une coupure dans le circuit le courant électrique s'interrompt; un **interrupteur** (fig. 2) est un appareil permettant d'interrompre et de rétablir à volonté le courant.

La figure 3 représente un circuit électrique coupé par l'interrupteur I.

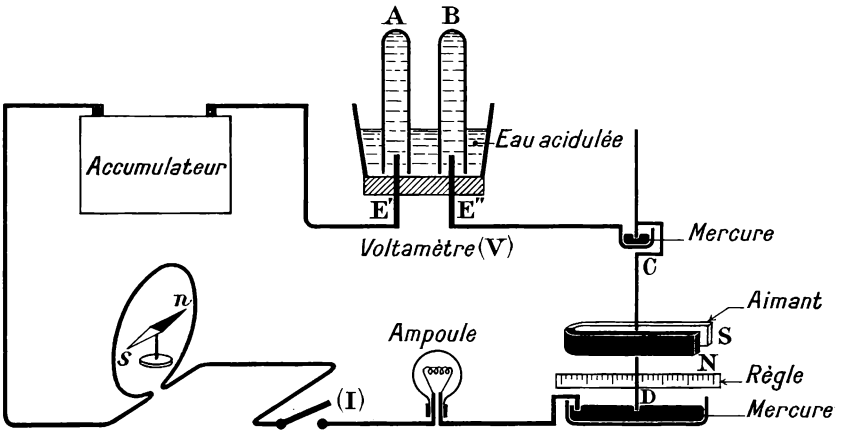


FIG. 3.

4. Effets du courant électrique.

Fermons l'interrupteur placé dans le circuit de la figure 3. Nous observons aussitôt les phénomènes suivants :

1° La lampe brille : son filament, traversé par le courant, se trouve porté à l'incandescence. On dit que le courant produit un **effet calorifique** en échauffant les conducteurs qu'il traverse (fig. 4).

2° Les électrodes E′ et E″ se recouvrent de bulles de gaz, qui se détachent et viennent s'accumuler dans les éprouvettes A et B qui les coiffent.

L'éprouvette B s'emplit deux fois plus vite que l'éprouvette A. A la fin de l'opération nous pouvons constater que le gaz dégagé sur E′ est de l'**oxygène**, tandis que le gaz dégagé sur E″ est de l'**hydrogène**. Le courant électrique produit un **effet chimique** puisqu'il permet de séparer les constituants de l'eau.

3° L'aiguille aimantée tourne sur son pivot et se place perpendiculairement au plan de la boucle de fil qui l'entoure; le fil CD se déplace parallèlement aux branches de l'aimant. On nomme **effets magnétiques**

les actions réciproques d'un courant sur un aimant et d'un aimant sur nn courant.

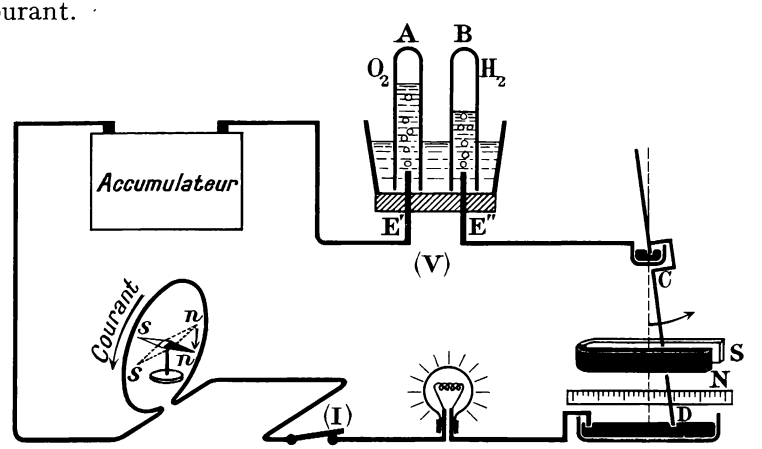


FIG. 4.

Interrompons le courant, à l'aide de l'interrupteur I, et **inversons le branchement du générateur** (fig. 5).

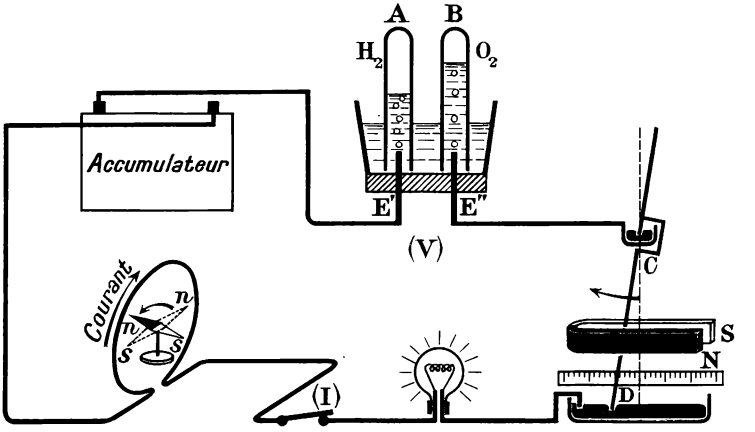


FIG. 5.

1° Le filament de la lampe devient incandescent (effet calorifique).

2° Nous observons encore des dégagements gazeux dans les éprouvettes, mais l'oxygène se dégage sur E″ et l'hydrogène sur E′ : **l'effet chimique est inversé.**

3° L'aiguille aimantée tourne sur son pivot et se place perpendiculairement au plan de la boucle de fil, mais cette rotation s'effectue en sens inverse de la rotation précédente; le fil CD se déplace entre les branches de l'aimant en U dans le sens opposé à son déplacement précédent. Les **déplacements relatifs des conducteurs mobiles par rapport aux aimants, ou des aimants mobiles par rapport aux conducteurs, changent de sens.**

5. Sens conventionnel du courant.

L'existence du courant électrique se manifeste par les effets calorifique, chimique et magnétique.

Le fait que les effets chimique et magnétique changent de sens quand on inverse le branchement du générateur conduit à penser que l'écoulement des charges électriques s'effectue dans un **sens déterminé** et que l'**on inverse le sens de l'écoulement des charges en inversant le branchement du générateur.**

Au début du XIX^e siècle, on a choisi par convention un certain sens, arbitraire, que l'on définit à partir des effets chimiques :

On admet que le courant pénètre dans un voltamètre à eau acidulée par l'électrode où se dégage l'oxygène (anode) et en sort par l'électrode où se dégage l'hydrogène (cathode).

Le sens conventionnel peut encore être rattaché à l'orientation de l'aiguille aimantée entourée par la boucle de fil conducteur :

Le pôle nord de l'aiguille aimantée se dirige vers l'observateur pour lequel le sens de rotation du courant dans la boucle est le sens inverse des aiguilles d'une montre (sens trigonométrique direct).

6. Courant et charges électriques.

Une expérience très délicate effectuée par ROWLAND en 1876 a permis d'identifier le sens conventionnel du courant avec celui de l'écoulement de charges positives.

Un disque isolant portant une couronne dorée chargée positivement est entraînée dans une rotation très rapide : une aiguille aimantée, placée au voisinage du centre du disque, parallèlement à son plan, tourne et tend à se placer perpendiculairement à ce plan (fig. 6). Le pôle nord de l'aiguille se dirige vers un observateur qui verrait les charges positives se déplacer dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, c'est-à-dire dans le sens direct.

On peut donc identifier le sens conventionnel avec celui de la circulation de charges positives. Si la couronne dorée est chargée négativement, l'observateur vers lequel se dirige le pôle nord voit les charges négatives se déplacer dans le sens des aiguilles d'une montre, c'est-à-dire dans le sens trigonométrique inverse (fig. 7).

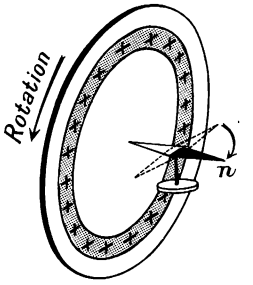


FIG. 6. — Rotation de charges positives.

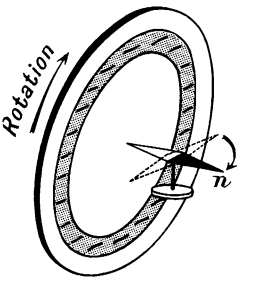


FIG. 7. — Rotation de charges négatives.

Le sens conventionnel du courant correspond donc :

1° à un écoulement de charges positives dans le sens du courant;

2° à un écoulement de charges négatives dans le sens inverse du sens conventionnel;

3° ou bien aux deux écoulements superposés, les charges positives allant dans le sens du courant et les charges négatives dans le sens inverse.

On sait aujourd'hui que **le courant dans les conducteurs métalliques est un écoulement de charges négatives (électrons) s'effectuant en sens inverse du sens conventionnel.**

Dans les électrolytes, le courant résulte de la superposition de deux écoulements, l'un positif dans le sens conventionnel, l'autre négatif dans le sens inverse (chapitre IV).

L'usage s'est maintenu de considérer le sens conventionnel, ce que nous ferons aussi dans ce cours.

7. Distinction des pôles d'un générateur.

Le courant, considéré comme un écoulement de charges positives dans le sens conventionnel, sort du générateur par la borne directement reliée à l'électrode où se dégage l'oxygène (fig. 8), traverse le voltamètre et rentre dans le générateur par la borne reliée à l'électrode où se dégage l'hydrogène.

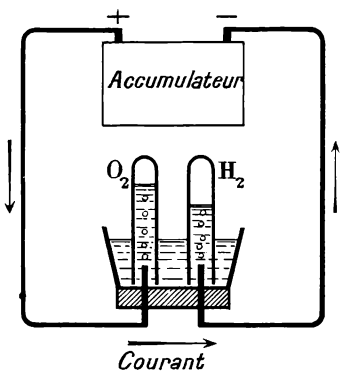


FIG. 8.

Nous savons que le déplacement spontané des charges positives s'effectue dans le sens des potentiels décroissants.

Le pôle du générateur présentant le potentiel le plus élevé, ou pôle positif, est donc directement relié à l'anode du voltamètre à eau acidulée, où se dégage l'oxygène.

Le pôle présentant le potentiel le plus bas, ou pôle négatif, est directement relié à la cathode, où se dégage l'hydrogène.

Schématiquement, un générateur se représente par deux traits parallèles inégaux. Le trait le plus long, et aussi le plus fin, représente le pôle positif (fig. 9).

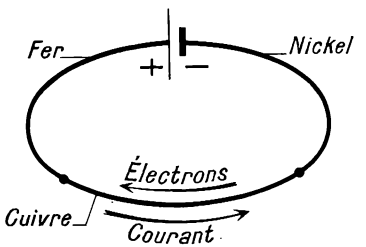


FIG. 9.

Formons un circuit électrique en réunissant les pôles d'un générateur par une suite de conducteurs métalliques. Dans ces conducteurs, le courant est un écoulement de charges négatives (électrons) s'effectuant en sens inverse du sens conventionnel. S'il n'y avait pas de générateur dans le circuit, les électrons libres existeraient encore dans le métal, mais ne seraient pas entraînés

de manière à former le courant. **Le générateur agit donc à la manière d'une pompe aspirante et foulante : il aspire les électrons libres par son pôle positif et les refoule par son pôle négatif,** provoquant ainsi le mouvement des charges initialement contenues dans les conducteurs.

8. Notion de quantité d'électricité.

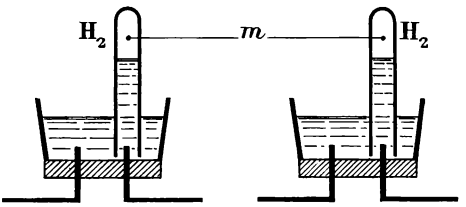
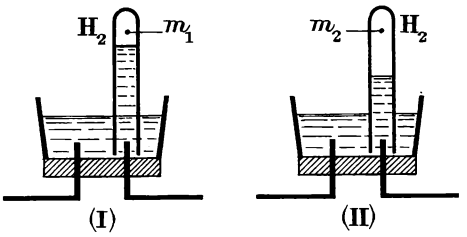


FIG. 10.



$m_2 = 2\,m_1$ donc $Q_2 = 2\,Q_1$.

FIG. 11.

Nous avons vu, en Électrostatique, que la mesure des charges électriques fait intervenir l'effet d'attraction et de répulsion de ces charges entre elles; cette méthode convient pour de faibles charges immobiles, mais ne peut être appliquée aux charges en mouvement dans les conducteurs. Par commodité, nous choisirons de définir les charges à partir de leur effet chimique.

a) **Quantités d'électricité égales.** — Deux voltamètres à eau acidulée ont été traversés par des quantités d'électricité égales si la même masse d'hydrogène est apparue sur la cathode de chacun d'eux (fig. 10).

b) **Rapport de deux quantités d'électricité.** — Le rapport de deux quantités d'électricité ayant traversé deux voltamètres à eau acidulée est égal, par définition, au rapport des masses d'hydrogène apparues sur les cathodes des deux appareils (fig. 11) :

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{m_1}{m_2}.$$

Pratiquement, on pourra considérer les rapports des volumes de gaz obtenus dans les mêmes conditions de température et de pression.

c) **Unité de quantité d'électricité.** — L'unité de quantité d'électricité, que l'on définit à partir des effets chimiques, se nomme le **faraday** ($\mathcal{F}$).

Le faraday est la quantité d'électricité nécessaire pour libérer un atome-gramme d'hydrogène sur la cathode d'un voltamètre à eau acidulée.

Cette unité est très grande et l'on utilise habituellement le **coulomb**, unité définie à partir des effets magnétiques du courant.

Nous pouvons dès maintenant retenir l'équivalence

$$\boxed{1 \text{ faraday} = 96\,500 \text{ coulombs}}.$$

Exercice 4. — **Une expérience d'électrolyse de l'eau acidulée a donné un volume d'hydrogène égal à 50 cm³, le gaz étant recueilli à la température de 17 °C sous une pression de 750 mm de mercure. Calculer la quantité d'électricité qui a traversé le voltamètre au cours de l'expérience.**

Pour calculer la masse de gaz dégagé, il convient de ramener son volume aux conditions normales (0 °C, ou 273 °K, 760 mm de mercure). La pression du gaz étant 750 mm et sa température 17 °C, ou 290 °K, son volume dans les conditions normales est

$$V_0 = V \cdot \frac{P}{P_0} \cdot \frac{T_0}{T} = 50 \times \frac{750 \times 273}{760 \times 290} = 46{,}45 \text{ cm}^3.$$

Un atome-gramme d'hydrogène représente une demi-mole de ce gaz diatomique et occupe un volume de 11 200 cm³ dans les conditions normales. La quantité d'électricité qui a traversé le voltamètre est

$$Q = \frac{46{,}45}{11\,200} \text{ faraday} = 96\,500 \times \frac{46{,}45}{11\,200} = 400 \text{ coulombs}.$$

Si l'on compare cette quantité d'électricité aux valeurs des charges habituelles en Électrostatique, on voit qu'il serait vain d'espérer une électrolyse visible en utilisant comme générateur une machine de Wimshurst.

9. Intensité du courant.

Réalisons un circuit comprenant un accumulateur, un voltamètre à eau acidulée et un interrupteur (fig. 12).

Notons le volume de gaz dégagé à intervalles de temps égaux, par

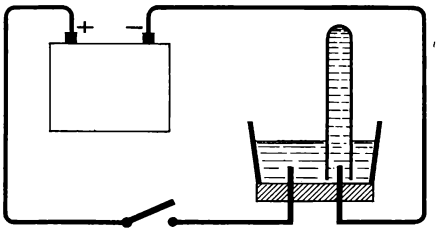


FIG. 12.

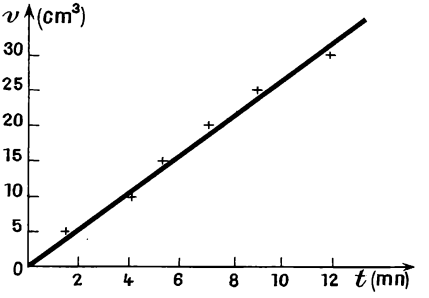


FIG. 13.

exemple de minute en minute, à la cathode du voltamètre. Sur une feuille de papier millimétré, portons les temps en abscisses et les volumes correspondants de gaz dégagé en ordonnées.

Nous observons que les points obtenus s'alignent sensiblement sur une droite passant par l'origine (fig. 13).

Les conditions de température et de pression restant invariables, la quantité d'électricité écoulée à travers le voltamètre, proportionnelle au volume du gaz dégagé, est donc aussi proportionnelle au temps :

$$Q = It.$$

Le coefficient de proportionnalité I est le rapport de la quantité d'électricité écoulée à la durée de cet écoulement : $I = \frac{Q}{t}$. Ce coefficient, qui exprime la quantité d'électricité traversant le voltamètre par unité de temps se nomme **intensité du courant électrique** ou, plus simplement, intensité. Si l'on exprime la quantité d'électricité en coulombs et le temps en secondes, **l'intensité du courant s'exprime en ampères** (A).

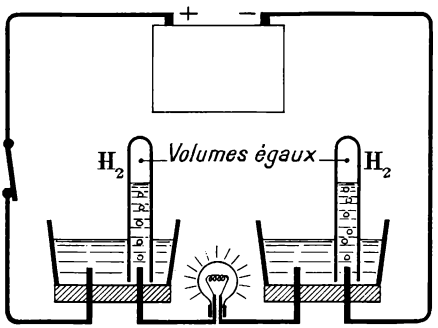


FIG. 14.

Connaissant l'intensité I et la durée t du passage du courant, la quantité d'électricité écoulée dans le circuit est donnée par la formule

$$\boxed{Q = I \times t}.$$

où Q est exprimé en coulombs, I en ampères et t en secondes.

Recommençons l'expérience avec un circuit comprenant un générateur, un premier voltamètre à eau acidulée, une lampe de phare d'automobile, un second voltamètre et un interrupteur (fig. 14). Notons les volumes d'hydrogène dégagé dans les deux voltamètres en fonction du temps. Nous constatons que ces volumes sont toujours égaux : dans le même temps, les deux voltamètres placés dans le même circuit sont traversés par la même quantité d'électricité.

En particulier, la quantité d'électricité qui s'écoule par unité de temps à travers les deux voltamètres est la même : les deux appareils sont traversés par des courants de même intensité.

L'intensité du courant est donc indépendante de la position du voltamètre dans le circuit. **Au même instant, toutes les sections d'un même circuit sont traversées par des courants de même intensité.**

10. Influence de l'intensité du courant sur les effets magnétiques.

Montons un circuit comprenant un accumulateur, un voltamètre à eau acidulée, deux fils rectilignes parallèles AA′ et BB′ articulés en A et B, dont les extrémités libres A′ et B′ plongent dans une cuve de mercure, un fil rectiligne CD mobile entre les branches d'un aimant en U, un interrupteur et un **rhéostat**, constitué par un conducteur métallique dont on peut faire varier la longueur par la manœuvre du curseur, K (fig. 15).

Lorsque nous déplaçons le curseur, nous faisons varier le volume de

gaz dégagé par seconde sur la cathode du voltamètre; **le rhéostat permet donc de faire varier l'intensité du courant dans le circuit.**

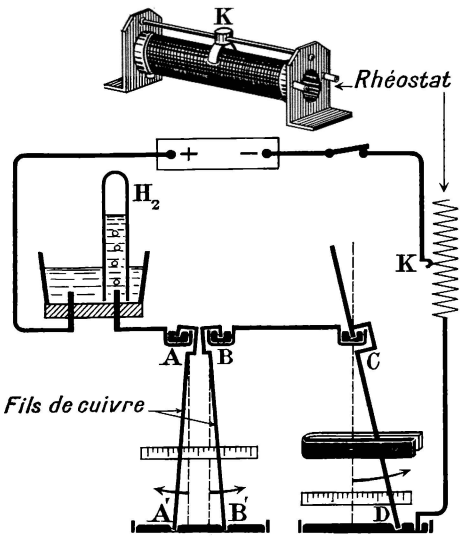


FIG. 15.

Pour des positions différentes du curseur, notons chaque fois :

1° le volume de gaz dégagé par seconde;

2° l'écartement des fils AA' et BB' à la hauteur de la règle graduée fixée derrière ces fils;

3° le déplacement du fil CD à partir de sa position verticale d'équilibre.

Nous constatons que l'écartement des fils AA' et BB' d'une part, le déplacement du fil CD, d'autre part, croissent en même temps que le volume d'hydrogène recueilli par seconde, donc en même temps que l'intensité du courant dans le circuit.

Nous verrons en Électromagnétisme (chapitre XVIII, § 3) que l'écartement des fils AA' et BB' résulte des effets magnétiques du courant; nous pouvons conclure que **l'importance des effets magnétiques augmente en même temps que l'intensité du courant et que ces effets peuvent être utilisés pour la mesure de l'intensité.**

En particulier, nous pourrions régler le rhéostat de manière à maintenir successivement dans le circuit des courants d'intensité égale à 1 A, 2 A, 3 A... et marquer dans chaque cas la position du fil CD sur la règle.

Cette graduation étant faite, il suffirait d'observer la position du fil CD pour connaître par simple lecture, l'intensité du courant. Le dispositif composé du fil CD, de l'aimant en U et de la règle constituerait un **ampèremètre.**

Dans le commerce, on trouve des appareils établis sur le même principe, c'est-à-dire faisant intervenir l'effet magnétique d'un aimant agissant sur un conducteur mobile. Ce conducteur, généralement enroulé en forme de petite bobine, entraîne une aiguille qui se déplace devant un cadran gradué en ampères (fig. 16).

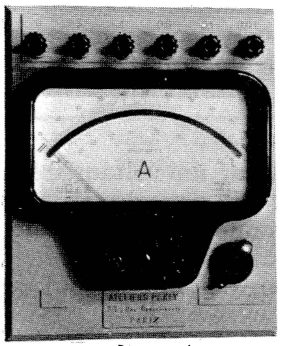


FIG. 16.

L'ampèremètre doit être intercalé dans le circuit. On dit qu'on le monte **en série** avec les appareils traversés par le courant à mesurer.

11. Définition légale de l'ampère.

Nous avons constaté, lors de l'expérience précédente, que l'écartement des fils AA' et BB' croît en même temps que l'intensité du

courant. En l'absence de courant, ces fils sont verticaux et parallèles. Lorsque le courant circule dans ces fils, chacun d'eux subit une force qui tend à l'écarter de l'autre : cette force augmente en même temps que l'intensité du courant. On obtient ainsi la **définition légale de l'ampère**, unité du système international :

L'ampère est l'intensité d'un courant électrique constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produit, entre ces conducteurs, une force de 2×10^{-7} newton par mètre de longueur (fig. 17).

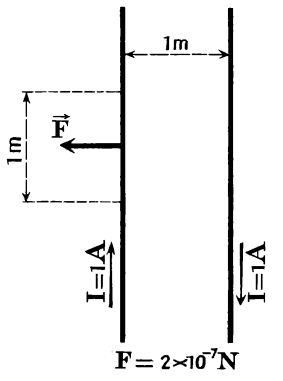


FIG. 17.

La réalisation des conditions de la définition est évidemment impossible (fils infinis), mais on sait réaliser des **ampères-étalons** composés de deux bobines dont l'une est fixe et l'autre solidaire d'un fléau de balance. Le fléau est en équilibre lorsque les deux bobines sont traversées par un courant de 1 ampère. Les ampères-étalons permettent de vérifier la graduation des ampèremètres.

L'ampère est l'une des six unités fondamentales du système SI. On en déduit la définition légale du coulomb, unité dérivée de l'ampère par la formule $Q = It$:

Le coulomb est la quantité d'électricité transportée en 1 seconde par un courant de 1 ampère.

12. Ampèreheure.

Supposons que l'on maintienne dans un circuit un courant constant d'intensité 1 ampère pendant 1 heure, ou 3 600 secondes. Le circuit serait traversé par une quantité d'électricité

$$Q = 1 \times 3\,600 = 3\,600 \text{ coulombs.}$$

Cette quantité d'électricité se nomme **ampèreheure** (Ah). On l'utilise en particulier pour exprimer la charge contenue dans un accumulateur.

$$1 \text{ Ah} = 3\,600 \text{ C.}$$

Exercice 5. — La charge d'un accumulateur s'effectue en maintenant dans l'appareil un courant constant d'intensité 10 A pendant 9 heures. Calculer la quantité d'électricité absorbée par l'appareil, en coulombs, en ampèreheures et en faradays.

La durée de la charge est 9 h, ou $3\,600 \times 9 = 32\,400$ s. La quantité d'électricité reçue par l'appareil est

$$Q = I\,t = 10 \times 32\,400 = 324\,000 \text{ coulombs.}$$

Pour obtenir cette quantité d'électricité en ampèreheures, nous devons diviser le nombre de coulombs par 3 600.

On peut observer qu'il revient au même d'utiliser la formule

$$Q = It,$$

en exprimant le temps de passage du courant en heures.

a) $Q = \frac{324\,000}{3\,600} = 90$ Ah.

b) $Q = It = 10\ (A) \times 9\ (h) = 90$ Ah.

Pour obtenir la quantité d'électricité en faradays, on utilise l'équivalence 1 faraday = 96 500 C :

$$Q = \frac{324\,000}{96\,500} = 3{,}36 \text{ faradays.}$$

La même quantité d'électricité, passant dans un voltamètre contenant de l'eau acidulée, permettrait de libérer

$$11{,}2 \times 3{,}36 = 37{,}6 \text{ litres d'hydrogène,}$$

volume mesuré dans les conditions normales.

RÉSUMÉ

On nomme générateur électrique tout appareil permettant de maintenir une différence de potentiel entre deux points d'un corps conducteur, qui est alors parcouru par un courant continu.

Un circuit électrique se compose d'un générateur et d'un ensemble de corps conducteurs (métaux, alliages, charbon des cornues, électrolytes) formant une chaîne continue réunissant les pôles du générateur.

Le passage d'un courant électrique dans un circuit peut se traduire par des effets calorifiques, chimiques et magnétiques. L'observation des effets chimiques et magnétiques permet de définir le sens conventionnel du courant : on admet que le courant pénètre dans un voltamètre à eau acidulée par l'électrode où se dégage l'oxygène (anode) et en sort par celle où se dégage l'hydrogène (cathode); le pôle nord d'une aiguille aimantée placée au centre d'une boucle de courant se dirige du côté où l'on doit se placer pour que le sens du courant dans la boucle soit le sens inverse des aiguilles d'une montre.

L'expérience de Rowland permet d'identifier le sens conventionnel du courant avec celui de la circulation de charges positives. Dans les conducteurs métalliques, le courant est constitué par un écoulement de charges négatives s'effectuant en sens inverse du sens conventionnel.

Le rapport de deux quantités d'électricité ayant traversé deux voltamètres à eau acidulée est égal, par définition, au rapport des masses d'hydrogène apparues sur les cathodes des deux appareils. Le faraday est la quantité d'électricité nécessaire pour libérer 1 atome-gramme d'hydrogène sur la cathode d'un voltamètre à eau acidulée (1 faraday = 96 500 C).

L'intensité du courant électrique est la quantité d'électricité qui traverse chaque section du circuit par unité de temps.

L'unité d'intensité est l'ampère (A), intensité d'un courant électrique constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de 1 mètre

l'un de l'autre dans le vide, produit, entre ces conducteurs, une force de 2.10^{-7} newton par mètre de longueur.

Le coulomb est la quantité d'électricité transportée en 1 seconde par un courant de 1 ampère. La quantité d'électricité transportée pendant la durée t (secondes) par un courant d'intensité I (ampères) est donnée en coulombs par la formule $Q = It$.

Exercices.

1. — Pour charger un accumulateur, il faut lui fournir pendant 12 heures un courant d'intensité constante égale à 5 A. Calculer en coulombs et en ampèreheures, la quantité d'électricité reçue par l'accumulateur.

Rép. : 216 000 C, ou 60 Ah.

2. — Pour décharger l'accumulateur étudié dans l'exercice 1, on le fait débiter dans un circuit où il fournit un courant d'intensité constante pendant 16 heures. Sachant que l'accumulateur restitue au cours de la décharge 70 % de la quantité d'électricité qu'il absorbe pendant la charge, quelle était l'intensité du courant de décharge?

Rép. : 2,625 A.

3. — Le passage d'une quantité d'électricité égale à 96 500 C libère 11,2 litres d'hydrogène à la cathode d'un voltamètre à eau acidulée.

Au cours d'une expérience, on a obtenu 56 cm^3 d'hydrogène en 5 minutes, le courant étant constant.

Calculer la quantité d'électricité qui a traversé le voltamètre et l'intensité du courant. (Les volumes des gaz sont mesurés dans les conditions normales.)

Rép. : 482,5 C; 1,61 A.

4. — Un courant d'intensité 2 A circule pendant 10 mn dans un fil conducteur. Calculer le nombre des électrons ayant traversé chaque section du conducteur pendant la durée de l'expérience.

La charge de l'électron est $-e = -1{,}6.10^{-19}$ C.

Rép. : $7{,}5 \times 10^{21}$ électrons, en sens inverse du sens conventionnel du courant.

CHAPITRE IV

ÉLECTROLYSE

On nomme **électrolyse** toute décomposition chimique produite par le courant électrique. Les corps électrolysables, ou électrolytes, sont les acides, les bases, les sels dissous dans l'eau, (ou dans un solvant convenable) ou liquéfiés par fusion. Nous procéderons d'abord à l'étude qualitative du phénomène, puis à son étude quantitative.

A. — ÉTUDE QUALITATIVE DE L'ÉLECTROLYSE.

1. Étude expérimentale du phénomène fondamental.

a) **Électrolyse du chlorure cuivrique.** — Un tube en U contient une solution de chlorure cuivrique ($CuCl_2$), où plongent deux électrodes de charbon : l'anode, reliée au pôle positif du générateur, et la cathode, reliée au pôle négatif. Lorsque le courant passe, on constate que la cathode se recouvre d'une couche de cuivre et que du chlore, reconnaissable à son odeur et à ses propriétés décolorantes, se dégage à l'anode (fig. 1). Aucun changement apparent ne se produit dans la masse de la solution.

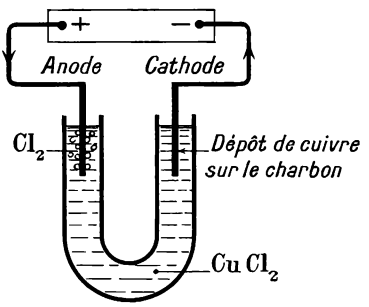


FIG. 1.

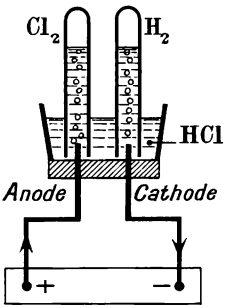


FIG. 2.

b) **Électrolyse d'une solution d'acide chlorhydrique.** — Un voltamètre à électrodes de platine est rempli d'une solution d'acide chlorhydrique. Lorsque le courant passe, l'éprouvette placée sur l'anode s'emplit d'un gaz jaune verdâtre et l'éprouvette placée sur la cathode s'emplit d'un gaz incolore (fig. 2).

On reconnaît que le premier gaz est du chlore; le gaz obtenu à la cathode est combustible et donne un mélange explosif avec l'air : c'est de l'hydrogène.

On n'observe encore aucun changement dans la masse du liquide, en dehors du contact immédiat des électrodes.

c) **Électrolyse d'une solution de chlorure stanneux.** — Une cuve plate en verre munie d'électrodes de platine contient une solution concentrée et fraîche de chlorure stanneux ($Sn\ Cl_2$). La cuve, éclairée par le fond, sert d'objet pour une lentille convergente, qui en donne une image sur le plafond de la salle. Des bulles de gaz se forment sur l'anode et des arborescences constituées par un enchevêtrement de cristaux d'étain s'accrochent à la cathode (fig. 3). Il ne se produit pas de changement visible dans la masse de l'électrolyte.

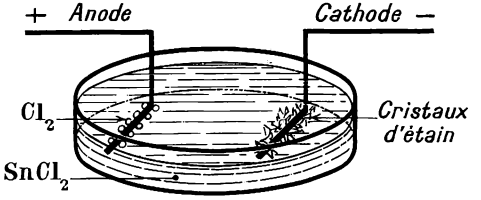


FIG. 3.

Dans ces trois cas d'électrolyse, **les métaux (cuivre, étain) et l'hydrogène sont apparus à la cathode,** tandis que le chlore s'est dégagé à l'anode.

L'interprétation de ces expériences nécessite d'abord un bref exposé de la théorie des ions. Nous examinerons ensuite le rôle du générateur.

2. Théorie des ions.

En 1887, ARRHÉNIUS émit l'hypothèse que les électrolytes dissous dans l'eau ou fondus sont dissociés partiellement ou totalement en **ions**, constitués par des corpuscules portant les uns des charges positives (ions positifs), les autres des charges négatives (ions négatifs).

Nous étudierons d'abord les acides usuels, à structure moléculaire, puis les bases et les sels, à structure ionique.

a) **Acides** (chlorhydrique, nitrique, sulfurique). — Ces corps sont formés de molécules, assemblages d'atomes possédant tous leurs électrons périphériques.

Lors de la dissolution de l'acide dans l'eau, ces molécules se divisent en ions. Il apparaît des ions hydrogène H^+ formés d'atomes d'hydrogène ayant perdu leur électron et possédant de ce fait une charge positive $+ e$, égale en valeur absolue à la charge de l'électron. Les électrons perdus par les atomes d'hydrogène sont captés par le reste de la molécule, qui devient

un ion négatif possédant autant de charges — e que d'électrons en surnombre.

Chacun de ces électrons en surnombre est représenté par un signe — placé en exposant à la suite de la formule de l'ion. Exemples :

$$\begin{aligned} HCl &\longrightarrow H^+ + Cl^-, \\ HNO_3 &\longrightarrow H^+ + NO_3^-, \\ H_2SO_4 &\longrightarrow H^+ + HSO_4^-. \end{aligned}$$

L'ion négatif HSO_4^- (hydrogénosulfate) peut se diviser en donnant un ion H^+ et l'ion SO_4^{--} (sulfate), porteur de la charge — $2e$:

$$HSO_4^- \longrightarrow H^+ + SO_4^{--}.$$

En solution diluée, l'ionisation de la molécule H_2SO_4 est complète :

$$H_2SO_4 \longrightarrow 2\ H^+ + SO_4^{--}.$$

La dissociation d'une molécule donne autant de charges positives que de charges négatives : l'ensemble de la solution est **électriquement neutre.**

b) **Bases et sels.** — L'étude aux rayons X conduit à penser que les ions sont déjà présents dans les bases et les sels cristallisés. Par exemple, un cristal de chlorure cuivrique est un assemblage d'ions chlorure Cl^- et d'ions cuivriques Cu^{++} résultant de la perte de deux électrons subie par un atome de cuivre. Cet ion porte une charge + $2e$, égale à deux fois la valeur absolue de la charge d'un électron.

L'ensemble du cristal est électriquement neutre : par conséquent, le nombre des ions chlorure doit être le double de celui des ions positifs Cu^{++}.

La composition du cristal peut être représentée par la formule (Cu^{++}, 2 Cl^-) que l'on peut écrire aussi $CuCl_2$, sans indiquer les charges.

En fait, la composition du cristal correspond à la formule ($CuCl_2$,2 H_2O), l'édifice cristallin se composant d'ions chlorure, d'ions cuivriques et de molécules d'eau.

La dissolution dans l'eau ou la fusion d'un cristal de chlorure cuivrique ne crée donc pas les ions; elle ne fait que les libérer comme l'indique l'équation

$$(CuCl_2,\ 2\ H_2O) \longrightarrow Cu^{++} + 2\ Cl^- + 2\ H_2O.$$

Le nombre des charges positives est toujours égal au nombre des charges négatives et le liquide est électriquement neutre.

Citons quelques exemples d'ionisation, sans tenir compte des molécules d'eau contenues dans l'édifice cristallin :

$$\begin{aligned} NaOH &\longrightarrow Na^+ + OH^-, \\ SnCl_2 &\longrightarrow Sn^{++} + 2\ Cl^-, \\ NaCl &\longrightarrow Na^+ + Cl^-, \\ Al_2(SO_4)_3 &\longrightarrow 2\ Al^{+++} + 3\ SO_4^{--}. \end{aligned}$$

REMARQUES. — *a*) Le nombre de charges d'un ion positif est égal à la valence de l'élément correspondant.

b) L'alumine Al_2O_3 est à structure ionique ($2\ Al^{+++}$, $3\ O^{--}$); elle est insoluble dans l'eau, mais, fondue, elle est dissociée en ions :

$$Al_2O_3 \longrightarrow 2\ Al^{+++} + 3\ O^{--}.$$

3. Rôle du générateur.

La différence de potentiel maintenue entre les pôles se traduit, en tout point du circuit extérieur au générateur, par l'existence d'un champ électrique dirigé dans le sens des potentiels décroissants.

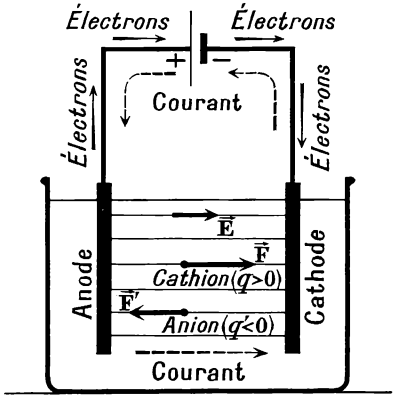


FIG. 4.

1° **Dans les conducteurs métalliques,** les charges en mouvement sont des **électrons libres** qui se déplacent en **sens inverse** du sens conventionnel du courant (fig. 4). En un temps donné, un certain nombre d'électrons s'éloignent de l'anode, tandis qu'un nombre égal d'électrons arrivent sur la cathode, puisque l'intensité du courant est la même dans tout le circuit.

2° **Dans l'électrolyte,** le champ est dirigé dans le sens conventionnel du courant, c'est-à-dire de l'anode vers la cathode. **Les ions positifs sont donc entraînés vers la cathode,** d'où leur nom de **cathions,** tandis que **les ions négatifs se dirigent vers l'anode (anions).**

En arrivant sur la cathode, les cathions peuvent capter les électrons refoulés par le générateur tandis qu'à l'anode, les anions cèdent des électrons pour remplacer ceux que le générateur aspire.

Le nombre des électrons captés par les cathions à la cathode est égal au nombre des électrons cédés par les anions à l'anode dans le même temps.

4. Interprétation de l'électrolyse.

a) Chlorure cuivrique.

1° Sur la cathode arrive un ion Cu^{++}, qui capte deux électrons et se décharge en donnant un atome de cuivre, qui se dépose :

$$Cu^{++} + 2\ \text{électrons} \longrightarrow Cu.$$

2° Le générateur qui refoule deux électrons sur la cathode en aspire deux autres sur l'anode; les électrons cédés par l'anode sont remplacés par deux électrons abandonnés par deux ions chlorure, qui se déchargent au contact de cette électrode :

$$2\ Cl^- \longrightarrow 2\ Cl + 2\ \text{électrons}.$$

Les deux atomes de chlore s'unissent pour donner une molécule de gaz, qui se dégage : $2\ Cl \longrightarrow Cl_2\uparrow$.

b) **Acide chlorhydrique.**

1° *Cathode :* $2\ H^+ + 2$ électrons $\longrightarrow H_2\uparrow$.

2° *Anode :* $2\ Cl^- \longrightarrow 2$ électrons $+ Cl_2\uparrow$.

c) **Conclusion.**

1° L'électrolyse résulte d'un entraînement simultané des cathions (positifs) vers la cathode et des anions (négatifs) vers l'anode.

2° Dans le même temps, le nombre d'électrons que les cathions reçoivent à la cathode est égal au nombre d'électrons que les anions perdent au contact de l'anode.

3° Les produits de l'électrolyse se forment au contact des électrodes, lorsque les ions se déchargent ; il ne se produit aucune modification dans le sein du liquide.

5. Cathions provenant de métaux très réducteurs.

Ces métaux (sodium, potassium, calcium) sont capables de réduire l'eau à froid en donnant de la soude, de la potasse ou de la chaux éteinte. Nous pouvons prévoir que l'électrolyse d'un sel de sodium dissous dans l'eau ne pourra jamais faire apparaître du sodium métallique à la cathode, puisque, s'il s'en produisait, ce sodium devrait réagir sur l'eau pour donner de la soude.

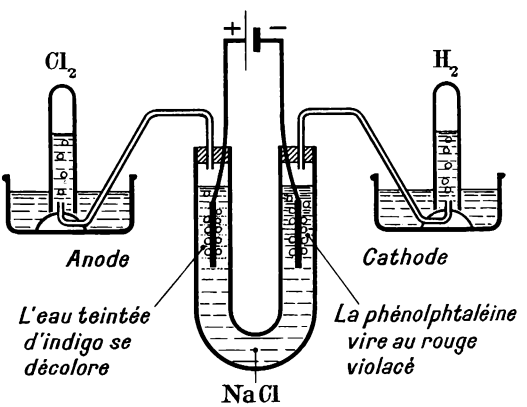


FIG. 5.

Réalisons cette électrolyse dans un tube en U contenant une solution de chlorure de sodium, placée entre deux électrodes de platine. Un tube à dégagement coudé permet de recueillir le gaz qui se produit au-dessus de chaque électrode. Nous obtenons de l'hydrogène à la cathode et du chlore à l'anode. Une goutte de phénolphtaléine incolore introduite dans le liquide au voisinage de la cathode donne rapidement une vive coloration rouge violacé.

Interprétons cette électrolyse (2 Na Cl).

a) A l'anode. — Les ions chlorure Cl^- se déchargent selon l'équation

$$2\ Cl^- \longrightarrow 2 \text{ électrons} + Cl_2\uparrow.$$

Le chlore se dégage.

b) **A la cathode.** — A deux ions Cl^- se dirigeant vers l'anode correspondent deux ions Na^+ se dirigeant vers la cathode. **Nous admettrons que ces ions, en présence d'eau, ne se déchargent pas et que les électrons fournis par la cathode sont captés par l'hydrogène des molécules d'eau voisines :**

En présence de Na^+ : $2\,H_2O + 2$ électrons $\longrightarrow$ $H_2\uparrow + 2\,OH^-$.

Il se dégage de l'hydrogène et il apparaît des anions OH^- dans le liquide, qui devient basique.

Le même phénomène se produit lorsque des ions K^+ (potassium) ou Ca^{++} (calcium) sont entraînés par électrolyse au voisinage d'une cathode en présence d'eau : schématiquement, nous pouvons écrire

en présence de $2\,Na^+, 2\,K^+, Ca^{++}$: $2\,H_2O + 2$ électrons $\longrightarrow$ $H_2\uparrow + 2\,OH^-$.

Le sodium, le potassium, le calcium, qui conservent leur charge en présence d'eau, sont des métaux très **électropositifs.**

6. Anions complexes stables (SO_4^{--}) en présence d'une anode passive.

Prenons comme exemple l'électrolyse de l'acide sulfurique dilué dans un voltamètre muni d'électrodes de platine. Ces électrodes, inattaquables par les acides, sont dites **électrodes passives.**

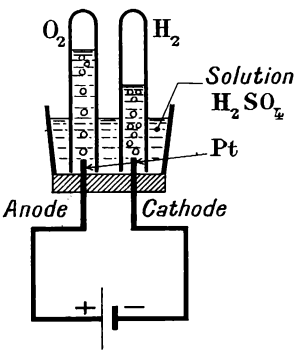


FIG. 6.

Nous observons un dégagement d'hydrogène à la cathode et, dans le même temps, il se produit un volume moitié moindre d'oxygène à l'anode. A la cathode, le dégagement d'hydrogène est corrélatif à la décharge des ions hydrogène H^+ :

Pour deux molécules d'acide ionisées ($2\,H_2SO_4$) :

$$4\,H^+ + 4 \text{ électrons} \longrightarrow 2\,H_2\uparrow.$$

A l'anode, pour interpréter le dégagement d'oxygène, nous admettrons que les ions sulfate gardent leurs électrons et ne se déchargent pas. Les électrons reçus par l'anode sont cédés par les molécules d'eau, selon le schéma suivant :

En présence de $2\,SO_4^{--}$:

$$2\,H_2O \longrightarrow 4 \text{ électrons} + 4\,H^+ + O_2\uparrow.$$

Finalement, les ions sulfate SO_4^{--} restent dans la solution, les ions H^+ déchargés à la cathode sont remplacés par ceux qui apparaissent à l'anode ; il se dégage simultanément deux molécules d'hydrogène à la cathode et une molécule d'oxygène à l'anode.

Tout se passe comme si nous avions l'électrolyse de deux molécules d'eau selon le schéma : $2\,H_2O \longrightarrow 2\,H_2 + O_2$.

Les ions sulfate SO_4^{--} qui conservent leur charge en présence d'eau

sont dits très électronégatifs. Les électrons reçus par l'anode sont cédés par l'eau selon le schéma :

en présence de 2 SO_4^{--} : $2\,H_2O \longrightarrow 4$ électrons $+ 4\,H^+ + O_2\uparrow$.

7. Anode soluble.

Recommençons l'électrolyse de l'acide sulfurique dilué en remplaçant l'anode de platine par une anode de cuivre et séparons les compartiments anodique et cathodique en faisant usage d'un tube en U (fig. 7).

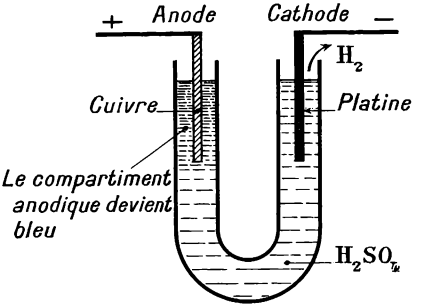


FIG. 7.

A la cathode, nous obtenons toujours un dégagement d'hydrogène; pour une molécule H_2SO_4 :

$$2\,H^+ + 2 \text{ électrons} \longrightarrow H_2\uparrow.$$

Dans le compartiment anodique, nous observons la coloration bleue caractéristique des ions cuivriques Cu^{++} : nous devons admettre que du cuivre, arraché à l'anode, s'est ionisé en perdant des électrons.

En pesant l'anode avant et après l'expérience, nous pouvons vérifier que sa masse diminue au cours de l'électrolyse. Tout se passe comme si l'anode se dissolvait dans le bain (**anode soluble**).

Si l'on effectuait le dosage des ions sulfate (par exemple, par précipitation sous forme de sulfate de baryum), avant et après l'électrolyse, on pourrait vérifier que leur nombre n'a pas varié. Nous sommes encore amenés à penser que les ions SO_4^{--} ne se déchargent pas. Comme l'anode n'est le siège d'aucun dégagement d'oxygène, nous ne pouvons plus faire intervenir l'eau dans la libération d'électrons captés par l'anode.

Nous admettrons que les électrons aspirés par le générateur sont cédés par le cuivre de l'anode elle-même, selon le schéma suivant :

En présence d'ions SO_4^{--} : $Cu_{(anode)} \longrightarrow 2$ électrons $+ Cu^{++}$.

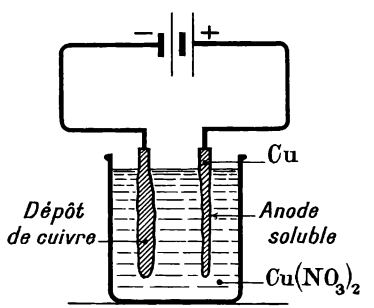


FIG. 8.

On considère que l'**ionisation des atomes de cuivre de l'anode est provoquée par la proximité des ions sulfate** SO_4^{--}. On pourrait observer un phénomène analogue en présence d'ions nitrate NO_3^- ou chlorure Cl^-.

Par exemple, si l'on électrolyse du sulfate, du nitrate ou du chlorure cuivrique entre des électrodes de cuivre, on observe un dépôt rougeâtre de cuivre sur la cathode et l'on constate que l'anode est rongée (fig. 8). L'aspect de la solution ne subit aucun changement et sa concen-

tration ne varie pas. **Tout se passe comme si le cuivre était simplement transporté de l'anode vers la cathode.** Par exemple, pour le nitrate cuivrique :

a) Cathode : $Cu^{++}_{solution} + 2$ électrons $\longrightarrow$ Cu (dépôt).

b) Anode : En présence de 2 NO_3^- : $Cu_{(anode)} \longrightarrow 2$ électrons $+ Cu^{++}$.

Les ions nitrate restent chargés et les ions cuivriques déchargés à la cathode sont remplacés par ceux qui se produisent à l'anode.

8. Décharge d'un ion complexe donnant un radical instable.

Nous supposerons que les électrodes sont passives.

1° Électrolyse du chlorure d'ammonium NH_4Cl. — Cet électrolyte s'ionise en donnant le cathion ammonium NH^+ (complexe) et l'anion simple Cl^-. Effectuons l'électrolyse dans un tube en U muni de tubes à dégagement.

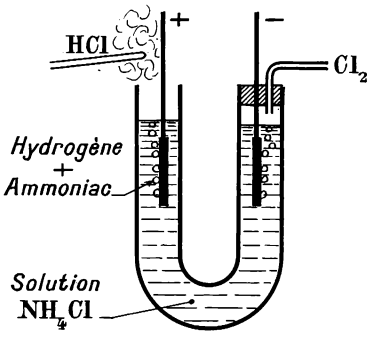


FIG. 9.

Nous recueillons de **l'hydrogène à la cathode** (combustion explosive) **et du chlore à l'anode.** Si nous dégageons l'extrémité du tube en U contenant la cathode, nous y distinguons une forte odeur d'**ammoniac** et, si nous en approchons un agitateur trempé dans une solution d'acide chlorhydrique, nous observons les **fumées blanches** caractéristiques du chlorure d'ammonium (fig. 9). A la cathode, il se forme donc simultanément de l'hydrogène et de l'ammoniaque : **le radical NH_4 neutre, ne subsiste pas et se décompose.**

Donnons le schéma de cette électrolyse :

a) à l'anode : $2\ Cl^- \longrightarrow 2$ électrons $+ Cl_2\uparrow$ (le chlore se dégage) ;

b) à la cathode : $2\ NH_4^+ + 2$ électrons $\longrightarrow 2\ NH_3 + H_2\uparrow$.

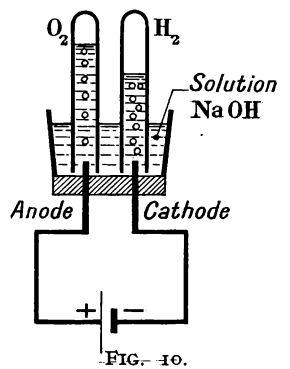


FIG. 10.

Le gaz ammoniac se dissout en grande partie et l'on observe un dégagement d'hydrogène.

2° Électrolyse de la soude (entre des électrodes de fer ou de nickel ; fig. 10). On recueille à la cathode un volume d'hydrogène double du volume d'oxygène obtenu dans le même temps à l'anode.

A la cathode, nous sommes dans le cas étudié au § 5 : les cathions Na^+ ne se déchargent pas

En présence de 4 Na^+ :

$4\ H_2O + 4$ électrons $\longrightarrow 2\ H_2\uparrow + 4\ OH^-$.

A l'anode, les ions OH^- se déchargent en donnant des radicaux OH instables qui se décomposent pour donner de l'eau et de l'oxygène :

$$4\ OH^- \longrightarrow 4 \text{ électrons} + 2\ H_2O + O_2\uparrow .$$

Les ions sodium Na^+ sont restés dans la solution ; les ions OH^- déchargés à l'anode sont remplacés par ceux qui se sont formés à la cathode. La quantité de soude contenue dans la solution n'a pas changé.

Quatre molécules d'eau sont détruites à la cathode dans le même temps que deux molécules d'eau se forment à l'anode. En définitive, tout se passe comme si l'eau était électrolysée ; le bilan de l'opération peut se traduire par l'équation

$$2\ H_2O \longrightarrow 2\ H_2\uparrow + O_2\uparrow .$$

Conclusion : **En présence d'électrodes passives, certains ions complexes (NH_4^+, OH^-) se déchargent en donnant des composés instables, qui se décomposent. On dit qu'il se produit une réaction secondaire.**

$$2\ NH_4^+ + 2 \text{ électrons} \longrightarrow 2\ NH_3 + H_2,$$
$$4\ OH^- \longrightarrow 4 \text{ électrons} + 2\ H_2O + O_2.$$

9. Réactions entre les produits apparus dans les deux compartiments.

Réalisons l'électrolyse du chlorure de sodium avec des électrodes passives (nickel, charbon), la solution, placée dans un bécher, étant refroidie et agitée constamment (fig. 11).

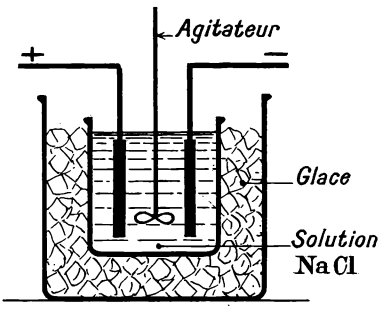


FIG. 11.

Laissons l'électrolyse se poursuivre assez longuement, puis prélevons une partie du liquide. Si l'on fait réagir cette solution sur une petite quantité d'eau d'aniline, on obtient une vive coloration violette caractéristique des hypochlorites : la solution contient de l'hypochlorite de sodium (Na^+, ClO^-).

A la cathode, en présence des ions Na^+, qui ne se déchargent pas, il se produit un dégagement d'hydrogène et des ions OH^- (§ 4).

En présence de 2 Na^+ : $2\ H_2O + 2 \text{ électrons} \longrightarrow H_2\uparrow + 2\ OH^-$.

A cause de l'agitateur, les ions OH^- se répandent dans la solution et viennent au contact de l'anode qui les attire en même temps que les ions Cl^-. Le déplacement de 2 Na^+ vers la cathode s'accompagne du dépla-

cement de 2 Cl^- vers l'anode. En présence des ions OH^-, on obtient l'équation

$$2\ Cl^- + 2\ OH^- \longrightarrow Cl^- + ClO^- + H_2O + 2\ \text{électrons.}$$

Finalement, la solution renferme les ions suivants :

$$2\ Na^+ + Cl^- + ClO^-,$$

que l'on peut regrouper, conventionnellement, pour faire apparaître les formules du chlorure de sodium et de l'hypochlorite de sodium :

$$NaCl + NaClO.$$

Ce mélange constitue **l'eau de Javel.**

N. B. — Si l'on ne refroidit pas la solution, qui tend à s'échauffer du fait du passage du courant, vers la température de 50 °C il tend à se former surtout des ions chlorate ClO_3^-.

10. Conclusion.

L'étude des électrolyses précédentes permet de dégager quelques idées essentielles.

1° Le fait fondamental est le tri des ions effectué par l'action du champ électrique : le métal ou l'hydrogène (cathion) se dirige vers la cathode dans le même temps que l'anion, négatif, se dirige vers l'anode.

2° Certains ions peuvent conserver leur charge, c'est le cas des métaux très réducteurs tels que le sodium, le potassium, le calcium, ou d'anions très stables et électronégatifs (sulfate).

Les charges sont alors cédées aux électrodes par l'eau de la solution.

Dans certains cas (anode soluble), les électrons aspirés par le générateur proviennent du métal de l'anode elle-même.

3° Des réactions secondaires peuvent se produire par décomposition du radical instable donné par la décharge d'un ion complexe (OH, NH_4), ou par réaction de certains ions d'un compartiment sur les ions de l'autre compartiment (production de l'eau de Javel).

Il n'existe pas de règle simple valable dans tous les cas. En particulier, les conditions de température, de concentration, la présence d'ions étrangers, peuvent modifier considérablement les résultats d'une électrolyse.

B. — ÉTUDE QUANTITATIVE.

11. Expérience.

Montons en série, comme l'indique la figure 12, un générateur (accumulateur), un interrupteur, un ampèremètre un voltamètre contenant une solution de soude entre des électrodes de nickel, une cuve d'électrolyse à nitrate d'argent munie d'une anode en argent, une cuve d'électrolyse à sulfate cuivrique munie d'une anode de cuivre et une cuve d'électrolyse à chlorure d'or avec une anode en or.

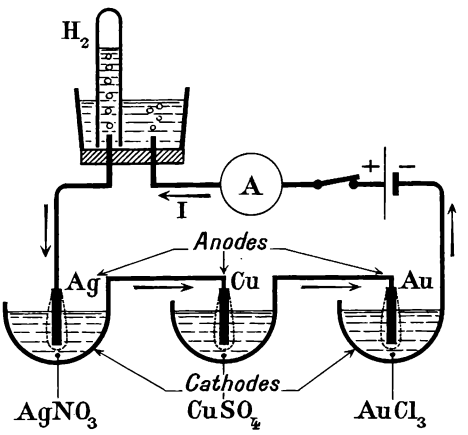


FIG. 12.

Les trois dernières cuves, à anodes solubles, sont métalliques (cuivre) et servent de cathodes. Pour éviter que des fragments d'anode se détachent et tombent sur la cathode sans avoir été transportés par le courant, les anodes solubles sont entourées de gaze.

La cathode du voltamètre à soude est coiffée d'une éprouvette graduée, en centimètres cubes, préalablement remplie de solution. On connaît la masse de chacune des cuves utilisées comme cathodes.

Laissons passer le courant d'intensité constante I pendant la durée t : tous les voltamètres ont été traversés par la quantité d'électricité $Q = It$.

A la fin de l'opération, vidons et séchons les cuves métalliques et pesons-les à nouveau afin de connaître les masses d'argent (m_{Ag}), de cuivre (m_{Cu}) et d'or (m_{Au}) déposées pendant le passage du courant. Mesurons le volume d'hydrogène recueilli et ramenons ce volume aux conditions normales afin de pouvoir calculer la masse m_H du gaz.

On peut vérifier que les masses des produits obtenus lors du passage de la même quantité d'électricité dans toutes les cuves permettent d'écrire les proportions suivantes :

$$(1) \qquad \frac{m_H}{1} = \frac{m_{Ag}}{108} = \frac{m_{Cu}}{31{,}8} = \frac{m_{Au}}{65{,}7}.$$

Une seconde expérience, effectuée en maintenant une intensité I' pendant une durée t' et faisant intervenir une quantité d'électricité $Q' = I't'$, permet de vérifier que les masses obtenues sont proportionnelles aux quantités d'électricité qui ont traversé les voltamètres :

$$(2) \qquad \frac{m'_H}{m_H} = \frac{m'_{Ag}}{m_{Ag}} = \frac{m'_{Cu}}{m_{Cu}} = \frac{m'_{Au}}{m_{Au}} = \frac{Q'}{Q}.$$

12. Lois de Faraday.

Les masses atomiques de l'hydrogène, de l'argent, du cuivre et de l'or sont respectivement.

1, 108, 63,6 et 197.

Les valences de ces éléments sont respectivement

1, 1, 2 et 3.

On remarque que les dénominateurs des fractions (1) sont égaux pour chaque élément, au quotient de sa masse atomique par sa valence,

Par définition, **on nomme valence-gramme d'un élément le quotient de sa masse atomique A par sa valence *n* dans le composé électrolysé.**

Les résultats du paragraphe 11 peuvent être généralisés et constituent les **lois de Faraday :**

1° La masse du métal déposé sur la cathode, ou de l'hydrogène dégagé à son contact, est proportionnelle à la quantité d'électricité qui a traversé le voltamètre.

2° Si plusieurs voltamètres sont traversés par la même quantité d'électricité les masses des métaux ou de l'hydrogène qui apparaissent au contact des cathodes sont proportionnelles aux valences-grammes de ces éléments dans les électrolytes utilisés.

Soit un métal de masse atomique A et de valence n et soit $Q = It$ la quantité d'électricité qui traverse le voltamètre. La masse de métal déposé au contact de la cathode, proportionnelle à Q et à $\frac{A}{n}$, est

$$m = K\frac{A}{n}Q = K\frac{A}{n}It.$$

La constante K est indépendante de la nature du métal et de la quantité d'électricité Q. Supposons que l'électrolyse soit prolongée de manière à obtenir une masse de métal égale à la valence-gramme : $m = \frac{A}{n}$. Il vient

$$\frac{A}{n} = K\frac{A}{n}Q_1, \qquad \text{soit} \qquad K = \frac{1}{Q_1}.$$

Cette relation montre que la constante K est numériquement égale à l'inverse de la quantité d'électricité Q_1 nécessaire pour obtenir le dépôt d'une valence-gramme d'un métal quelconque (ou d'hydrogène) sur la cathode d'un voltamètre.

L'expérience montre que la quantité d'électricité nécessaire pour libérer par électrolyse une valence-gramme d'un métal quelconque, ou d'hydrogène, est $q_1 = 96\,500$ coulombs. Cette quantité d'électricité se nomme **faraday** ($\mathcal{F}$) et peut servir d'unité de charge électrique (unité très grande, médiocrement utilisable dans d'autres domaines que l'électrolyse).

La valeur de la constante K est donc $\frac{1}{96\,500}$ et l'expression de la loi de Faraday est

$$\boxed{m = \frac{1}{96\,500} \times \frac{A}{n} Q = \frac{1}{96\,500} \times \frac{A}{n} It} \; ;$$

m étant exprimé en grammes.

On peut retenir plus simplement :

a) que la masse de l'élément libéré est proportionnelle à la quantité d'électricité qui a traversé la cuve d'électrolyse;

b) que la quantité d'électricité nécessaire pour libérer une valence-gramme d'un élément quelconque est 96 500 C.

13. Relation entre le faraday et la charge de l'électron.

Considérons, par exemple, l'électrolyse du nitrate d'argent, ionisé selon l'équation

$$Ag\,NO_3 \longrightarrow Ag^+ + NO_3^-.$$

La décharge d'un cathion Ag^+ et l'apparition sur la cathode d'un atome d'argent correspondent à la capture d'un électron fourni par le circuit extérieur. Soit N le nombre d'atomes d'argent contenus dans un atome-gramme (nombre d'Avogadro).

Lorsqu'un atome-gramme d'argent se dépose sur la cathode, le circuit extérieur à la cuve d'électrolyse a été traversé par N électrons, dont la charge doit être égale, en valeur absolue, à 1 faraday, ou 96 500 C :

$$1\,\mathcal{F} = 96\,500\ \text{C} = Ne.$$

Le faraday est égal au produit de la valeur absolue, $e = 1{,}6.\ 10^{-19}$ C, de la charge de l'électron par le nombre d'Avogadro.

Cette relation d'équivalence donne un moyen de calculer le nombre d'Avogadro, nombre d'atomes réels contenus dans un atome-gramme :

$$N = \frac{9{,}65 \times 10^4}{1{,}6 \times 10^{-9}} = 6 \times 10^{23}.$$

REMARQUE. — La loi du 2 avril 1919 donnait une définition électrochimique du coulomb international : quantité d'électricité capable de déposer 1,118 00 milligramme d'argent sur la cathode d'un électrolyseur à nitrate d'argent.

La définition du coulomb, donnée par le décret du 3 mai 1961, conduit à une valeur un peu différente : cette quantité d'électricité est capable de déposer 1,118 25 milligramme d'argent sur la cathode du même électrolyseur.

C. — APPLICATIONS DE L'ÉLECTROLYSE.

L'électrolyse présente une grande importance industrielle.

14. Dans la métallurgie.

L'électrolyse est un moyen énergique de réduction pour élaborer les métaux très réducteurs (électropositifs) tels que le sodium, le magnésium, l'aluminium.

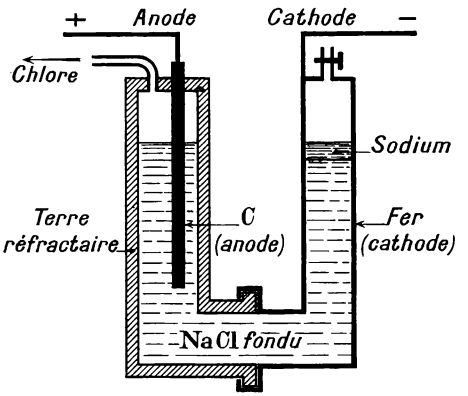


FIG. 13.

La figure 13 représente la coupe d'un dispositif utilisé pour l'électrolyse du chlorure de sodium fondu (800° C) à l'abri de l'air.

Du chlore se dégage au contact de l'anode (charbon) et le sodium liquide se rassemble à la surface libre du liquide dans le compartiment cathodique.

De même, l'aluminium est obtenu par l'électrolyse de l'alumine fondue, dans de vastes ensembles industriels établis auprès des centrales hydroélectriques (Alpes, Pyrénées).

L'électrolyse de sels de cuivre, de fer, de zinc permet d'obtenir des métaux très purs, bien qu'il existe d'autres procédés de réduction donnant un métal de qualité plus courante.

Nous avons signalé (§ 7) l'électrolyse d'un sel entre des électrodes de même nature que le cathion (anode soluble). Ce procédé permet de raffiner le cuivre : l'anode soluble est réalisée avec le métal impur; du cuivre pur se dépose sur la cathode.

15. La galvanoplastie.

La galvanoplastie est un procédé de reproduction des objets donnant une grande fidélité de détails. On prend un moule de l'objet à reproduire; ce moule est rendu conducteur en le recouvrant d'une mince couche de graphite. Ce moule sert de cathode : il reçoit un dépôt métallique qui s'y accumule et reproduit l'objet.

16. Protection des métaux.

Les métaux oxydables comme le fer sont souvent protégés par une mince couche de nickel ou de chrome déposée par électrolyse.

L'argenture et la dorure permettent en même temps de protéger de l'oxydation une pièce métallique et d'enrichir son aspect.

17. Dans l'industrie chimique.

Citons, en particulier, la préparation du chlore et de la soude, par électrolyse de l'eau salée, et la préparation de l'eau de Javel (voir § 9).

RÉSUMÉ

On nomme électrolyse toute décomposition chimique produite par le courant électrique. Les corps électrolysables, ou électrolytes, sont les acides, les bases et les sels dissous ou fondus.

Les solutions d'électrolytes dans l'eau contiennent des ions, atomes ou groupes d'atomes ayant perdu ou gagné des électrons et possédant, de ce fait, une charge électrique.

Les ions positifs, ou cathions (H^+, Na^+, Cu^{++}, NH_4^+, ...), sont entraînés dans le sens du champ électrique vers la cathode, tandis que les ions négatifs, ou anions (Cl^-, OH^-, SO_4^{--}, ...), circulent en sens inverse du champ et se dirigent vers l'anode.

Le générateur, placé dans le circuit extérieur, agit à la manière d'une pompe : il aspire les électrons de l'anode et les refoule sur la cathode. Les cathions arrivant au contact de la cathode tendent à se décharger pour donner des atomes neutres en captant des électrons :

$$Cu^{++} + 2 \text{ électrons} \longrightarrow Cu.$$

De même, les anions arrivant au contact de l'anode tendent à se décharger en perdant des électrons :

$$2\,Cl^- \longrightarrow Cl_2 + 2 \text{ électrons}.$$

Cependant, certains ions ne se déchargent pas. Par exemple, les ions sodium, potassium et calcium conservent leur charge; les électrons cédés par la cathode sont alors captés par des molécules d'eau selon le schéma suivant :

$$\text{En présence de } 2\,Na^+, 2\,K^+, Ca^{++} : 2\,H_2O + 2 \text{ électrons} \longrightarrow H_2 + 2\,OH^-.$$

De même, au contact d'une anode passive, les anions sulfate conservent leurs charges; les électrons reçus par l'anode sont cédés par des molécules d'eau selon le schéma suivant :

$$\text{En présence de } 2\,SO_4^{--} : 2\,H_2O \longrightarrow 4 \text{ électrons} + 4\,H^+ + O_2.$$

Dans le cas d'une anode soluble (anode métallique plongée dans une solution d'un sel du même métal), on peut admettre que les électrons aspirés par le générateur à l'anode sont cédés par le métal de cette électrode : Exemple :

$$Cu_{(\text{anode})} \longrightarrow 2 \text{ électrons} + Cu^{++}.$$

Dans tous les cas, les produits de l'électrolyse se forment au contact des électrodes et le nombre des électrons aspirés sur l'anode pendant un certain temps est égal au nombre des électrons cédés par la cathode dans le même temps. Cette remarque permet d'équilibrer les réactions anodique et cathodique.

Des réactions secondaires peuvent se produire si l'un des composés produits est instable :

$$2\,NH_4^+ + 2\text{ électrons} \longrightarrow 2\,NH_4 \longrightarrow 2\,NH_3 + H_2\uparrow ;$$
$$4\,OH^- \longrightarrow 4\text{ électrons} + 4\,OH \longrightarrow 4\text{ électrons} + 2\,H_2O + O_2\uparrow .$$

On peut aussi observer des réactions secondaires par réaction des produits obtenus aux compartiments anodique et cathodique (production de l'eau de Javel).

La quantité d'électricité nécessaire pour libérer par électrolyse une valence-gramme (quotient de la masse atomique par la valence) d'un métal quelconque, ou d'hydrogène, est égale à 96 500 C.

La masse, exprimée en grammes, d'un métal de masse atomique A, de valence n, libérée pendant la durée t secondes par un courant d'intensité I (ampères) est

$$m = \frac{1}{96\,500}\frac{A}{n}It.$$

Exercices.

1. — Un voltamètre contenant une solution de soude est traversé par un courant d'intensité I = 0,25 A.

Expliquer les phénomènes qui ont lieu dans le voltamètre quand le courant passe dans ce dernier. Quelle est la nature des gaz dégagés sur les électrodes? Quel volume de gaz supposé mesuré dans les conditions normales de température et de pression recueille-t-on à la cathode du voltmètre pendant 5 minutes?

Rép. : Il se dégage 8,7 cm³ d'hydrogène à la cathode.

2. — On fait passer un courant d'intensité 5 ampères pendant 3 heures dans un voltamètre à électrodes de charbon, contenant une solution d'acide chlorhydrique.

a) Quelle est, en ampèreheures et en coulombs, la quantité d'électricité qui a traversé l'appareil?

b) Quels sont la nature, la masse et le volume, mesuré dans les conditions normales, du gaz dégagé à l'anode?

H = 1; Cl = 35,5.

Rép. : *a*) 15 Ah, ou 54 000 C. *b*) chlore; 19,86 g; 6,27 litres.

3. — Un circuit électrique comprend, en série, un générateur, un voltamètre à électrodes d'argent contenant une solution de nitrate d'argent, un voltamètre à électrodes de cuivre contenant une solution de sulfate cuivrique, un interrupteur.

1° Faire un schéma du montage.

2° On ferme l'interrupteur pendant un certain temps. La cathode d'argent est pesée avant et après cette expérience. Sa masse augmente de 4 grammes. Quelle est la masse de cuivre déposée dans le second voltamètre au cours de cette même expérience?

On donne Ag = 107,9, Cu = 63,5.

3° L'expérience a duré 1 heure; l'intensité du courant est restée constante.

Calculer cette intensité.

Rép. : 2° 1,177 g. 3° 0,994 A.

4. — On électrolyse une solution de sulfate de sodium avec des électrodes en cuivre.

1° Décrivez les phénomènes observés au voisinage des électrodes en écrivant les transformations ioniques qui se produisent.

2° En 10 minutes on recueille à la cathode 100 cm^3 de gaz (mesurés dans les conditions normales de température et de pression). Calculez les masses des différents corps disparus et les masses de ceux qui se sont formés.

3° Quelle était l'intensité du courant?

On donne H = 1, Na = 23, Cu = 63,5, O = 16, S = 32. Le volume molaire est 22,4 litres dans les conditions normales.

Rép. : 1°, 2° : Il disparaît de la solution 0,16 gramme d'eau. L'anode perd 0,283 g de cuivre. Il se produit un précipité de 0,435 g d'hydroxyde de cuivre et un dégagement de 8,9 mg d'hydrogène. 3° 1,436 A.

5. — On veut déposer par électrolyse une couche d'argent de 0,1 mm sur une cuillère de 50 cm^2 de surface.

1° Dire comment on opèrera et faire l'étude qualitative de cette électrolyse.

2° Quelle est la quantité d'électricité nécessaire? On rappelle que 1 faraday vaut 96 500 coulombs.

3° L'intensité du courant est 1,5 A. Quelle est la durée de l'opération d'argenture?

Rép. : 2° 4 691 C. 3° 52 mn 7 s.

CHAPITRE V

TRANSFORMATIONS ÉNERGÉTIQUES DANS UN CIRCUIT ÉLECTRIQUE

A. — NOTION D'ÉNERGIE.

1. Énergie mécanique.

a) **Énergie potentielle.** — Considérons un poids P suspendu par un fil passant sur une poulie à une certaine hauteur h au-dessus du sol. La chute lente de ce poids, retenu par le fil et entraînant la poulie, transforme celle-ci en moteur, capable par exemple d'entraîner une horloge.

Lorsque le poids atteint le sol, tout mouvement cesse aussitôt et le système poids-poulie ne peut plus produire de travail : on dit qu'il ne contient plus d'énergie.

Par contre, si le poids se trouve remonté à la hauteur h, il peut produire le travail $W = Ph$ en retombant sur le sol. Ce travail, disponible sur l'axe de la poulie, mais non encore utilisé, représente la mesure de l'**énergie potentielle** que contient le système à cet instant.

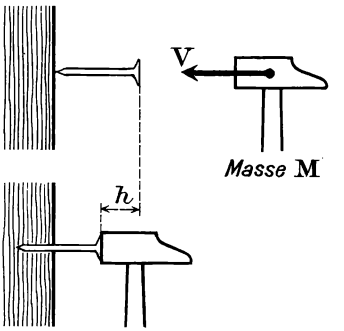


FIG. 1.

b) **Énergie cinétique.** — Pour enfoncer un clou dans une planche, il faut exercer sur la tête du clou une grande force, $\vec{F}$, au moins égale à la force résistante $\vec{R}$ que le bois exerce sur la pointe. Frappons horizontalement sur la tête d'un clou : celui-ci s'enfonce d'une longueur h et la force F, supposée constante, a produit le travail

$$W = Fh.$$

Le poids du marteau, force verticale, n'intervient pas ici. La force $\vec{F}$ est d'ailleurs bien plus grande que le poids du marteau : on vérifie, en effet, que le clou, supposé vertical, ne s'enfonce pas si l'on se contente de poser sur lui le marteau.

Avant le choc, le marteau, de masse M et possédant la vitesse V, est capable de produire le travail W : on dit qu'il contient de l'**énergie cinétique.**

Après le choc, le marteau est immobile, et il a perdu son énergie cinétique. Le travail W obtenu pendant l'arrêt du marteau représente la mesure de l'énergie cinétique qu'il contenait initialement. On démontre que la masse M (kg) animée de la vitesse V (m/s) renferme l'énergie cinétique $E = \frac{1}{2} MV^2$, que l'on exprime en **joules,** comme un travail.

c) L'énergie potentielle et l'énergie cinétique sont les deux formes de **l'énergie mécanique.** Dans le système international, l'unité d'énergie mécanique est le joule (J).

2. Équivalence entre l'énergie mécanique et la chaleur.

a) **Expérience de Tyndall. —** Une tournette entraîne un tube métallique bouché contenant de l'éther. Le tube, serré entre les mors d'une pince en bois, subit un important frottement (fig. 2). Si le mouvement se poursuit assez longtemps, on observe que le bouchon saute.

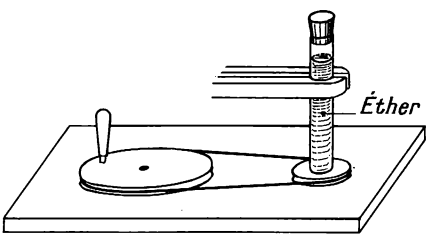


FIG. 2.

Le frottement produit de la chaleur, capable d'échauffer l'éther et de le vaporiser. Cette expérience montre que **le travail développé par la force de frottement peut se convertir en chaleur.**

b) **Réciproquement,** dans un moteur à vapeur ou un moteur à combustion interne (moteur à essence ou à gas-oil), **la chaleur produite par la combustion du charbon, de l'essence ou du gas-oil se convertit partiellement en travail.**

Des expériences précises effectuées par JOULE, ROWLAND, MICULESCU ont permis de mesurer l'**équivalent mécanique de la calorie,** c'est-à-dire de connaître la quantité de travail, exprimée en joules, équivalente à cette unité de chaleur :

$$\boxed{1 \text{ calorie} = 4{,}185\ 5 \text{ joules}}\ .$$

N. B. — Il est toujours possible de convertir intégralement en chaleur une quantité donnée de travail mécanique.

Par contre, on montre qu'il est impossible de convertir intégralement la cha-

leur en travail : il reste toujours une certaine quantité de chaleur qui s'écoule vers les parties les plus froides du système.

Le travail produit est alors égal à la différence entre les équivalents mécaniques de la chaleur initiale et de la chaleur finale.

Soit Q_1 et Q_2 les quantités de chaleur initiale et finale, exprimées en calories, et W le travail produit :

$$W = 4{,}185\,5\,(Q_1 - Q_2).$$

La relation d'équivalence entre la chaleur et le travail fait apparaître la chaleur comme une autre forme de l'énergie. Pour cette raison, le décret du 3 mai 1961 précise que l'**unité légale de quantité de chaleur est le joule.** Nous supposerons dans la suite de ce cours que les quantités de chaleur, représentées par la lettre Q, sont exprimées en joules.

D'une manière générale, on dit qu'un corps ou un système de corps renferme de l'énergie s'il peut produire du travail, ou de la chaleur, ou à la fois du travail et de la chaleur.

3. Énergie chimique.

En faisant brûler une masse connue d'hydrogène dans une bombe calorimétrique contenant de l'oxygène sous pression (fig. 3), il est possible de montrer que la formation d'une mole d'eau, selon l'équation

$$H_2 + \frac{1}{2}O_2 \longrightarrow H_2O,$$

s'accompagne de la libération d'une quantité de chaleur $Q = 288\,800$ J.

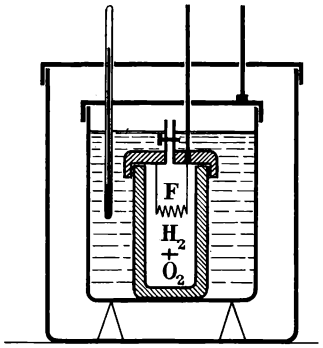


FIG. 3. — Le fil F, porté au rouge par un courant électrique, enflamme le mélange.

Il ne se produit aucun travail, car la combustion s'opère à l'intérieur de la bombe, à volume constant.

Le mélange d'hydrogène et d'oxygène, capable de produire de la chaleur, renferme de l'énergie; il perd cette énergie lorsque les atomes d'hydrogène s'unissent aux atomes d'oxygène pour former des molécules d'eau.

Cette forme d'énergie, qui se manifeste pendant les réactions chimiques par des dégagements de chaleur ou des productions de travail (explosions), se nomme **énergie chimique.**

Pendant la combustion, l'énergie chimique disponible dans le mélange $\left(H_2 + \frac{1}{2}O_2\right)$ se convertit en chaleur. Elle peut se convertir partiellement en travail si la combustion s'effectue dans le cylindre d'un moteur à explosions : les gaz chauds et comprimés se détendent en poussant le piston.

Inversement, pour décomposer une mole d'eau et rétablir le mélange initial, il faut fournir au système une énergie de 288 800 J qui s'accumule dans le mélange sous forme d'énergie chimique.

4. Énergie électrique.

Nous avons vu, au chapitre II, que la force électrique agissant sur une charge q se déplaçant dans un champ électrique, produit le travail

$$W = q(U_A - U_B)$$

lorsque la charge passe du point A de potentiel U_A au point B de potentiel U_B.

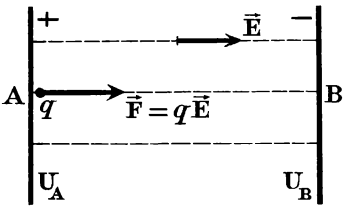


FIG. 4. — La force électrique $\vec{F}$ peut fournir le travail $W = q\,(U_A - U_B)$.

Ce travail est moteur et positif si la charge q et la différence de potentiel $U_A - U_B$ sont de même signe : mouvement d'une charge positive dans le sens des potentiels décroissants, ou bien mouvement d'une charge négative dans le sens des potentiels croissants. Considérons le cas d'une charge positive (fig. 4). Avant que cette charge subisse la chute de potentiel $U_A - U_B$, la force électrique qui agit sur cette charge (et sur son support matériel) peut produire le travail W. On dit que la charge possède l'**énergie électrique** $W = q\,(U_A - U_B)$, que l'on évalue en joules si l'on exprime q en coulombs et la chute de potentiel en volts.

5. Conservation de l'énergie.

L'expérience montre que les diverses formes d'énergie (mécanique, calorifique, chimique, électrique) peuvent se convertir les unes dans les autres.

Au cours de ces transformations, la quantité totale d'énergie reste constante. S'il disparaît, par exemple, une certaine quantité d'énergie mécanique, on peut être assuré qu'il se forme une quantité égale d'énergie sous une autre forme (chaleur, énergie chimique ou électrique).

Ceci revient à poser en principe que **l'énergie est indestructible.** Considérons un système isolé, c'est-à-dire n'effectuant aucun échange de matière ni d'énergie avec ce qui l'entoure. On exprime le principe de la conservation de l'énergie en écrivant que, quelles que soient les transformations subies par le système, **la quantité totale d'énergie contenue dans un système isolé est constante.**

B. — TRANSFORMATIONS D'ÉNERGIE DANS UN CIRCUIT ÉLECTRIQUE.

Montons en série un accumulateur, un interrupteur, une lampe électrique plongée dans l'eau d'un calorimètre, un petit moteur électrique et une cuve à électrolyse contenant de l'eau acidulée (fig. 5). Lorsque le courant passe, on observe que :

1° la lampe chauffe l'eau du calorimètre;

2° le moteur s'échauffe et remonte le poids;

3° l'eau acidulée s'échauffe, en même temps que l'électrolyse fournit de l'hydrogène à la cathode et de l'oxygène à l'anode.

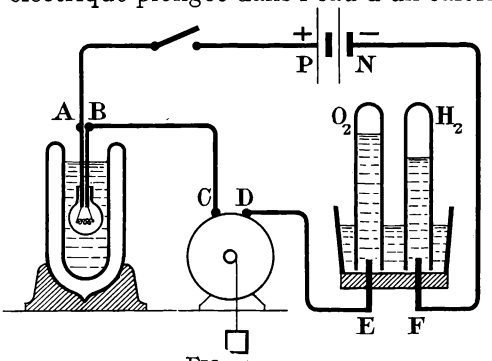


FIG. 5.

6. Interprétation énergétique.

Nous admettrons que le courant résulte d'un écoulement de charges positives dans le sens conventionnel.

Considérons le déplacement d'une charge positive q qui passe du potentiel U_P du pôle positif P au potentiel U_N du pôle négatif N du générateur. A l'instant où cette charge quitte le pôle positif, cette charge peut subir une chute de potentiel $U_P - U_N$ et possède de ce fait l'énergie électrique

$$W = q(U_P - U_N).$$

Lorsqu'elle parvient au pôle négatif, la charge q a perdu son énergie électrique.

L'énergie étant indestructible, il ne peut y avoir simplement disparition de l'énergie W : tout le long du circuit, l'énergie s'est transformée et la somme des quantités d'énergie de formes diverses qui apparaissent doit être égale à W.

a) **Dans le calorimètre,** il apparaît l'**énergie calorifique** W_1 (exprimée en joules).

b) **Dans le moteur,** il apparaît l'**énergie mécanique** W_m et l'**énergie calorifique** W_2.

c) **Dans le voltamètre,** il apparaît l'**énergie chimique** W_{ch} et la quantité d'**énergie calorifique** W_3. (L'énergie chimique appartient au mélange de

l'hydrogène et de l'oxygène qui se produisent au cours de l'électrolyse.)

Écrivons que l'énergie se conserve :

$$(1) \quad W = W_1 + W_m + W_2 + W_{ch} + W_3.$$

L'énergie électrique fournie par le générateur, et transportée par les charges, est égale à la somme des énergies qui apparaissent dans le circuit extérieur au générateur.

REMARQUES. — 1° Nous avons négligé de tenir compte, dans ce qui précède, de la très faible quantité de chaleur qui apparaît dans les fils de connexion.

2° Nous verrons au chapitre XIII que l'énergie contenue dans le générateur (accumulateur) est de l'énergie chimique.

7. Différence de potentiel entre deux points d'un circuit.

Nous avons montré, au chapitre III, § 1, que l'établissement du courant électrique suppose l'existence d'un champ électrique en tout point du circuit conducteur. Une charge q, en mouvement dans le circuit, subit l'action d'une force électrique $\vec{F} = q\vec{E}$. Lorsque cette charge passe d'un point A à un point B, la force $\vec{F}$ produit un travail W; nous admettrons que, comme en Électrostatique, la différence de potentiel entre les points A et B est encore donnée par la formule

$$U_A - U_B = \frac{W}{q}.$$

Que devient le travail de la force électrique?

Si les charges se déplaçaient dans le vide, elles prendraient des vitesses de plus en plus grandes et le travail se convertirait en énergie cinétique. Mais les charges se déplacent au sein de la matière et leur mouvement se trouve gêné par tout un ensemble de forces analogues à des forces de frottement; on montre qu'elles prennent très vite, presqu'instantanément, une très faible vitesse limite, de l'ordre du millimètre par seconde. L'énergie cinétique des charges reste donc négligeable devant le travail produit par la force électrique.

Ce travail se convertit en chaleur (à cause du frottement déjà signalé plus haut), **ou en toute autre forme d'énergie** : énergie mécanique dans un moteur, chimique dans une cuve d'électrolyse, etc.

a) **Calorimètre.** — Le passage de la quantité d'électricité q dans le filament de la lampe s'accompagne de l'apparition de l'**énergie calorifique** W_1 (joules). Il n'apparaît aucune autre forme d'énergie que cette chaleur. La différence de potentiel entre les bornes de l'ampoule est donc

$$(2) \quad U_A - U_B = \frac{W_1}{q}.$$

b) **Moteur.** — Lors du passage de la quantité d'électricité q, il apparaît la **quantité de chaleur** W_2 (joules) et le poids P se soulève d'une hauteur h. Il se produit donc l'**énergie mécanique** $W_m = Ph$. La différence de potentiel entre les bornes du moteur est

$$U_C - U_D = \frac{W_2 + W_m}{q}. \tag{3}$$

c) **Voltamètre.** — Lors du passage de la quantité d'électricité q, il apparaît la **quantité de chaleur** W_3; on recueille alors une certaine quantité de mélange tonnant $\left(H_2 + \frac{1}{2}O_2\right)$ renfermant l'**énergie chimique** W_{ch}. La différence de potentiel entre les bornes du voltamètre est

$$U_E - U_F = \frac{W_3 + W_{ch}}{q}. \tag{4}$$

Plus généralement,

Si le passage d'une quantité d'électricité q entre les points A et B d'un circuit s'accompagne de la libération, sous une forme quelconque, d'une quantité d'énergie W, il existe entre ces deux points une différence de potentiel :

$$\boxed{U_A - U_B = \frac{W}{q}}.$$

Comme en Électrostatique, cette différence de potentiel est exprimée en volts si l'énergie s'exprime en joules et la charge en coulombs.

8. Variation du potentiel le long d'un circuit.

Tout le long du circuit, le travail de la force électrique agissant sur les charges se convertit en énergie libérée dans le milieu extérieur, car tous les conducteurs s'échauffent lors du passage du courant; ceci est vrai aussi pour les fils de connexion, bien que leur échauffement reste faible. Considérons l'écoulement d'une quantité d'électricité positive Q dans le sens conventionnel, du pôle positif P vers le pôle négatif N du générateur. Marquons sur le circuit les points A, B, C, ..., M, et désignons par W_1, W_2, W_3, ..., W_n les quantités d'énergie libérées lors du passage de la charge Q dans les sections PA, AB, BC, ..., MN du circuit (fig. 6).

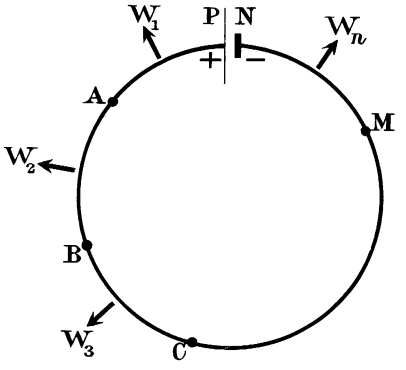


FIG. 6.

Le générateur a produit l'énergie totale W libérée entre les extrémités P et N du circuit extérieur.

D'après la définition de la différence de potentiel entre deux points, nous avons les relations suivantes :

$$U_P - U_A = \frac{W_1}{Q},\quad U_A - U_B = \frac{W_2}{Q},\quad U_B - U_C = \frac{W_3}{Q},\quad \ldots,\quad U_M - U_N = \frac{W_n}{Q}$$

et aussi $U_P - U_N = \frac{W}{Q}$ pour l'ensemble du circuit extérieur au générateur.

Écrivons que l'énergie totale libérée dans toutes les sections du circuit est égale à l'énergie fournie entre P et N par le générateur

$$W = W_1 + W_2 + W_3 + \ldots + W_n.$$

Cette égalité subsiste évidemment lorsque tous ses termes sont divisés par la charge Q; en remplaçant les quotients $\frac{W}{Q}$ par les différences de potentiel correspondantes, il vient

$$U_P - U_N = (U_P - U_A) + (U_A - U_B) + (U_B - U_C) + \ldots + (U_M - U_N).$$

Si l'on divise le circuit extérieur au générateur en un nombre quelconque de parties, la différence de potentiel entre les bornes du générateur est la somme des différences de potentiel partielles qui s'établissent entre les bornes de chaque partie.

Ces différences de potentiel partielles sont toutes positives, puisque les énergies libérées W sont toutes positives et que nous considérons l'écoulement d'une charge Q positive. On en conclut que **le potentiel décroît constamment tout le long du circuit extérieur,** depuis le pôle positif du générateur (point de plus haut potentiel) jusqu'au pôle négatif (point de plus bas potentiel).

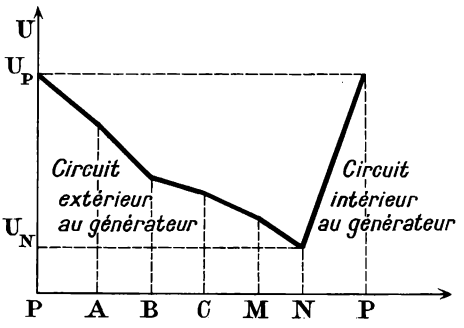


FIG. 7. — Variation du potentiel d'une charge le long du circuit PABCMNP.

Par contre, **à l'intérieur du générateur, le potentiel s'élève du pôle négatif au pôle positif** si l'on continue de parcourir le circuit dans le même sens.

Les charges positives constituant le courant conventionnel se déplacent donc dans **le sens des potentiels décroissants à l'extérieur** du générateur et dans **le sens des potentiels croissants à l'intérieur.**

La figure 7 représente la variation du potentiel d'une charge positive conventionnelle lorsqu'elle parcourt le circuit PABCMNP.

Comme en Électrostatique, les potentiels restent indéterminés. On ne peut définir que des différences de potentiels. Si l'on attribue au pôle négatif du générateur le potentiel zéro (puisque ce point est au plus bas potentiel dans le circuit) tous les autres points de ce circuit sont alors à des potentiels positifs bien déterminés.

9. Puissance dissipée entre deux points d'un circuit.

Par définition, on nomme **puissance dissipée entre deux points d'un circuit l'énergie libérée dans le milieu extérieur entre ces deux points pendant une durée égale à l'unité de temps.**

Maintenons dans le circuit un courant constant d'intensité I pendant une durée t; la quantité d'électricité écoulée est $Q = It$ et, si la différence de potentiel entre les points A et B du circuit est $U_A - U_B$, l'énergie libérée dans le circuit extérieur est

$$W = Q(U_A - U_B) = It(U_A - U_B).$$

La puissance dissipée entre les points A et B est, par définition,

$$\boxed{P = \frac{W}{t} = I(U_A - U_B)}.$$

La puissance dissipée entre deux points d'un circuit est égale au produit de l'intensité du courant par la différence de potentiel qui existe entre ces points.

Dans le système SI, la puissance s'exprime en **watts** (W), la d. d. p. étant exprimée en volts et l'intensité du courant en ampères.

Connaissant la puissance dissipée P entre les points A et B du circuit et l'intensité I du courant, l'expression de la d. d. p. entre les points A et B s'écrit

$$U_A - U_B = \frac{P}{I}.$$

On déduit de cette formule la **définition légale du volt :**

Le volt est la différence de potentiel qui existe entre deux points d'un fil conducteur parcouru par un courant constant de 1 ampère lorsque la puissance dissipée entre ces points est égale à 1 watt.

Exercice 6. — **On maintient pendant 10 minutes un courant constant d'intensité I = 5 A dans un circuit comprenant un fil de ferro-nickel plongé dans un calorimètre contenant 500 grammes d'eau. On observe que la température de l'eau augmente de 12 °C. Déduire de cette expérience la valeur de la différence de potentiel établie entre les extrémités du fil de ferro-nickel, en admettant que l'énergie soit uniquement libérée sous forme de chaleur.**

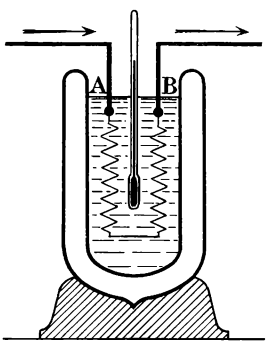


FIG. 8.

Le fil de ferro-nickel, où l'on a maintenu pendant la durée $t = 10$ mn $= 600$ s un courant d'intensité $I = 5$ A, a été traversé par la quantité d'électricité

$$Q = It = 5 \times 600 = 3\,000 \text{ C}.$$

L'énergie cédée à l'eau du calorimètre est de l'énergie calorifique. On sait que la calorie

est la quantité de chaleur nécessaire pour élever de 1°C la température de 1 g d'eau; la quantité de chaleur reçue par l'eau est donc

$$M(\theta_2 - \theta_1) = 500 \times 12 = 6\,000 \text{ calories},$$

soit encore une énergie calorifique :

$$W = 4{,}185 \times 6\,000 = 21\,110 \text{ joules}.$$

La différence de potentiel entre les extrémités A et B du fil de ferro-nickel est

$$U_A - U_B = \frac{W}{Q} = \frac{21\,110}{3\,000} = 7 \text{ volts environ}.$$

Exercice 7. — **Une cuve d'électrolyse contient une solution de soude entre des électrodes de fer. La cathode est recouverte d'une éprouvette graduée remplie de solution au début de l'expérience. A la fin de l'expérience, cette éprouvette contient 224 cm³ d'hydrogène, volume mesuré dans les conditions normales. Calculer la quantité d'électricité qui a traversé l'appareil.**

Au cours de l'électrolyse, la température de la solution s'est élevée de 1,2 °C. On donne la masse de cette solution, M = 400 g, et l'on admet que la chaleur massique de la solution est très voisine de celle de l'eau pure.

On sait que la combustion de l'hydrogène dans l'oxygène donne un dégagement de chaleur de 69 kcal par mole d'eau produite. Sachant que le passage du courant dans la cuve ne s'accompagne d'aucun autre effet que la décomposition de l'eau et l'élévation de la température de la solution, déterminer la différence de potentiel établie entre l'anode et la cathode de cette cuve.

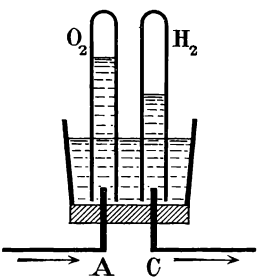


FIG. 9.

Il faut une quantité d'électricité de 96 500 C pour libérer une valence-gramme d'un élément quelconque, c'est-à-dire ici, 1 gramme d'hydrogène occupant un volume de 11 200 cm³ dans les conditions normales. La quantité d'électricité capable de libérer 224 cm³ d'hydrogène dans les conditions normales est donc

$$Q = 96\,500 \times \frac{224}{11\,200} = 1\,930 \text{ C}.$$

L'énergie libérée dans le milieu extérieur est la somme de l'énergie calorifique W_c capable d'échauffer la cuve et de l'énergie chimique W_{ch} du mélange de l'hydrogène et de l'oxygène apparus sur les électrodes. La cuve a reçu $1{,}2 \times 400 = 480$ calories correspondant à l'énergie calorifique $W_c = 4{,}185 \times 480 = 2\,008{,}8$ J, soit environ 2 010 joules.

On sait que l'électrolyse de la soude donne un dégagement d'hydrogène à la cathode et un volume moitié moindre d'oxygène à l'anode. Il s'est donc produit 112 cm³ d'oxygène, soit pour les deux gaz $\frac{224}{22\,400} = \frac{1}{100}$ mole d'hydrogène et $\frac{112}{22\,400} = \frac{1}{200}$ mole d'oxygène.

L'équation de combustion, $H_2 + \frac{1}{2} O_2 \longrightarrow H_2O$ montre, que les gaz obtenus permettent de produire $\frac{1}{100}$ mole d'eau, avec un dégagement de chaleur de $\frac{69\,000}{100} = 690$ calories. On peut dire que l'énergie chimique du mélange équivaut à 690 cal; sa valeur est $W_{ch} = 4{,}185 \times 690 = 2\,888$ joules, soit environ 2 890 joules.

CHAPITRE VI

LOI DE JOULE. RÉSISTANCE ÉLECTRIQUE. LOI D'OHM

Tous les conducteurs s'échauffent lorsqu'ils sont parcourus par un courant électrique. Cet échauffement est nommé **effet Joule.**

1. Étude expérimentale de l'effet Joule.

a) **Montage.** — La figure 1 représente un circuit comprenant un accumulateur, un interrupteur, une bobine réalisée en enroulant sur un support isolant un fil de ferro-nickel d'extrémités B et C, un ampèremètre A et un rhéostat Rh.

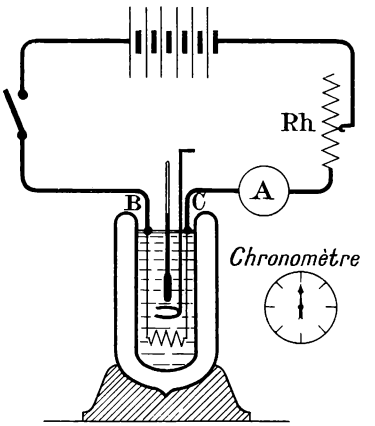


FIG. 1. — Expérience de Joule.

Le fil de ferro-nickel est complètement immergé dans un calorimètre Dewar contenant de l'eau. Si l'on désigne par M la valeur en eau du calorimètre, de l'eau et des accessoires (bobine, thermomètre et agitateur) et si l'on observe une élévation de température $\theta_2 - \theta_1$, on en déduit que le passage du courant dans le fil BC a libéré la quantité de chaleur

$$Q_{(joules)} = 4{,}185\ M\ (\theta_2 - \theta_1),$$

la valeur en eau étant exprimée en grammes et l'élévation de température en degrés Celsius.

La quantité de chaleur Q, proportionnelle à l'élévation de température de l'eau, dépend de la durée t de circulation du courant, de son intensité I et du fil conducteur BC lui-même. Étudions séparément l'influence de la variation de chaque facteur, les autres restant invariants.

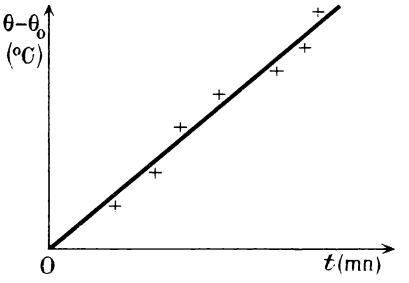


FIG. 2.

b) **Influence de la durée du courant.** — A l'instant $t = 0$, lançons dans le circuit un courant constant (par exemple d'intensité I = 5 A), après avoir noté la température initiale, θ °C, de l'eau. Agitons constamment pendant que le courant passe et notons la température à intervalles de temps égaux (par exemple, de minute en minute). Portons sur un graphique le temps en abscisses et l'élévation de la température en ordonnées. Nous constatons que les points obtenus sont alignés le long d'une droite passant par l'origine (fig. 2). L'élévation de la température de l'eau étant proportionnelle au temps, nous pouvons conclure que **la quantité de chaleur libérée dans un conducteur déterminé, lors du passage d'un courant d'intensité constante, est proportionnelle au temps.**

c) **Influence de l'intensité du courant.** — Effectuons successivement plusieurs expériences de même durée t (par exemple $t = 5$ mn), en donnant au courant des intensités croissantes : I = 1 A, 2 A, 3 A, ... Pour chacune de ces expériences, notons sur un tableau l'intensité I, l'élévation de la température $(\theta_2 - \theta_1)$ °C et portons ces valeurs sur un graphique comme l'indique la figure 3. La courbe obtenue présente l'aspect d'un arc de parabole, ce qui suggère l'existence d'une loi de la forme $\theta_2 - \theta_1 = kI^2$.

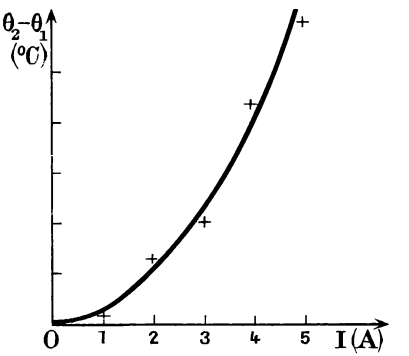


FIG. 3. — Courbe d'allure parabolique.

Pour vérifier cette hypothèse, traçons un second graphique en portant l'intensité en abscisses et, en ordonnées, le rapport

$$k = \frac{\theta_2 - \theta_1}{I^2}.$$

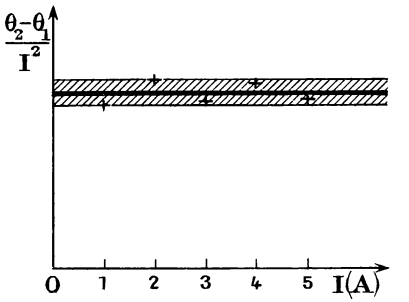


FIG. 4. — Le terme $\frac{\theta_2 - \theta_1}{I^2}$ est sensiblement constant.

Nous constatons (fig. 4) que les points obtenus restent à l'intérieur d'une bande parallèle à l'axe des I, sans que l'on puisse observer de tendance à l'accroissement ou à la diminution de la valeur de k.

Nous pouvons conclure que **les quantités de chaleur dégagées dans le même fil conducteur pendant des expériences de même durée sont proportionnelles au carré de l'intensité du courant.**

d) **Influence de la forme donnée au fil conducteur. —** Recommençons les expériences précédentes après avoir enroulé le fil de ferro-nickel sur un autre support isolant (bande plate de plexiglass, ou bobine de diamètre différent). Nous constatons que **la quantité de chaleur produite par le passage du courant est indépendante de la forme que l'on donne au fil conducteur.** Cette quantité de chaleur, proportionnelle à la durée t et au carré de l'intensité I du courant, s'exprime donc par une loi de la forme

$$Q = RI^2t,$$

la constante R pouvant dépendre du choix du fil BC, mais restant indépendante de la forme donnée à ce fil.

e) **Influence du choix du fil conducteur. —** Effectuons deux expériences de même durée t en donnant au courant la même intensité I, la première avec le fil de ferro-nickel précédent, la seconde en remplaçant ce fil par un autre fil de nature, de longueur et de section différentes.

Dans les deux cas, notons l'élévation de la température de l'eau et calculons, en joules, la quantité de chaleur reçue par le calorimètre :

$$Q = 4{,}185\ M\ (\theta_2 - \theta_1) \qquad \text{et} \qquad Q' = 4{,}185\ M\ (\theta'_2 - \theta'_1).$$

(Nous admettrons que le changement de fil ne modifie pas sensiblement la valeur en eau du système, du fait de la faible masse de ces fils.)

Nous constatons que nous obtenons deux valeurs différentes de la constante de proportionnalité R :

$$\frac{Q}{I^2t} \qquad \text{et} \qquad \frac{Q'}{I^2t}.$$

La constante R dépend donc du fil conducteur utilisé.

2. Résistance électrique d'un conducteur.

Nous avons signalé, au chapitre V (B, § 7), que les charges en mouvement dans un conducteur subissent l'action de forces résistantes analogues à des frottements en circulant entre les particules fixes formant le réseau cristallin du métal. Ces frottements sont à l'origine de la production de chaleur dans le fil lors du passage du courant.

Nous avons vu, au paragraphe précédent, que, pour une intensité donnée et pendant un temps donné, la quantité de chaleur produite dépend de la constante R caractéristique du fil. Si le fil oppose une grande résistance au déplacement des charges, la quantité de chaleur produite est grande, et le calcul indique une grande valeur de R. Inversement, si le fil oppose une faible résistance au passage des charges, il se produit peu de chaleur et la valeur de la constante R est petite.

La constante R caractérise donc la résistance opposée par le fil au passage du courant ; on la nomme **résistance électrique** (ou, plus simplement, **résistance**) du fil conducteur.

La formule $R = \frac{Q}{I^2t}$ permet de définir l'**ohm** (Ω), unité de résistance

électrique. En effet, si Q = 1 joule, I = 1 ampère et t = 1 seconde, nous obtenons l'unité de résistance électrique R = 1 ohm.

L'ohm est la résistance d'un conducteur qui est le siège d'un dégagement de chaleur égal à 1 joule lorsqu'il est parcouru pendant 1 seconde par un courant constant d'intensité égale à 1 ampère.

La définition légale de l'ohm sera donnée au § 4 du présent chapitre.

3. Énoncé de la loi de Joule.

Les résultats obtenus aux paragraphes précédents sont résumés dans la loi de Joule :

La quantité de chaleur produite dans un fil conducteur est proportionnelle à la résistance électrique du conducteur, au carré de l'intensité du courant et à la durée du passage du courant dans le conducteur.

L'expression de cette quantité de chaleur est :
a) en joules,

$$\boxed{Q\ (\text{joules}) = RI^2t}\ ;$$

b) en calories,

$$\boxed{Q\ (\text{calories}) = \frac{1}{4{,}185} RI^2t}\ .$$

Exercice 8. — **Un fil conducteur est plongé dans l'eau contenue dans un calorimètre. La valeur en eau du système est M = 480 grammes. Le fil est traversé par un courant d'intensité I = 5 A pendant une durée t = 3 mn 20 s et la température de l'eau s'élève de 3 °C. Calculer la résistance de ce fil conducteur.**

Le système (calorimètre, eau et accessoires) de valeur en eau M = 480 g a reçu la quantité de chaleur

$$Q = M(\theta_2 - \theta_1) = 480 \times 3 = 1\,440 \text{ cal.}$$

D'après la loi de Joule, connaissant Q (cal), I = 5 A et t = 3 mn 20 s, soit t = 200 s, nous pouvons calculer la résistance R du conducteur :

$$R = \frac{4{,}185\,Q}{I^2t} = \frac{4{,}185 \times 1\,440}{25 \times 200} = 1{,}2\ \Omega.$$

4. Loi d'Ohm.

Un fil conducteur AB, de résistance R, parcouru pendant la durée t par un courant d'intensité constante I, est le siège d'un dégagement de chaleur donné par la loi de Joule :

$$Q\ (\text{joules}) = RI^2t.$$

Dans le fil AB, le travail de la force électrique agissant sur les charges en mouvement se convertit exclusivement en chaleur : il n'apparaît aucune autre forme d'énergie. On dit que le fil conducteur est une résistance pure, ou **résistance morte.** (Sur les schémas, une résistance morte non négligeable se représente par une ligne brisée : fig. 5.)

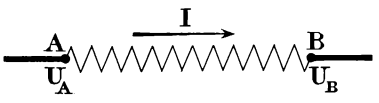


FIG. 5.

La circulation dans le fil AB de la quantité d'électricité $q = It$ s'accompagne de la libération dans le milieu extérieur de l'énergie calorifique Q. D'après la définition donnée au chapitre V (B, § 7), la différence de potentiel entre les extrémités A et B du conducteur est

$$U_A - U_B = \frac{Q}{It} = \frac{RI^2t}{It},$$

soit

$$\boxed{U_A - U_B = RI}.$$

Nous pouvons énoncer la **loi d'Ohm : la différence de potentiel entre les extrémités d'une résistance morte parcourue par un courant d'intensité constante est égale au produit de la résistance du conducteur par l'intensité du courant.**

La résistance d'un conducteur est donc donnée par le quotient de la différence de potentiel existant entre ses bornes par l'intensité du courant qui le traverse : $R = \frac{U_A - U_B}{I}$. En particulier, si la différence de potentiel est égale à 1 volt pour une intensité de 1 ampère, la résistance du conducteur est égale à 1 ohm. On en déduit la **définition légale de l'ohm :**

L'ohm est la résistance électrique qui existe entre deux points d'un fil conducteur lorsqu'une différence de potentiel de 1 volt, appliquée entre ces deux points, produit dans ce conducteur un courant de 1 ampère, le dit conducteur n'étant le siège d'aucune force électromotrice.

NOTA. — Nous verrons au chapitre X que l'existence d'une force électromotrice s'accompagne d'une transformation d'énergie électrique en énergie mécanique ou chimique. Cette précision indique donc que, dans le fil, l'énergie électrique doit se convertir exclusivement en chaleur pour que les conditions de la définition soient remplies.

5. Puissance dissipée dans une résistance morte.

Pendant la durée t, le passage d'un courant constant d'intensité I libère l'énergie calorifique Q(joules) $= RI^2t$.

La puissance dissipée, égale à l'énergie libérée pendant l'unité de temps, est donc

$$P = \frac{RI^2t}{t},$$

soit $\boxed{P(\text{watts}) = RI^2}$.

L'expression de la loi d'Ohm, $U_A - U_B = RI$, montre que cette puissance peut s'écrire également de la façon suivante :

$$P = RI.I = I(U_A - U_B).$$

La formule $P = RI^2$, valable uniquement dans le cas d'une résistance morte, représente donc un cas particulier de l'expression générale de la puissance, obtenue au chapitre V (B, § 9).

6. Résistances mortes montées en série.

Les résistances mortes R_1, R_2 et R_3, montées en série entre les pôles A et D d'un générateur, sont traversées par le même courant d'intensité I (fig. 6).

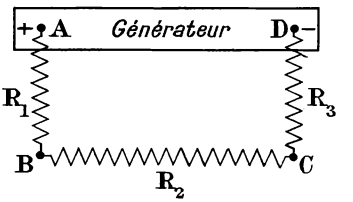


FIG. 6.

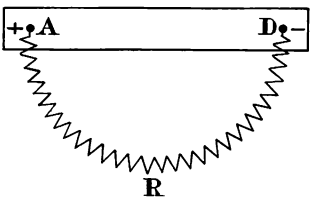


FIG. 7.

D'après la loi d'Ohm, les différences de potentiel entre les extrémités A et B, B et C, C et D de ces résistances sont :

$$U_A - U_B = R_1 I,$$
$$U_B - U_C = R_2 I,$$
$$U_C - U_D = R_3 I.$$

Nous avons vu au chapitre V (B, § 8) que la différence de potentiel $U_A - U_D$ entre les bornes du générateur est égale à la somme des différences de potentiel qui s'établissent entre les diverses parties du circuit extérieur :

$$U_A - U_D = (U_A - U_B) + (U_B - U_C) + (U_C - U_D),$$

soit $$U_A - U_D = R_1 I + R_2 I + R_3 I = (R_1 + R_2 + R_3)I.$$

Tout se passe comme si nous avions réuni les bornes du générateur par un conducteur unique de résistance

$$R = R_1 + R_2 + R_3.$$

En effet, pour ce conducteur, la loi d'Ohm serait encore vérifiée, puisque nous avons la relation

$$U_A - U_D = (R_1 + R_2 + R_3)I = RI.$$

Le conducteur unique, de résistance R, capable de remplacer les résistances mortes R_1, R_2 et R_3 montées en série sans modifier ni l'intensité du courant ni la différence de potentiel entre les points A et D, se nomme **résistance équivalente** (fig. 7).

Plus généralement, **la résistance équivalente à plusieurs résistances mortes montées en série est une résistance unique égale à la somme des résistances constituant la série :**

$$\boxed{R = R_1 + R_2 + \ldots + R_n}.$$

Si nous multiplions tous les termes de l'égalité précédente par le carré I^2 de l'intensité du courant, nous pouvons écrire

$$RI^2 = R_1I^2 + R_2I^2 + \ldots + R_nI^2.$$

La puissance dissipée en chaleur dans la résistance équivalente est égale à la somme des puissances dissipées dans chacune des résistances constituant la série.

Nous voyons que le remplacement d'une série de résistances mortes par la résistance équivalente ne modifie ni la tension aux bornes de la série, ni l'intensité du courant, ni la puissance totale dissipée.

7. Applications.

Nous étudierons le rhéostat à plots et la boîte de résistances.

a) **Rhéostat à plots (fig. 8).** — Le courant pénètre par l'axe O de la manette et sort de l'appareil par le plot F. (Si la manette est en contact avec le plot mort M, le courant est coupé; l'appareil sert donc aussi d'interrupteur.) Les plots A, B, C, D, E, F sont réunis par des résistances mortes, généralement de valeurs égales, par exemple 5 ohms. La résistance offerte par l'appareil est égale à la somme des résistances effectivement traversées par le courant. Par exemple, si la manette est en contact avec le plot C, les résistances traversées par le courant sont CD, DE et EF et l'appareil présente une résistance de $5 \times 3 = 15$ ohms.

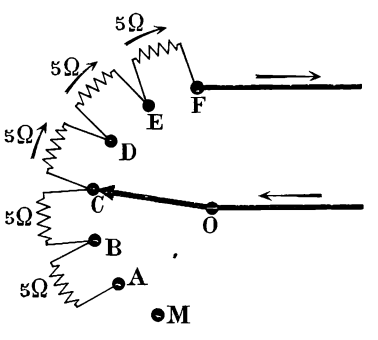


FIG. 8. — Rhéostat à plots.

Selon les positions de la manette, nous avons donc R = 25, 20, 15, 10, 5 ohms, ou une résistance nulle (négligeable) si la manette est en F.

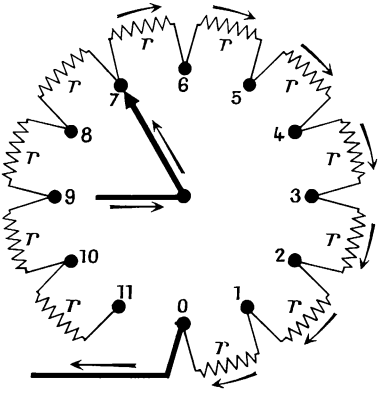


FIG. 9.

b) **Boîtes de résistances (fig. 9). —** Les boîtes de résistances, dites boîtes à décades ou à tourelle, sont construites sur le modèle du rhéostat à plots. Le courant pénètre encore par l'axe de la manette et il sort de la boîte par le plot marqué zéro. Deux plots consécutifs sont réunis par une résistance morte r **construite très exactement.** (Il n'existe pas de résistance r entre le plot 11 et le plot 0.) Si la manette est en contact avec le plot 7, par exemple, la résistance de la boîte est $7r$. Plus généralement, **on obtient la résistance présentée par la boîte en multipliant la valeur de la résistance r par le numéro du plot en contact avec la manette.**

Selon les boîtes, la valeur de la résistance r est 0,1, 1, 10, 100, 1 000 ... ohms.

Une boîte, telle que $r = 10\ \Omega$, peut donner toutes les résistances, de 10 en 10 ohms, de 0 à 110 ohms.

Exercice 9. — La résistance r située entre deux plots consécutifs d'une boîte de résistances à tourelle est égale à $10\ \Omega$. La manette est en contact avec le plot n° 9. Dans ces conditions, la boîte est parcourue par un courant d'intensité $I = 0{,}2$ A. On demande de déterminer :

a) la différence de potentiel entre les bornes de la boîte;
b) la différence de potentiel entre deux plots consécutifs;
c) la puissance dissipée dans chaque résistance r.

a) Dans la boîte, le courant entre par la manette et le plot n° 9 et sort par le plot n° 0 après avoir traversé 9 résistances r montées en série.

La boîte offre donc la résistance totale $R = 9r = 90\ \Omega$.

La différence de potentiel entre ses bornes est donnée par la loi d'Ohm :

$$U_9 - U_0 = 9rI = RI = 90 \times 0{,}2 = 18\ V.$$

b) Considérons la résistance r située entre les plots n et $n + 1$; lorsque cette résistance est parcourue par le courant I, elle présente entre ses bornes la différence de potentiel

$$U_{n+1} - U_n = rI = 10 \times 0{,}2 = 2\ V.$$

c) La puissance dissipée dans une résistance r peut être calculée par la formule donnant l'expression générale de la puissance :

$$P = I\,(U_{n+1} - U_n) = 0{,}2 \times 2 = 0{,}4\ W.$$

On peut aussi la calculer à l'aide de la formule valable pour une résistance morte :

$$P = rI^2 = 10 \times (0{,}2)^2 = 10 \times 0{,}04 = 0{,}4\ W.$$

RÉSUMÉ

L'ohm est la résistance d'un conducteur qui est le siège d'un dégagement de chaleur égal à 1 joule lorsqu'il est parcouru pendant 1 seconde par un courant constant d'intensité égale à 1 ampère.

La quantité de chaleur produite dans un fil conducteur est proportionnelle à la résistance électrique du conducteur, au carré de l'intensité du courant et à la durée du passage du courant dans le conducteur. L'expression de cette quantité de chaleur est

$$Q \text{ (joules)} = RI^2 t; \qquad Q \text{ (calories)} = \frac{1}{4,185} RI^2 t.$$

La différence de potentiel entre les extrémités d'une résistance morte parcourue par un courant d'intensité constante est égale au produit de la résistance du conducteur par l'intensité du courant :

$$U_A - U_B = RI.$$

L'ohm est la résistance électrique qui existe entre deux points d'un fil conducteur lorsqu'une différence de potentiel de 1 volt, appliquée entre ces points, produit dans ce conducteur un courant de 1 ampère, le dit conducteur n'étant le siège d'aucune force électromotrice.

La puissance dissipée dans un conducteur de résistance R parcouru par un courant d'intensité I est $P = RI^2$, si ce conducteur se réduit à une résistance morte, n'ayant d'autre effet que de convertir l'énergie électrique en chaleur.

Plusieurs résistances mortes montées en série équivalent à une résistance morte unique égale à la somme des résistances placées en série :

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n.$$

Exercices.

1. — Pendant combien de temps un courant de 3 ampères doit-il passer dans un fil de résistance 100 ohms pour que l'on obtienne un dégagement de chaleur de 270 000 joules?

Cette quantité de chaleur est cédée à une masse d'eau de 1 kilogramme, initialement à 10 °C. Quelle est la température finale de l'eau?

Rép. : 5 mn. 74,5 °C.

2. — Un fil de résistance inconnue R est plongé dans un calorimètre de valeur en eau négligeable contenant 500 g de pétrole de chaleur massique 0,5 $cal.g^{-1}.{}^{\circ}C^{-1}$. Le passage, pendant 13 mn 56 s, d'un courant constant d'intensité égale à 2 A produit une élévation de température du pétrole de 10 °C.

On demande de déterminer : 1° la résistance du fil, sachant que 1 cal = 4,18 J;
2° la d.d.p. établie entre les extrémités de ce fil.

Rép. : 1° R = 3,125 ohms; 2° U = 6,25 V.

3. — Un moteur fournit une puissance mécanique de 1 ch (736W) lorsqu'on le fait tourner en appliquant entre ses bornes une différence de potentiel de 220 V. Il est alors parcouru par un courant d'intensité I = 4 A.

On bloque le moteur, qui ne produit plus aucun travail et se conduit alors dans le circuit comme un simple conducteur. Pour maintenir une intensité de 4 A, il suffit d'établir entre les bornes une d.d.p. de 20 V. On demande de calculer :

1° la résistance des conducteurs constituant le circuit intérieur du moteur;

2° la perte de puissance par effet Joule en fonctionnement normal;

3° la perte de puissance due, en fonctionnement normal, à toutes les autres causes de pertes.

Rép. : 1° 5 ohms; 2° 80 W; 3° 64 W.

4. — Un rhéostat à plots est formé de 10 résistances égales de valeur $r = 2$ ohms, montées en série à la suite les unes des autres. Il comporte 11 plots actifs, numérotés de 0 à 10, et un plot mort portant le numéro 11. Lorsque le curseur est en contact avec le plot 0, la résistance du rhéostat est nulle, toutes les résistances r étant hors circuit.

Le rhéostat est monté en série avec une résistance fixe $R = 10$ ohms et l'on établit, entre les bornes de la série, une d.d.p. constante $U = 30$ V.

a) Faire un schéma du rhéostat indiquant la disposition des plots.

b) Le curseur étant en contact avec le plot de rang n, exprimer en fonction de U, R, r et n l'intensité du courant. *Application :* $n = 5$.

c) Exprimer en fonction de n la puissance dissipée dans le rhéostat. Montrer que cette puissance passe par un maximum pour une valeur de n, que l'on déterminera, et calculer cette puissance maximale.

Rép. : *a*) Voir le schéma de la page 79.

b) $I = \dfrac{U}{R + n\,r}$; si $n = 5$, $I = 1,5$ A.

c) $P = \dfrac{2\,n \times 900}{(10 + 2\,n)^2} = \dfrac{900}{\left(\dfrac{10}{\sqrt{2\,n}} + \sqrt{2\,n}\right)^2}$; si $n = 5$, $P_{max} = 22,5$ W.

CHAPITRE VII

RÉSISTANCE D'UN CONDUCTEUR CYLINDRIQUE HOMOGÈNE

Montons en série, dans le même circuit, un accumulateur, un interrupteur, un rhéostat, un ampèremètre et quatre résistances, R_1, R_2, R_3 et R_4,

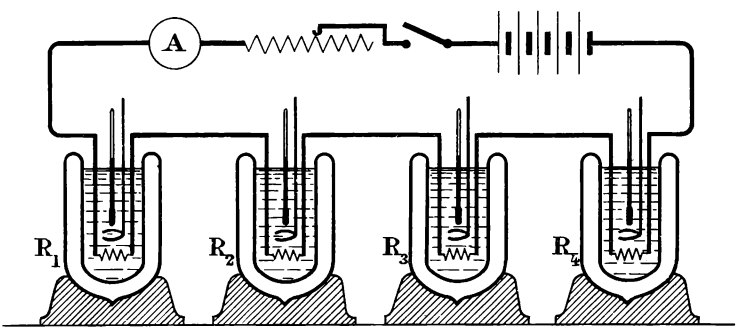


FIG. 1.

plongées dans quatre vases Dewar identiques contenant la même quantité d'eau, des thermomètres et des agitateurs aussi semblables que possible.

Le tableau ci-dessous présente les caractéristiques des résistances plongées dans les calorimètres :

	longueur	diamètre	nature
R_1	2 mètres	0,5 mm	ferro-nickel
R_2	1 mètre	0,5 mm	ferro-nickel
R_3	2 mètres	1 mm	ferro-nickel
R_4	2 mètres	0,5 mm	maillechort

Initialement, tous les calorimètres sont à la même température, θ_0 °C.

Laissons passer le courant d'intensité I pendant la durée t en agitant constamment et notons les températures finales θ_1 °C, θ_2 °C, θ_3 °C et θ_4 °C.

Les quatre résistances ont été traversées pendant le même temps par le même courant. D'après l'expression de la loi de Joule $Q = RI^2t$ (joules), les quantités de chaleur produites et les élévations de température respectives des calorimètres sont proportionnelles aux résistances qui y sont plongées :

$$\frac{\theta_1 - \theta_0}{R_1} = \frac{\theta_2 - \theta_0}{R_2} = \frac{\theta_3 - \theta_0}{R_3} = \frac{\theta_4 - \theta_0}{R_4}.$$

Nous avons ainsi le moyen de comparer ces résistances entre elles.

1. Résultats. — Seconde loi d'Ohm.

a) **Comparons R_1 et R_2.** — Les deux fils sont de même diamètre et de même nature. Nous constatons que le fil de longueur 2 m donne une élévation de température sensiblement égale au double de celle donnée par le fil dont la longueur est 1 m.

Les résistances de deux fils de même nature et de même section sont proportionnelles à leurs longueurs :

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1}.$$

b) **Comparons R_1 et R_3.** — Les deux fils sont de même longueur et de même nature. Nous constatons que le fil de diamètre 1 mm donne une élévation de température sensiblement quatre fois plus faible que celle donnée par le fil dont le diamètre est 0,5 mm.

Les résistances de deux fils de même nature et de même longueur sont inversement proportionnelles aux carrés de leurs diamètres, c'est-à-dire inversement proportionnelles à leurs sections :

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{d_3^2}{d_1^2} = \frac{S_3}{S_1}.$$

c) **Comparons R_1 et R_4.** — Les deux fils ont même longueur et même section et diffèrent par leurs natures. Nous constatons que le fil de ferro-nickel donne une élévation de température plus de deux fois supérieure à celle que produit le fil de maillechort.

d) Nous pouvons résumer les résultats précédents en énonçant la seconde loi d'Ohm :

La résistance d'un conducteur cylindrique homogène dépend de la nature du conducteur. Elle est proportionnelle à la longueur et inversement proportionnelle à la section du fil :

$$\boxed{R = \rho \frac{L}{S}},$$

ρ étant une constante dépendant des unités et de la nature du conducteur.

2. Résistivité.

Dans le système international, nous devons exprimer la longueur en mètres, la section du fil en mètres carrés et la résistance en ohms.

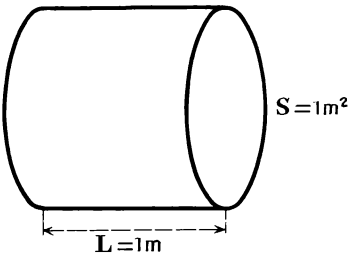


FIG. 2.

Les unités étant choisies, la constante ρ ne dépend plus que de la nature du conducteur : on la nomme **résistivité** de la matière constituant le conducteur.

Imaginons un conducteur de longueur $L = 1$ m et de section $S = 1$ m² (fig. 2). L'application de la formule $R = \rho\frac{L}{S}$ donne ici $R = \rho$.

La résistivité d'une substance mesure donc la résistance électrique offerte par un conducteur cylindrique taillé dans cette substance, de longueur et de section égales à l'unité (1 m et 1 m² dans le système SI).

La formule $\rho = \frac{RS}{L}$ montre que l'unité de résistivité est **l'ohm.mètre** (Ωm).

3. Variation de la résistivité avec la température.

a) **Métaux et alliages.** — La résistivité croît quand la température s'élève. **Si l'élévation de température n'est pas trop grande, la résistivité est une fonction linéaire de la température Celsius :**

$$\rho = \rho_0(1 + at),$$

le terme ρ_0 désignant la résistivité à 0 °C, le coefficient a, caractéristique de la substance étant nommé **coefficient de température.**

Le coefficient de température des métaux purs est voisin de 4×10^{-3}, ou 0,004.

Le coefficient de température d'un alliage est généralement plus faible que celui des métaux qui le composent.

b) **Électrolytes.** — On vérifie que la résistivité d'un électrolyte diminue quand la température s'élève. On conserve la formule

$$\rho = \rho_0(1 + at),$$

mais **le coefficient de température est un nombre négatif.**

On interprète cette diminution de la résistivité en considérant que la viscosité du liquide diminue quand sa température s'élève : les ions porteurs des charges se meuvent plus librement et le liquide devient meilleur conducteur.

Donnons les valeurs des résistivités et des coefficients de température de quelques substances usuelles :

CONDUCTEUR	ρ (Ωm) (à 10 °C)	a
Argent	$1{,}63 \times 10^{-8}$	$3{,}8 \times 10^{-3}$
Cuivre (recuit)	$1{,}72 \times 10^{-8}$	$4{,}1 \times 10^{-3}$
Aluminium	$2{,}82 \times 10^{-8}$	4×10^{-3}
Nickel	$8{,}7 \times 10^{-8}$	$4{,}7 \times 10^{-3}$
Fer	$9{,}6 \times 10^{-8}$	$5{,}5 \times 10^{-3}$
Plomb	$2{,}2 \times 10^{-7}$	$4{,}2 \times 10^{-3}$
Mercure	$9{,}5 \times 10^{-7}$	$0{,}9 \times 10^{-3}$
Maillechort (60 % Cu, 25 % Zn, 15 % Ni)	3×10^{-7}	$3{,}6 \times 10^{-4}$
Manganine (84 % Cu, 12 % Mn, 4 % Ni)	$4{,}47 \times 10^{-7}$	≈ 0
Constantan (55 % Cu, 45 % Ni)	$4{,}9 \times 10^{-7}$	≈ 0
Ferro-nickel (75 % Fe, 25 % Ni)	8×10^{-7}	9×10^{-4}
Nichrome (65 % Ni, 12 % Cr, 23 % Fe)	$1{,}12 \times 10^{-6}$	$1{,}7 \times 10^{-4}$
Graphite	5×10^{-5}	-3×10^{-4}
Solution H_2SO_4 (5 %)	$4{,}8 \times 10^{-2}$	-2×10^{-2}
Solution $CuSO_4$ (5 %)	2×10^{-1}	-2×10^{-2}

Ce tableau montre que les métaux bons conducteurs de l'électricité, c'est-à-dire possédant une faible résistivité (Ag, Cu, Al), sont aussi les métaux bons conducteurs de la chaleur.

Les alliages ont des résistivités beaucoup plus grandes que les métaux purs qui les composent; par exemple, les résistivités du fer et du nickel sont respectivement $9{,}6 \times 10^{-8}$ et $8{,}7 \times 10^{-8}$ Ωm tandis que celle du ferro-nickel est 8×10^{-7}, ou 80×10^{-8} Ωm.

c) **Semi-conducteurs.** — Certains solides (carbone, silicium, sélénium, germanium), possèdent à 0 °C, une grande résistivité qui diminue très vite lorsque la température s'élève.

Ces substances appelées **semi-conducteurs** sont utilisées pour fabriquer des **thermistances,** résistances très sensibles aux variations de la température, que l'on utilise en thermométrie.

La résistivité des semi-conducteurs peut également varier en fonction de l'éclairement qu'ils reçoivent (cellules photo-conductrices).

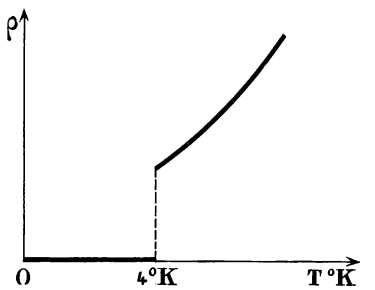


FIG. 3. — Supraconductivité de l'étain.

d) **Supraconductivité.** — La résistivité de certains métaux (plomb, étain, zinc) devient pratiquement nulle au voisinage du zéro absolu (— 273,15 degrés Kelvin) : on dit que le métal devient **supraconducteur.**

La température au-dessous de la-

quelle se manifeste le phénomène de supraconductivité dépend du métal choisi :

Exemples : étain $T \leqslant 4$ °K, (fig. 3).
plomb $T \leqslant 7$ °K.

On étudie la supraconductivité en plongeant le métal dans l'hélium liquide.

Exercice 10. — *a*) Calculer la résistance, à 0 °C, d'une bobine de fil de cuivre isolé comportant $N = 1\,000$ spires de diamètre $D_0 = 10$ cm, le diamètre du fil étant $d_0 = 0{,}5$ mm et la résistivité du cuivre à 0 °C étant $\rho_0 = 1{,}6.10^{-8}\,\Omega$m.

b) Le coefficient de température du cuivre est $a = 4.10^{-3}$ et son coefficient de dilatation linéaire est $\lambda = 16.10^{-6}$. Calculer la résistance de la bobine à 200 °C.

a) La longueur du fil bobiné est $L_0 = \pi D_0 N$ à 0 °C; sa section, à la même température, est $S_0 = \pi \frac{d_0^2}{4}$.

D'après la seconde loi d'Ohm, la résistance de ce fil est, à 0 °C,

$$R_0 = \rho_0 \frac{L_0}{S_0} = \rho_0 \frac{\pi D_0 N \times 4}{\pi d_0^2} = \frac{4\,\rho_0 D_0 N}{d_0^2}.$$

Avec $\rho_0 = 1{,}6.10^{-8}\,\Omega$m, $D_0 = 0{,}1$ m, $d_0 = 5 \times 10^{-4}$ m et $N = 10^3$, il vient

$$R_0 = \frac{4 \times 1{,}6 \times 10^{-8} \times 10^{-1} \times 10^3}{25 \times 10^{-8}} = 25{,}6 \text{ ohms}.$$

b) A la température $t = 200$ °C, la résistivité du cuivre devient

$$\rho = \rho_0 (1 + at),$$

le diamètre de chaque spire devient $D = D_0 (1 + \lambda t)$ et le diamètre du fil de cuivre est $d = d_0 (1 + \lambda t)$.

La seconde loi d'Ohm permet encore de calculer la résistance R de la bobine :

$$R = \rho \frac{L}{S} = \frac{4\,\rho DN}{d^2} = \frac{4\,\rho_0 D_0 N}{d_0^2} \cdot \frac{(1 + at)(1 + \lambda t)}{(1 + \lambda t)^2} = R_0 \frac{1 + at}{1 + \lambda t}.$$

L'application de la formule d'approximation $\frac{1}{1 + \varepsilon} \approx 1 - \varepsilon$ permet d'écrire $R \approx R_0 (1 + at)(1 - \lambda t)$.

En effectuant les produits indiqués et en négligeant le terme $a\lambda t^2$, nous obtenons l'expression approchée suivante :

$$R = R_0 [1 + (a - \lambda) t].$$

Avec $a - \lambda = (4\,000 - 16) \times 10^{-6} = 3{,}984.10^{-3}$, il vient

$$R = 25{,}6 (1 + 3{,}984.10^{-3} \times 200) = 46 \text{ ohms}.$$

NOTA. — On obtient pratiquement le même résultat, à la précision des mesures courantes, en négligeant λ devant a et en écrivant simplement

$$R \approx R_0 (1 + at).$$

4. Applications de la seconde loi d'Ohm.

Les mesures précises de résistances se font par comparaison avec des résistances étalonnées. En particulier, on a réalisé l'ohm-étalon :

a) **Ohm-étalon.**

L'ohm est représenté par la résistance à 0 °C d'une colonne cylindrique de mercure de longueur égale à 106,300 cm et de masse égale à 14,452 1 grammes (fig. 4).

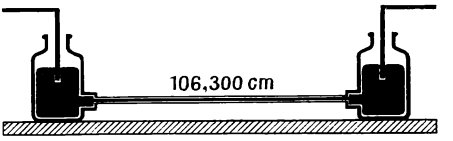


FIG. 4. — Ohm étalon.

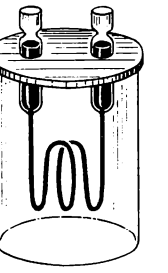


FIG. 5. — Copie de l'ohm.

(Cette masse, dont la détermination peut être effectuée avec une grande précision, correspond à une section de 1 mm².)

Des copies de l'ohm de formes diverses ont été établies (fig. 5). Des multiples et des sous-multiples décimaux de l'ohm sont constitués par des fils de manganine isolés dans la paraffine.

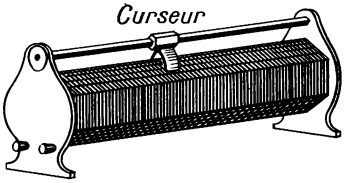


FIG. 6.

b) **Rhéostat à curseur.** — Un fil de nichrome ou de ferro-nickel est enroulé en forme de bobine sur un support isolant (stéatite, porcelaine couverte d'amiante). Un curseur frotte sur la bobine et permet de faire varier la résistance en modifiant la longueur du fil traversé par le courant (fig. 6).

RÉSUMÉ

La résistance d'un conducteur cylindrique homogène est proportionnelle à la longueur du conducteur et inversement proportionnelle à l'aire de sa section. Elle dépend de la nature du conducteur :

$$R = \rho \frac{L}{S}.$$

Le coefficient de proportionnalité, ρ, est la résistivité de la substance formant le conducteur. La résistivité, qui s'exprime en ohm.mètre (Ωm) dans le système international, mesure la résistance électrique offerte par un conducteur

cylindrique taillé dans cette substance, de longueur et de section égales à l'unité (1 m et 1 m^2 dans le système SI).

La résistivité d'un métal ou d'un alliage croît quand la température s'élève. Si l'élévation de température n'est pas trop grande, la résistivité est une fonction linéaire de la température : $\rho = \rho_0 (1 + at)$.

Le coefficient de température a est voisin de 0,004 pour les métaux purs. La résistivité d'un électrolyte diminue quand la température s'élève. Le coefficient de température est alors un nombre négatif.

La résistivité de certains métaux (plomb, étain, zinc) devient pratiquement nulle au voisinage du zéro absolu : on dit que le métal devient supraconducteur.

Exercices.

1. — Un fil métallique, cylindrique, de section constante a une longueur AB = 2,005 mètres, un diamètre d = 0,82 millimètre, une résistance R = 3,00 ohms. Il est fait d'un alliage homogène, dont on demande de calculer la résistivité.

Rép. : $79 \times 10^{-8}\ \Omega$m.

2. — Un fil de manganine (alliage cuivre-nickel-manganèse), de résistivité 40.10^{-8} ohm-mètre, a une longueur de 2 mètres; son diamètre est 1 millimètre. Calculer sa résistance.

Rép. : 1 ohm.

3. — 1° On a un fil de manganine de diamètre 0,5 mm et de résistivité $\rho = 40.10^{-8}\ \Omega$m. Calculer sa résistance par mètre à 0,1 ohm près.

2° 50 cm de ce fil constituent une portion d'un circuit électrique plongeant dans un calorimètre de capacité calorifique négligeable contenant 500 g de pétrole (chaleur massique : 0,5 cal. g^{-1}. $°C^{-1}$).

L'intensité qui le traverse étant 2,5 A, quelle est l'élévation de température observée dans le calorimètre en 15 minutes?

Rép. : 1° 2,0 ohms. 2° 5,37 °C.

4. — On maintient entre deux points A et B une différence de potentiel de 20 volts. On place en série, entre A et B, deux résistances, x et y; on constate que l'intensité, I, est égale à 1 ampère. On remplace y par une résistance faite à l'aide du même alliage, de même longueur mais de diamètre deux fois plus grand. On constate que l'intensité, I', est maintenant 2,5 ampères. Calculer x et y.

On remplace y par une résistance z de même longueur, de même diamètre mais constituée par un alliage de résistivité deux fois plus petite que celle de la résistance y. Quelle est l'intensité qui passe dans les résistances x et z en série?

Rép. : $x = 4\Omega$, $y = 16\Omega$, 1,67 A.

5. — 1° Une bobine est constituée par 800 spires circulaires de 10 cm de diamètre, en fil de cuivre de diamètre 0,2 mm, à 0 °C.

Quelle est sa résistance R_0, sachant que la résistivité du cuivre est $1,7 \times 10^{-8}\ \Omega$m à 0 °C?

2° Que devient cette résistance si la bobine est portée à 100 °C? On donne :

— coefficient de température du cuivre : $4,1 \times 10^{-3}$;

— coefficient de dilatation linéaire du cuivre : 17×10^{-6}.

3° Quelle erreur commet-on en négligeant de tenir compte de la dilatation?

Rép. : 1° 136 Ω. 2° 191,5 Ω. 3° erreur par excès de 0,23 Ω, négligeable.

CHAPITRE VIII

APPLICATIONS DE L'EFFET JOULE

Considérons un conducteur de résistance R traversé par un courant d'intensité I présentant à l'instant $t = 0$ la même température θ_0 que le milieu qui l'entoure. Après un certain temps de passage du courant, on constate que ce conducteur s'est échauffé : sa température est devenue supérieure à θ_0.

Le principe des échanges de chaleur étudié en classe de Seconde lors de l'application de la méthode des mélanges à la calorimétrie s'applique encore ici : **le conducteur est un corps chaud qui cède, chaque seconde, une certaine quantité de chaleur Q au corps froid constitué par le milieu ambiant.**

Cette quantité de chaleur se propage par **convection**, c'est-à-dire avec déplacement de matière, si le conducteur est au contact d'un fluide.

Le fluide, chauffé par le conducteur, se dilate et sa densité diminue. Il s'élève, pour être remplacé, au voisinage du conducteur, par une nouvelle couche de gaz froid.

Si le conducteur est au contact d'un solide, la chaleur se propage par **conduction** c'est-à-dire sans déplacement de matière.

Enfin, si la température θ du conducteur est très élevée, il peut devenir incandescent. Il dissipe alors de l'énergie par **rayonnement** dans le milieu extérieur (rayonnement obscur, ou infrarouge, transportant de la chaleur, et rayonnement lumineux).

1. Température d'équilibre d'un conducteur.

Chaque seconde, le passage du courant électrique fait apparaître dans le conducteur une quantité de chaleur $Q_0 = RI^2$ (joules), dont une partie, Q, se dissipe dans le milieu extérieur.

La différence $Q_0 - Q$ représente la quantité de chaleur absorbée par le conducteur lui-même, dont la température s'élève de $\Delta\theta$ °C pendant l'intervalle de temps de 1 seconde.

Pendant cet intervalle de temps, la quantité de chaleur absorbée par le conducteur de masse M et de chaleur massique C est

$$M.C.\Delta\theta \text{ (calories).}$$

En exprimant cette quantité de chaleur en joules, nous avons l'égalité

$$(1) \qquad Q_0 - Q = RI^2 - Q = 4{,}185\ MC.\Delta\theta.$$

Pour que le conducteur subisse une élévation de température $\Delta\theta$, il faut que la quantité de chaleur Q_0 apportée par le passage du courant soit supérieure à la quantité de chaleur Q cédée au milieu extérieur.

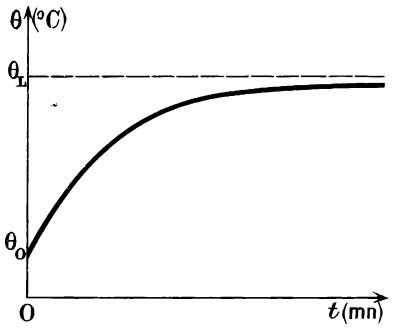


FIG. 1. — Élévation de la température d'un conducteur parcouru par un courant.

Or, l'expérience montre que **la quantité de chaleur cédée par le corps chaud au milieu ambiant par unité de temps est une fonction croissante de l'excès $\theta - \theta_0$ de la température du corps chaud sur celle du milieu qui l'entoure.**

Au début du passage du courant, la différence $\theta - \theta_0$ est très petite et la quantité de chaleur Q cédée par seconde est très faible. La presque totalité de la chaleur produite par le passage du courant sert à échauffer le conducteur, dont la température s'élève rapidement (fig. 1).

Mais l'accroissement de la température θ entraîne l'accroissement corrélatif de la quantité de chaleur Q cédée par unité de temps et, pour une certaine température θ_L du conducteur, la quantité de chaleur Q devient égale à Q_0. L'équation (1) devient

$$(2) \qquad Q_0 - Q = 0, \text{ ce qui entraîne } \Delta\theta = 0.$$

La température du conducteur ne s'élève plus : on dit qu'il atteint sa **température d'équilibre θ_L.**

La température d'équilibre d'un conducteur est atteinte lorsque la quantité de chaleur Q dissipée dans le milieu extérieur par unité de temps devient égale à la quantité de chaleur Q_0 produite dans le même temps par le passage du courant.

Les appareils de chauffage contiennent des conducteurs capables de supporter des températures d'équilibre élevées correspondant à de grandes quantités de chaleur libérées par unité de temps dans le milieu extérieur, puisque, dans ce cas, on recherche la production d'un effet Joule aussi grand que possible.

Au contraire, l'effet Joule est nuisible lorsqu'il se produit dans les fils d'une installation. Il faut alors rechercher l'établissement d'une température d'équilibre aussi basse que possible.

2. Chauffage électrique.

Une plaque chauffante de cuisinière électrique, une résistance de fer à repasser, une bougie résistante de radiateur électrique sont constituées, pour l'essentiel, par un fil résistant aussi inoxydable que possible (ferro-nickel, nichrome) et de grande résistivité (fig. 2 à 4).

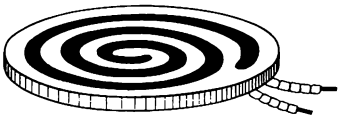


FIG. 2. — Plaque chauffante de réchaud.

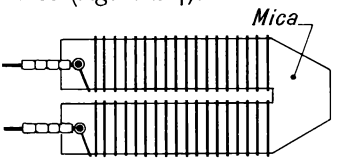


FIG. 3. — Résistance de fer à repasser.

Lorsqu'on fait passer le courant, la résistance et son support isolant (porcelaine, stéatite, mica) s'échauffent d'abord jusqu'à atteindre la température d'équilibre, de quelques centaines de degrés pour le fer à repasser et pouvant atteindre la température du rouge vif (900 à 1 000 °C) pour les résistances de réchauds et de radiateurs. Ensuite, la température reste constante et toute la chaleur produite par effet Joule s'écoule dans le milieu extérieur.

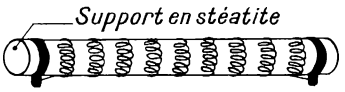


FIG. 4. — Bougie résistante de radiateur.

3. Éclairage électrique par incandescence.

L'ampoule électrique se compose d'un filament métallique à point de fusion élevé (**tungstène** 3 410 °C) enfermé dans une ampoule de verre contenant un gaz inerte (**argon, krypton**) (fig. 5).

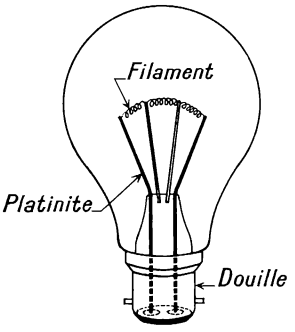


FIG. 5. — Ampoule électrique.

Le filament est relié aux bornes de la douille par l'intermédiaire de fils de **platinite** (53,7 % Fe; 46 % Ni; 0,3 % C), alliage présentant le même coefficient de dilatation que le verre qu'il traverse et auquel il peut être soudé.

Le filament, de très faible capacité calorifique, atteint presqu'instantanément une température d'équilibre voisine de 2 500 °C.

La pression du gaz enfermé dans l'ampoule permet de limiter la vaporisation du métal, sans pouvoir cependant l'empêcher totalement : les vapeurs se condensent sur le verre, qui s'obscurcit lentement.

Exercice 11. — *a*) Une ampoule électrique porte les indications suivantes : 120 V, 60 W. Que signifient ces indications? Quelle est l'intensité I du courant qui traverse l'ampoule en régime normal? Quelle est alors sa résistance? Quelle quantité de chaleur dissipe-t-elle par minute dans l'air ambiant?

b) On établit une différence de potentiel $U'_A - U'_B = 4{,}5$ volts entre les bornes de l'ampoule, par l'intermédiaire d'un ampèremètre de résistance négligeable. L'intensité du courant est $i = 0{,}2$ ampère. On admet que, dans ces conditions, la température du filament reste voisine de 40 °C. Quelles sont la résistance r du filament à cette température et la puissance dissipée en chaleur dans ces conditions?

c) La température normale de fonctionnement du filament est 2 500 °C. En déduire une valeur moyenne du coefficient de température du tungstène entre 40 et 2 500 °C, en négligeant les variations des dimensions du filament.

a) Les indications portées par l'ampoule signifient que l'on doit établir une différence de potentiel de 120 volts entre ses bornes et que, dans ces conditions normales de fonctionnement, la puissance électrique absorbée par la lampe est 60 W.

La puissance dissipée par le filament est liée à l'intensité du courant qui le traverse et à la différence de potentiel établie entre ses bornes :

$$P = I\,(U_A - U_B).$$

Avec $P = 60$ W et $U_A - U_B = 120$ V, l'intensité du courant est

$$I = \frac{60}{120} = 0{,}5 \text{ A}.$$

Connaissant l'intensité du courant et la différence de potentiel entre les bornes du filament, on peut calculer, grâce à la loi d'Ohm, la résistance de ce filament :

$$R = \frac{U_A - U_B}{I} = \frac{120}{0{,}5} = 240 \text{ ohms}.$$

Nous obtenons ainsi la résistance du filament en régime normal, pendant lequel l'ampoule dissipe en chaleur une puissance $P = 60$ W. L'énergie électrique transformée en chaleur pendant une durée $t = 1$ mn $= 60$ s est

$$W = Pt = 60 \times 60 = 3\,600 \text{ J}.$$

La quantité de chaleur équivalente, exprimée en calories, est

$$Q = \frac{3\,600}{4{,}185} = 860 \text{ cal}.$$

En régime normal, l'ampoule dissipe en chaleur 860 calories par minute dans l'air ambiant.

b) La loi d'Ohm permet encore de calculer la résistance du filament lorsque l'on établit entre ses bornes une différence de potentiel égale à 4,5 V :

$$R' = \frac{4{,}5}{0{,}2} = 22{,}5 \text{ ohms}.$$

On remarque que la résistance du filament froid est beaucoup plus petite que sa résistance en fonctionnement normal.

La puissance dissipée dans ces conditions est

$$P' = i\,(U'_A - U'_B) = 0{,}2 \times 4{,}5 = 0{,}9 \text{ W}.$$

Cette faible valeur de la puissance dissipée conduit à l'établissement d'une très basse température d'équilibre.

c) Désignons par L et S la longueur et la section (invariables) du filament, par ρ_0 la résistivité du tungstène à o °C et par ρ la résistivité de ce métal à la température t. Soit a le coefficient de température du tungstène, supposé constant entre o et 2 500 °C.

La résistivité à t °C est donnée par la formule $\rho = \rho_0 (1 + at)$ et la résistance du filament à t °C est donnée en fonction de ρ, L et S par la seconde loi d'Ohm :

$$R = \rho \frac{L}{S} = \rho_0 \frac{L}{S} (1 + at) = R_0 (1 + at).$$

En particulier,

1° à 40 °C : $22{,}5 = R_0 (1 + 40\,a)$,
2° à 2 500 °C : $240 = R_0 (1 + 2\,500\,a)$.

Le quotient membre à membre de la seconde équation par la première permet d'éliminer R_0 :

$$\frac{240}{22{,}5} = \frac{1 + 2\,500\,a}{1 + 40\,a}.$$

La résolution de cette équation du premier degré en a donne la valeur

$$a = \frac{217{,}5}{46\,650} = 0{,}004\,4.$$

4. Fusibles.

La quantité de chaleur produite par effet Joule par unité de temps et dissipée dans le milieu extérieur lorsque l'équilibre est établi est proportionnelle au carré de l'intensité du courant :

$$Q = RI^2t \text{ (joules)}.$$

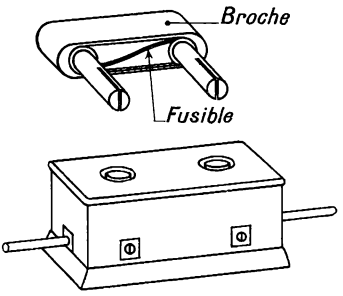


FIG. 6. — Fusible, broche porte-fusible et son support.

La température d'équilibre, θ, varie dans le même sens que la quantité de chaleur dissipée par unité de temps : c'est donc une fonction croissante de l'intensité du courant.

On peut choisir le conducteur (fil de plomb, d'aluminium ou d'argent) de manière que la température d'équilibre devienne égale à la température de fusion dès que l'intensité du courant atteint une valeur dangereuse pour l'installation.

Un tel conducteur constitue un fusible (fig. 6). Le diamètre des fusibles dépend de l'intensité maximale qu'ils doivent supporter sans fondre.

Exemple : Alliage étain-plomb.

Diamètre	Intensité maximale
0,3 mm,	1 A;
0,9 mm,	5 A;
1,4 mm,	10 A.

5. Diamètre à donner aux fils d'une installation.

Les fils conducteurs d'une installation sont généralement isolés par une couche de plastique ou de coton et de caoutchouc. Leur température d'équilibre doit être assez basse pour que cet isolant demeure en parfait état, car des fils dénudés risquent de se toucher en provoquant un **court-circuit**, entraînant un danger d'incendie.

Pour réduire la quantité de chaleur produite par unité de temps dans le conducteur, il faut donner à celui-ci une résistance assez faible et, par conséquent, une section suffisante.

On nomme **densité de courant** le rapport $j = \frac{I}{S}$ de l'intensité à la section du fil; cette grandeur s'exprime en **ampères par mètre carré** dans le système (SI) et, pratiquement, en ampères par millimètre carré (A/mm²).

La densité de courant admissible dans un conducteur dépend de sa section. Pour les conducteurs en cuivre, elle est comprise entre 1 et 5 A/mm² :

Section.	Densité admissible.	Intensité maximale.
$S \leqslant 5$ mm²	$j \leqslant 5$ A/mm²	25 A pour $S = 5$ mm²
$6 \leqslant S \leqslant 15$ mm²	$j \leqslant 4$ A/mm²	60 A pour $S = 15$ mm²
$16 \leqslant S \leqslant 50$ mm²	$j \leqslant 3$ A/mm²	150 A pour $S = 50$ mm²
$51 \leqslant S \leqslant 100$ mm²	$j \leqslant 2$ A/mm²	200 A pour $S = 100$ mm²
$101 \leqslant S \leqslant 200$ mm²	$j \leqslant 1{,}5$ A/mm²	300 A pour $S = 200$ mm²
$200 \leqslant S$	$j \leqslant 1$ A/mm²	

Par exemple, si la ligne doit transporter 180 A, il faut au plus $j = 2$ A/mm², la section du conducteur doit être au moins égale à

$$S_{min} = \frac{180}{2} = 90 \text{ mm}^2.$$

6. Ampèremètre thermique.

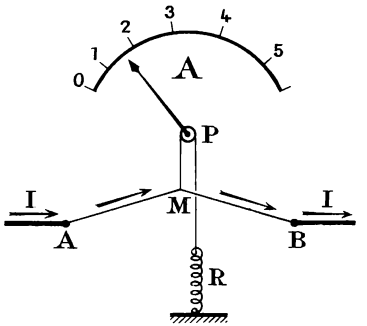


FIG. 7. — Ampèremètre thermique (schéma simplifié).

Lorsque le courant traverse le conducteur AB, celui-ci s'établit à une température d'équilibre d'autant plus élevée que l'intensité du courant est plus forte (fig. 7).

Si l'intensité du courant augmente, le fil AB se dilate : il s'allonge; son milieu, M, tiré vers le haut par le fil MPR tendu par le ressort R et passant sur la petite poulie P, se soulève légèrement. La poulie tourne et entraîne une aiguille, qui se déplace devant un cadran gradué en ampères par comparaison avec un autre type d'appareil.

A chaque intensité correspondent une température d'équilibre, une longueur déterminée du fil AB et une position précise de l'aiguille.

Le principal défaut de ces appareils est leur manque de fidélité : leur graduation doit être fréquemment vérifiée.

RÉSUMÉ

Un conducteur parcouru par un courant électrique est un corps chaud qui cède, chaque seconde, une certaine quantité de chaleur Q au corps froid constitué par le milieu ambiant.

Cette quantité de chaleur est une fonction croissante de l'excès $\theta - \theta_0$ de la température du corps chaud sur celle du milieu qui l'entoure. Le conducteur atteint sa température d'équilibre lorsque la quantité de chaleur Q dissipée dans le milieu extérieur par unité de temps devient égale à la quantité de chaleur Q_0 produite dans le même temps par effet Joule.

La production de chaleur par effet Joule est utilisée pour le chauffage et pour l'éclairage par incandescence. On recherche alors le maintien d'une température d'équilibre élevée.

Au contraire, l'effet Joule est nuisible lorsqu'il se traduit par l'échauffement des conducteurs d'une installation électrique. On choisit le diamètre des fils conducteurs en fonction de l'intensité du courant qui les parcourt, de manière que la température d'équilibre soit aussi basse que possible. L'installation doit être protégée par des fusibles (fils de plomb, d'aluminium ou d'argent) qui atteignent leur point de fusion lorsque l'intensité du courant prend une valeur jugée dangereuse.

Dans les ampèremètres thermiques, l'allongement d'un fil résistant échauffé par le passage du courant provoque le déplacement d'une aiguille devant un cadran gradué en ampères, chaque valeur de l'intensité correspondant à une certaine température d'équilibre et à un allongement déterminé. La graduation de ces appareils, de fidélité médiocre, doit être fréquemment vérifiée.

Exercices.

1. — 1° La plaque d'un réchaud porte les indications suivantes : 125 V, 1 000 W. Calculer la valeur de la résistance chauffante.

2° On place sur le réchaud une casserole, de valeur en eau négligeable, contenant 1 litre d'eau à 15 °C. On admet que 50 % de la chaleur fournie par la résistance sert effectivement à échauffer l'eau. Calculer la durée du chauffage nécessaire pour porter l'eau à 100 °C. (1 cal = 4,18 J.)

Rép. : 1° 15,6 Ω. 2° 11 mn 50 s.

2. — Une résistance de 20 ohms parcourue par un courant d'intensité 1,5 A est plongée dans un calorimètre Dewar, de valeur en eau négligeable, contenant 300 grammes d'eau prise initialement, à l'instant $t = 0$, à la température de 20 °C.

On admet qu'il n'existe pas de pertes de chaleur.

Exprimer la température θ de l'eau en fonction du temps t au cours du chauffage. (1 cal = 4,18 J.)

Rép. : $\theta = 20 + 0{,}035\,88\ t$, si $t < 2\,229$ s; $\theta = 100°$, si $t > 2\,229$ s.

3. — Un chauffe-eau électrique se compose d'un réservoir entouré d'une paroi isolante, de valeur en eau négligeable, contenant 20 litres d'eau à 80 °C.

1° Si l'on coupe le courant de chauffage, on constate que la température de l'eau s'abaisse de 80 °C à 79 °C en 20 minutes. Calculer, en calories par seconde, la perte de chaleur subie par l'eau, lorsque sa température est au voisinage de 80 °C.

2° Quelle d.d.p. constante faudrait-il établir entre les bornes d'une résistance de 60 ohms plongée dans le réservoir pour maintenir l'eau à la température de 80 °C? (1 cal = 4,18 J.)

3° En fait, la résistance de 60 ohms est alimentée sous une tension de 120 volts, par l'intermédiaire d'un interrupteur commandé par un bilame, qui établit le courant lorsque la température s'abaisse au-dessous de 79 °C et le coupe lorsque la température atteint 80 °C.

Calculer la durée de passage du courant.

Rép. : 1° 16,7 cal/s. 2° 64,6 V. 3° 5 mn 48 s.

CHAPITRE IX

RÉPARTITION D'UN COURANT ENTRE PLUSIEURS RÉSISTANCES MORTES MONTÉES EN PARALLÈLE

1. Réseau. Nœuds et branches.

Un **réseau** est un ensemble de conducteurs connectés entre eux et contenant au moins un générateur. La figure 1 représente un réseau comportant deux **nœuds** M et N où aboutissent les extrémités de quatre **branches** : MR_1N, MR_2N, MR_3N et la branche contenant le générateur et le rhéostat, que l'on nomme ici **circuit principal.**

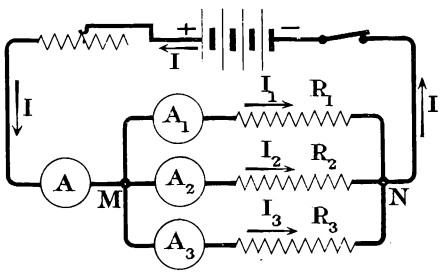


FIG. 1.

L'intensité du courant débité par le générateur dans le circuit principal est mesurée par l'ampèremètre (A); les intensités des courants circulant dans les branches des résistances en parallèle R_1, R_2 et R_3 sont mesurées par les ampèremètres (A_1), (A_2) et (A_3); les courants circulant dans ces résistances sont des **courants dérivés.**

Faisons varier l'intensité I du courant débité par le générateur et, pour chaque valeur de cette intensité, notons les intensités I_1, I_2 et I_3 des courants dérivés. Nous constatons que nous avons toujours l'égalité

$$\boxed{I = I_1 + I_2 + I_3}\ .$$

On montre que ce résultat est indépendant du nombre des dérivations et l'on peut énoncer la loi des courants dérivés :

Lorsqu'un courant se sépare en plusieurs branches, la somme des intensités des courants dérivés est égale à l'intensité du courant principal.

2. Différence de potentiel entre les points M et N.

Pendant la durée t, le courant principal d'intensité I transporte la quantité d'électricité $Q = I\,t$. Cette quantité d'électricité s'écoule à travers l'ensemble des résistances R_1, R_2 et R_3 qui sont, ensemble, le siège d'un dégagement d'énergie calorifique W. Nous admettrons que nous pouvons encore appliquer la définition de la différence de potentiel du chapitre V (B, § 7), bien que le courant ne circule plus dans un circuit unique.

La différence de potentiel (d.d.p.), ou tension, entre les points M et N, définie par l'expression

$$U_M - N_N = \frac{W}{Q},$$

est la même pour les trois branches dérivées R_1, R_2 et R_3.

3. Répartition du courant dans les branches dérivées.

L'intensité du courant dans chaque branche est donnée par la loi d'Ohm, en fonction des résistances R_1, R_2, R_3 et de la différence de potentiel $U_M - N_N$:

$$I_1 = \frac{U_M - U_N}{R_1}, \quad I_2 = \frac{U_M - U_N}{R_2}, \quad I_3 = \frac{U_M - U_N}{R_3}.$$

Nous pouvons écrire

$$\boxed{U_M - U_N = R_1 I_1 = R_2 I_2 = R_3 I_3},$$

soit encore

$$U_M - U_N = \frac{I_1}{\frac{1}{R_1}} = \frac{I_2}{\frac{1}{R_2}} = \frac{I_3}{\frac{1}{R_3}}.$$

Les intensités des courants dérivés, proportionnelles aux inverses des résistances des branches qui les transportent, sont inversement proportionnelles aux résistances de ces branches.

L'inverse de la résistance d'une branche est sa **conductance** : $\Gamma = \frac{1}{R}$, que l'on exprime en Ω^{-1}.

Nous pouvons écrire

$$U_M - U_N = \frac{I_1}{\Gamma_1} = \frac{I_2}{\Gamma_2} = \frac{I_3}{\Gamma_3}.$$

Les intensités des courants dérivés sont proportionnelles aux conductances des branches qui les transportent.

4. Résistance équivalente.

a) On nomme résistance équivalente à l'ensemble des dérivations R_1, R_2 et R_3 la résistance unique R qui, placée entre les points M et N, maintient entre ces points la même différence de potentiel que l'ensemble des dérivations en laissant passer un courant de même intensité dans le circuit principal.

La résistance équivalente R, placée entre les points M et N (fig. 2) et soumise à la différence de potentiel $U_M - U_N$ laisse passer le courant d'intensité $I = I_1 + I_2 + I_3$. D'après la loi d'Ohm, la valeur de cette résistance est

$$R = \frac{U_M - U_N}{I}.$$

Sa conductance est $\Gamma = \frac{1}{R} = \frac{I}{U_M - U_N}$.

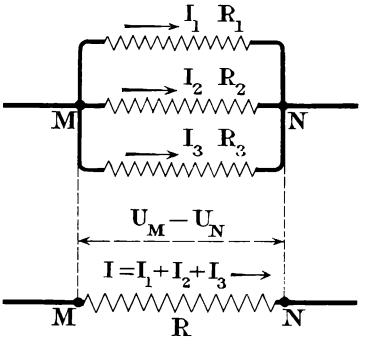


FIG. 2.

b) Les conductances des trois branches sont :

$$\Gamma_1 = \frac{I_1}{U_M - U_N}, \quad \Gamma_2 = \frac{I_2}{U_M - U_N}, \quad \Gamma_3 = \frac{I_3}{U_M - U_N}.$$

La loi des courants dérivés, $I = I_1 + I_2 + I_3$, permet d'écrire l'égalité

$$\frac{I}{U_M - U_N} = \frac{I_1}{U_M - U_N} + \frac{I_2}{U_M - U_N} + \frac{I_3}{U_M - U_N},$$

soit encore

$$\boxed{\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3}.$$

La conductance de la résistance équivalente est égale à la somme des conductances montées en parallèle.

En remplaçant les conductances par leurs expressions en fonction des résistances, il vient

$$\boxed{\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}.$$

L'inverse de la résistance équivalente est égale à la somme des inverses des résistances montées en parallèle.

La conductance de la résistance équivalente est supérieure à la conductance de chacune des branches dérivées ; il en résulte que la résistance équivalente est inférieure à la plus petite des résistances montées en parallèle.

Exercice 12. — Trois résistances mortes, $R_1 = 2\,\Omega$, $R_2 = 3\,\Omega$, $R_3 = 6\,\Omega$, sont montées en dérivation entre deux points A et B présentant une différence de potentiel $U_A - U_B = 12$ V.

a) Calculer les intensités des courants circulant dans chacune de ces résistances.

b) En déduire l'intensité du courant dans le circuit principal et la valeur de la résistance équivalente, R.

c) Vérifier ce dernier résultat en calculant directement la résistance équivalente R à partir de R_1, R_2 et, R_3.

a) Les intensités des courants circulant dans chacune des branches sont données par l'application de la loi d'Ohm :

$$I_1 = \frac{U_A - U_B}{R_1} = \frac{12}{2} = 6 \text{ A}; \qquad I_2 = \frac{U_A - U_B}{R_2} = \frac{12}{3} = 4 \text{ A};$$

$$I_3 = \frac{U_A - U_B}{R_3} = \frac{12}{6} = 2 \text{ A}.$$

b) L'intensité du courant dans le circuit principal est la somme des intensités des courants dérivés :

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 6 + 4 + 2 = 12 \text{ A}.$$

La résistance équivalente doit laisser passer un courant d'intensité I = 12 A si l'on établit entre ses bornes une différence de potentiel 12 V. La valeur de cette résistance est encore donnée par la loi d'Ohm :

$$R = \frac{U_A - U_B}{I} = \frac{12}{12} = 1 \text{ ohm}.$$

c) Nous pouvons calculer directement la résistance équivalente en appliquant la formule établie à la fin du paragraphe précédent :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{6 + 4 + 2}{12} = 1\,\Omega,$$

donc $$R = 1\,\Omega.$$

Nous retrouvons bien le résultat de la question *b*).

5. Shunt d'un ampèremètre.

Un **shunt** (fig. 3) est une faible résistance que l'on monte en parallèle entre les bornes d'un ampèremètre afin de dériver la plus grande partie du courant en dehors de l'appareil, ce qui permet de l'utiliser pour mesurer des courants d'intensité supérieure à son calibre.

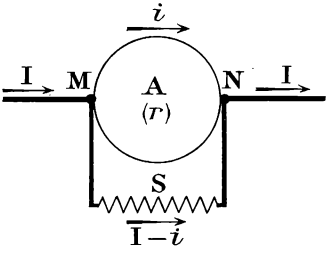


FIG. 3. — Shunt.

Soit n le rapport de l'intensité I du courant principal à l'intensité i du courant dans l'ampèremètre : $n = \frac{I}{i}$, ou $I = ni$.

L'intensité du courant dans le shunt est $I' = I - i = ni - i = i\,(n - 1)$.

Nous pouvons exprimer de deux manières la différence de potentiel

entre les nœuds M et N en appliquant la loi d'Ohm à l'ampèremètre de résistance r :

$$U_M - U_N = ri,$$

et au shunt de résistance S :

$$U_M - U_N = SI' = S(n-1)\,i.$$

L'égalité $ri = S\,(n-1)\,i$, que nous pouvons écrire $r = S\,(n-1)$, permet de calculer la résistance du shunt en fonction de la résistance r de l'ampèremètre :

$$\boxed{S = \frac{r}{n-1}}.$$

Le shunt est dit **au $n^{ième}$** car il laisse passer dans l'ampèremètre la $n^{ième}$ partie du courant principal.

Exercice 13. — **La résistance d'un ampèremètre de calibre 50 mA (0,05 A) est $r = 1$ ohm. On veut mesurer avec cet appareil des courants dont les intensités peuvent atteindre jusqu'à 5 A.**

***a*) Quelle doit-être la résistance du shunt?**

***b*) Quelles sont alors la différence de potentiel maximale entre les bornes de l'appareil et la résistance équivalant à l'ampèremètre shunté?**

a) Le rapport de l'intensité maximale du courant principal à l'intensité maximale du courant dans l'ampèremètre est $n = \frac{I}{i} = \frac{5}{0{,}05} = 100$; le shunt est « au centième ».

Sa résistance doit être $S = \frac{r}{n-1} = \frac{1}{100-1} = \frac{1}{100\left(1 - \frac{1}{100}\right)}$.

L'application de la formule d'approximation

$$\frac{1}{1-\varepsilon} = 1 + \varepsilon,$$

valable pour ε petit devant 1, donne ici

$$S = 0{,}01\,(1 + 0{,}01) = 0{,}010\,1 \text{ ohm}.$$

b) La d. d. p. maximale entre les bornes M et N de l'appareil est obtenue lorsque l'ampèremètre est traversé par le courant d'intensité maximale $i = 0{,}05$ A. Sa valeur est

$$U_M - U_N = ri = 1 \times 0{,}05 = 0{,}05 \text{ V}.$$

Dans ce cas l'intensité du courant principal est également maximale : $I = 5$ A. La résistance équivalente laisse passer un courant d'intensité I si l'on établit entre ses bornes la d. d. p. $U_M - U_N$: la valeur de cette résistance équivalente est

$$R = \frac{U_M - U_N}{I} = \frac{0{,}05}{5} = 0{,}01 \text{ ohm}.$$

L'exemple précédent montre que **les shunts sont des résistances très faibles**; on les taille dans des barres de laiton, dont on ajuste la résis-

tance en allongeant le trajet suivi par le courant grâce à un nombre convenable de traits de scie (fig. 4).

FIG. 4.

6. Voltmètre.

Entre les extrémités M et N d'une résistance placée dans un circuit et traversée par un courant, montons en dérivation (fig. 5) un **milliampèremètre de très petit calibre** (exemple : 1 mA) **et de très grande résistance** R_v (plusieurs centaines de milliers d'ohms).

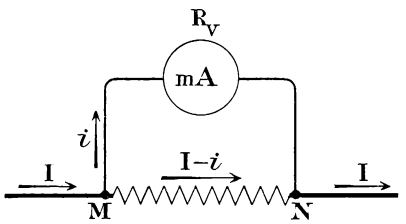


FIG. 5.

D'après la loi d'Ohm, l'intensité du courant dans la branche du milliampèremètre est

$$i = \frac{U_M - U_N}{R_v}.$$

Cette intensité est proportionnelle à la différence de potentiel qui existe entre les points M et N; le déplacement de son aiguille est une fonction croissante de cette différence de potentiel.

L'appareil peut être gradué en volts et constitue alors un **voltmètre** donnant par simple lecture la différence de potentiel qui existe entre les points M et N du circuit principal.

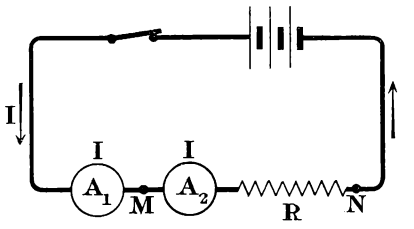


FIG. 6.

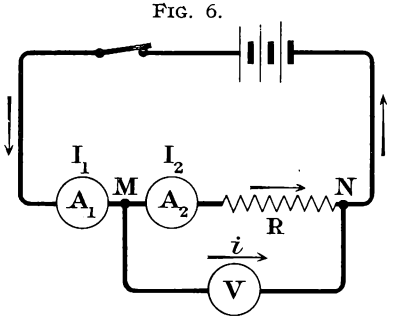


FIG. 7.

La résistance d'un voltmètre doit être très grande afin que le courant dérivé dans l'appareil étant aussi petit que possible, soit négligeable devant le courant qui circule dans le circuit principal.

Montons un circuit comprenant un accumulateur, un interrupteur, deux ampèremètres, (A_1) et (A_2), et une résistance R de quelques dizaines d'ohms. Fermons l'interrupteur : les deux ampèremètres indiquent la même intensité I (fig. 6).

Plaçons un voltmètre de très grande résistance entre les extrémités M et N de la portion de circuit comprenant l'ampèremètre (A_2) et la résistance R. Nous constatons que les indications I_1

et I_2 des deux ampèremètres restent très voisines l'une de l'autre et sensiblement égales à I (fig. 7).

Nous pouvons conclure que **la présence d'un bon voltmètre monté en dérivation entre les points M et N d'un circuit ne perturbe pas sensiblement les intensités des courants circulant dans le circuit principal et dans la branche MN.**

NOTA. — Un voltmètre comporte généralement plusieurs calibres (ex. : 7,5, 30, 75, 150, 300, 750 volts) obtenus en modifiant la résistance montée en série avec le milliampèremètre. Le constructeur indique sur le cadran la résistance par volt de l'appareil (ex. : 1 000 Ω/V). Le produit de cette indication par le calibre utilisé donne la résistance du voltmètre sur ce calibre.

Par exemple, avec 1 000 Ω/V, la résistance du voltmètre sur le calibre 75 V est $1\,000 \times 75 = 75\,000$ ohms.

Exercice 14. — *a*) On monte en série un ampèremètre (A) de bornes M et N, une résistance inconnue R de bornes N et P, un accumulateur et un rhéostat. On monte en dérivation un voltmètre (V) entre les points N et P. Le voltmètre indique une différence de potentiel $U_N - U_P = 45{,}2$ V et l'ampèremètre indique l'intensité $I_1 = 0{,}101$ A. On suppose d'abord que le courant circulant dans le voltmètre est d'intensité négligeable. Quelle valeur de R peut-on déduire de cette mesure?

b) En fait, le constructeur indique sur le cadran une résistance de 1 000 Ω/V; le calibre utilisé est 50 V. Quelle est la résistance R_V du voltmètre? Déduire de l'ensemble des données précédentes une valeur plus exacte de R.

c) On monte maintenant le voltmètre entre les points M et P; il indique la d.d.p. $U_M - U_P = 45{,}3$ V, tandis que l'ampèremètre donne la valeur $I_2 = 0{,}100$ A. On demande de calculer la valeur de la résistance *r* de l'ampèremètre.

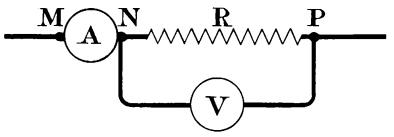


FIG. 8.

a) Le voltmètre indique la valeur de la différence de potentiel qui existe entre ses bornes, c'est-à-dire aussi la différence de potentiel entre les bornes N et P de la résistance R (fig. 8).

Si nous admettons que l'intensité du courant qui traverse le voltmètre est négligeable, tout le courant mesuré par l'ampèremètre (A) traverse la résistance R. La loi d'Ohm permet de calculer la résistance R :

$$R = \frac{U_N - U_P}{I_1} = \frac{45{,}2}{0{,}101} = 447{,}5 \text{ ohms.}$$

b) La résistance du voltmètre sur le calibre 50 V est

$$1\,000\ \Omega/V \times 50\ V = 50\,000 \text{ ohms.}$$

Le voltmètre indique toujours la d. d. p. qui existe entre ses bornes :

$$U_N - U_P = 45{,}2 \text{ V.}$$

Connaissant la résistance $R_V = 50\,000\ \Omega$ du voltmètre et la tension qui existe entre ses bornes, nous pouvons calculer, en appliquant la loi d'Ohm (fig. 9), l'intensité du courant *i* qui le traverse :

$$i = \frac{U_N - U_P}{R_V} = \frac{45{,}2}{50\,000} = 0{,}000\,9 \text{ A.}$$

L'ampèremètre mesure l'intensité du courant principal $I_1 = 0{,}101$ A. L'intensité du courant qui traverse la résistance R est

$$I = I_1 - i = 0{,}101 - 0{,}000\,9 = 0{,}100 \text{ A}.$$

Connaissant la tension aux bornes de R et l'intensité du courant qui traverse cette résistance, nous pouvons calculer la valeur de R par application de la loi d'Ohm :

$$R = \frac{U_N - U_P}{I} = \frac{45{,}2}{0{,}100} = 452 \text{ ohms}.$$

Cette valeur est plus exacte que celle obtenue au § *a*) car nous avons divisé la tension aux bornes de R par la valeur de l'intensité qui traverse réellement cette résistance; nous avons éliminé une erreur systématique due au montage lui-même. Il est à craindre cependant qu'il existe encore sur R une erreur de l'ordre de 5 ohms au moins, car les indications d'un voltmètre et d'un ampèremètre sont, au mieux, à 0,5 % près pour les meilleurs appareils.

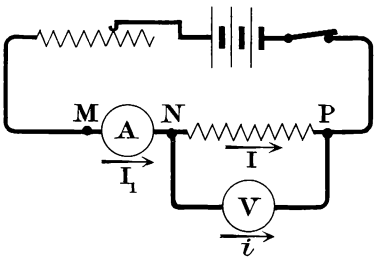


FIG. 9.

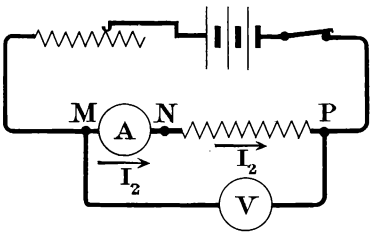


FIG. 10.

c) Si l'on monte le voltmètre entre les points M et P (fig. 10), il indique la d. d. p. $U_M - U_P = 45{,}3$ V qui existe entre les bornes de l'ensemble (ampèremètre, résistance R), de résistance $R + r$. Cet ensemble est traversé par le courant $I_2 = 0{,}100$ A, la loi d'Ohm permet de calculer la résistance $R + r$:

$$R + r = \frac{U_M - U_P}{I_2} = \frac{45{,}3}{0{,}100} = 453 \text{ ohms}.$$

Comme nous connaissons $R = 452\ \Omega$, nous pouvons en déduire l'ordre de grandeur de la résistance de l'ampèremètre :

$$r = 453 - 452 = 1 \text{ ohm}.$$

7. Boîtes de résistances à fiches.

Une barre de laiton très épaisse, donc de très faible résistance, est sciée en A, B, ... et les sections, dont l'écart est de l'ordre du millimètre, sont vissées sur un support isolant en ébonite (fig. 11).

Chaque coupure s'élargit en son milieu de manière à présenter un trou conique où l'on peut encastrer une fiche de laiton, qui s'y adapte à frottement dur. Deux sections sont réunies entre elles par une

résistance étalonnée (fil de manganine). Les résistances successives sont 0,1, 0,2, 0,2, 0,5, 1, 2, 2, 5, 10, 20, 20, 50, 100, 200, 200, 500 ohms (ordre analogue à celui des boîtes de poids).

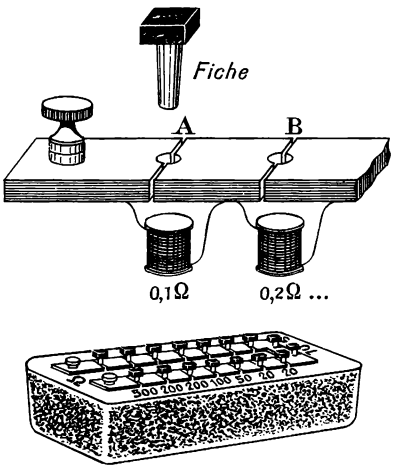


FIG. 11.

Si l'on place toutes les fiches dans les trous correspondants, la résistance de la boîte est pratiquement nulle.

Si l'on ôte une fiche, le courant doit traverser la résistance correspondante. On voit que **l'on obtient la résistance de la boîte en faisant la somme des valeurs marquées en face des fiches retirées de leurs trous.**

Ces boîtes permettent de former, par bonds de 0,1 ohm, toutes les résistances comprises entre 0 et 1 111 ohms, pour les valeurs citées plus haut.

La précision des résistances ainsi formées est excellente, de l'ordre de $\frac{1}{10\,000}$ (0,01 %), et supérieure à celle des boîtes à tourelle.

8. Mesure précise des résistances au pont de Wheatstone.

Exercice 15. — Quatre résistances, *a*, *b*, R et X, sont montées comme l'indique la figure 12. La résistance X est inconnue; *a*, *b* et R sont des résistances étalonnées variables (boîtes à tourelle ou à fiches). Une pile permet d'établir une d.d.p. constante entre les points A et C et l'on dispose, entre les points B et D, un galvanomètre G, c'est-à-dire un microampèremètre très sensible, capable de révéler le passage de courants inférieurs au microampère (10^{-6} A).

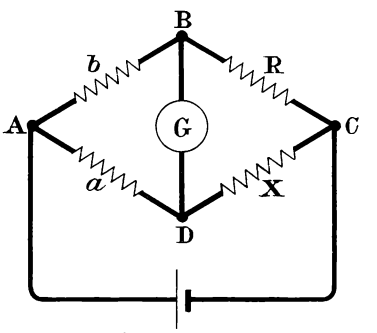


FIG. 12.

On donne aux résistances *a*, *b*, et R des valeurs telles que l'aiguille du galvanomètre G se fixe au zéro (courant pratiquement nul dans la branche BD).

a) Montrer que les branches AB et BC sont alors parcourues par le même courant I et que les branches AD et DC le sont aussi par un même courant I'.

b) Montrer que les points B et D sont au même potentiel.

c) En appliquant la loi d'Ohm aux quatre branches *a*, *b*, R et X et en éliminant les d.d.p., puis les courants I et I', entre les équations ainsi obtenues, établir une relation donnant X en fonction de *a*, *b* et R.

d) *Application numérique* : $K = \frac{a}{b} = 0{,}1$; $R = 6\,528\,\Omega$; calculer X.

a) Supposons qu'il existe un courant d'intensité i dans la branche BD, circulant par exemple de B vers D. Soit I et J les courants dans les branches AB et BC (fig. 13). D'après la loi des intensités, le courant I arrivant au point B est égal à la somme des courants dérivés i et J qui s'en écartent :

$$I = i + J.$$

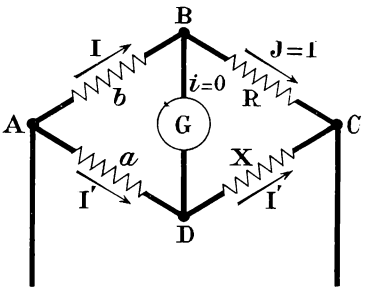


FIG. 13.

Cette égalité se réduit à I = J si le courant i dans la branche BD est nul.

Un raisonnement analogue permet de montrer que, si le courant i est nul dans BD, les courants dans les branches AD et DC sont de même intensité, I'.

b) Appliquons la loi d'Ohm à la branche BD, de résistance r, pour trouver l'expression de la d. d. p. $U_B - U_D$: si cette branche est parcourue par un courant d'intensité i, nous avons

$$U_B - U_D = ri.$$

Si l'intensité i du courant dans la branche BD est nulle, l'équation précédente montre que la différence de potentiel entre les points B et D est également nulle :

$$U_B - U_D = 0, \qquad \text{soit} \qquad U_B = U_D.$$

Les deux points B et D sont au même potentiel.

c) Appliquons la loi d'Ohm aux quatre branches AB, BC, AD et DC du pont, pour obtenir les expressions des d. d. p. entre les extrémités de ces branches. Nous supposons ici que les résistances ont été choisies de manière que, l'intensité étant nulle dans BD, les branches AB et BC sont parcourues par le même courant I et les branches AD et DC par un même courant I' :

Branche AB : $U_A - U_B = bI$; **branche BC** : $U_B - U_C = RI$.
Branche AD : $U_A - U_D = aI'$; **branche DC** : $U_D - U_C = XI'$.

Puisque $U_B = U_D$, nous pouvons écrire

$$U_A - U_B = U_A - U_D, \qquad \text{soit} \qquad (1) \quad bI = aI'.$$

De même,

$$U_B - U_C = U_D - U_C, \qquad \text{soit} \qquad (2) \quad RI = XI'.$$

Les équations (1) et (2) permettent de former le même rapport $\frac{I}{I'}$:

$$\frac{I}{I'} = \frac{a}{b} = \frac{X}{R}.$$

Nous obtenons ainsi la condition que doivent remplir les résistances a, b, R et X pour que le pont soit en **équilibre**, c'est-à-dire pour qu'il ne circule aucun courant dans la branche BD et que le galvanomètre indique la valeur 0.

L'expression $\frac{X}{R} = \frac{a}{b}$ peut s'écrire $X = \frac{a}{b} R$, donnant ainsi la valeur de X en fonction de a, b et R.

d) *Application numérique.* — Avec $K = \frac{a}{b} = 0{,}1$ et $R = 6\,528\ \Omega$, il vient

$$X = KR = 0{,}1 \times 6\,528 = 652{,}8 \text{ ohms.}$$

9. Pont à fil.

Exercice 16. — Les conducteurs AC, DE et FB sont d'épaisses barres de cuivre de résistances négligeables (fig. 14). R est une résistance étalonnée et X est une résistance inconnue.

Le fil AB, de longueur L = 1 m, est parfaitement calibré. Un galvanomètre est monté entre le milieu N du conducteur DE et un curseur M que l'on peut déplacer le long du fil AB.

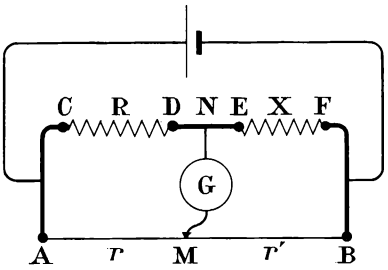


FIG. 14.

Une pile permet d'établir une d.d.p. constante entre les conducteurs AC et FB.

On désigne par r la résistance de la partie AM du fil AB et par r' celle de la partie MB du même fil.

a) Montrer que le système constitue un pont de Wheatstone (se reporter à l'exercice précédent) et que l'équilibre de ce pont (galvanomètre G au zéro) peut être obtenu en déplaçant le curseur M le long de AB.

b) *Application numérique :* On donne R = 400 Ω. L'équilibre est obtenu pour x = AM = 458 mm. En déduire la valeur de la résistance X.

c) En fait, l'équilibre semble établi pour toutes les positions du curseur comprises entre 456 et 460 mm. On suppose que la résistance R est connue avec une incertitude négligeable. En déduire la borne d'incertitude sur la résistance X.

a) Soit P et Q les points de jonction des fils provenant de la pile avec les conducteurs AC et FB. Les barres de laiton étant de résistance négligeable, nous pouvons considérer que nous avons quatre branches PM, MQ, PN et NQ de résistances respectives r, r', R et X. Nous pouvons donner à la figure une forme analogue à celle de la figure 13 de l'exercice précédent. Nous pourrions encore montrer que, si le courant est nul dans la branche du galvanomètre, les résistances R et X sont parcourues par un même courant I et que les résistances r et r' le sont par un même courant I'. Nous aurions l'égalité des potentiels U_N et U_M des points N et M et la méthode suivie dans l'exercice précédent nous conduirait à la relation d'équilibre, qui s'écrit ici :

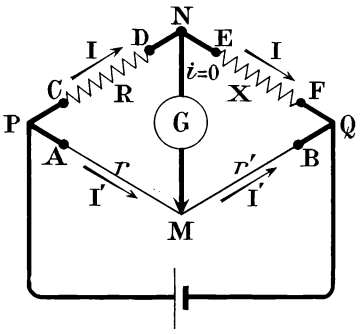


FIG. 15.

$$\frac{I'}{I} = \frac{R}{r} = \frac{X}{r'}.$$

Cette équation d'équilibre peut encore s'écrire $X = R\frac{r'}{r}$.

Le rapport des résistances r' et r est égal au rapport des longueurs des parties MB et AM du fil AB, puisque ces deux résistances sont faites avec des fils de même nature et de même section (ch. VII, § 1). Nous connais-

sons AM $= x$ et MB $= L - x$. L'équilibre du pont s'obtient donc en donnant à la partie AM du fil AB la longueur x telle que

$$X = R\frac{L - x}{x}.$$

Réciproquement, si nous déplaçons le curseur le long du fil jusqu'à la position M d'abscisse x pour laquelle le galvanomètre vient au zéro, la mesure de x sur une règle graduée placée le long du fil AB permet de calculer la résistance inconnue X.

b) *Application numérique.* — Avec $x = 458$ mm, $L = 1$ m $= 1\,000$ mm et $R = 400\ \Omega$, il vient

$$X = 400 \times \frac{1\,000 - 458}{458} = 473{,}4 \text{ ohms}.$$

c) Calculons les valeurs de la résistance X correspondant aux positions limites du curseur :

$$X_1 = 400 \times \frac{1\,000 - 456}{456} = 477{,}2 \text{ ohms};$$

$$X_2 = 400 \times \frac{1\,000 - 460}{460} = 469{,}6 \text{ ohms}.$$

La valeur de la résistance X est donnée en fonction de x par une fonction homographique, constamment décroissante. Si la variable x varie dans l'intervalle (456 mm, 460 mm), la fonction X varie dans l'intervalle (477,2 Ω, 469,6 Ω). Nous sommes assurés que la véritable valeur de la résistance inconnue X est contenue dans cet intervalle :

$$469{,}6\ \Omega \leqslant X \leqslant 477{,}2\ \Omega.$$

La borne d'incertitude sur la résistance X est

$$\Delta X = \frac{477{,}2 - 469{,}6}{2} = 3{,}8\,\Omega.$$

RÉSUMÉ

Lorsqu'un courant se sépare en plusieurs branches, la somme des intensités des courants dérivés est égale à l'intensité du courant principal et la différence de potentiel est la même entre les extrémités de toutes les branches.

Les intensités des courants dérivés sont inversement proportionnelles aux résistances des branches qui les transportent, c'est-à-dire proportionnelles aux conductances $\Gamma = \frac{1}{R}$ de ces branches.

On nomme résistance équivalente à l'ensemble des dérivations la résistance unique qui, placée entre les extrémités communes aux branches, maintient entre ces points la même différence de potentiel que l'ensemble des dérivations, en laissant passer un courant de même intensité dans le circuit principal.

La conductance de la résistance équivalente est égale à la somme des conductances des résistances montées en parallèle :

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \ldots$$

On peut encore dire que l'inverse de la résistance équivalente est égale à la somme des inverses des résistances montées en parallèle :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots$$

Un shunt est une faible résistance, que l'on monte entre les bornes d'un ampèremètre afin de dériver la plus grande partie du courant en dehors de l'appareil, ce qui permet de l'utiliser pour mesurer des courants d'intensité supérieure à son calibre.

La résistance du shunt au $n^{ième}$, qui laisse passer dans l'ampèremètre, de résistance r, la $n^{ième}$ partie du courant principal, est

$$S = \frac{r}{n-1}.$$

Un voltmètre est un milliampèremètre de très petit calibre et de très grande résistance, que l'on monte en dérivation entre les points d'un circuit dont on désire connaître la différence de potentiel. Le voltmètre est traversé par un courant dont l'intensité, très petite et négligeable devant celle du courant principal, est proportionnelle à la d.d.p. établie entre ses bornes. L'appareil est gradué en volts.

Exercices.

1. — On établit entre les points A et E de la portion de circuit représentée à la figure 16 une d.d.p. constante U = 36 V. On demande de déterminer :

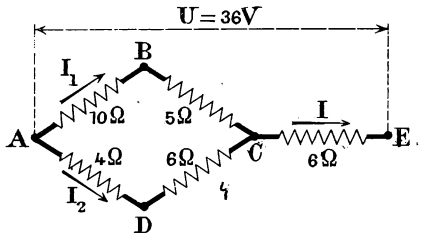


FIG. 16.

a) la résistance équivalente à la partie ABCD;

b) les valeurs des intensités I, I_1, I_2;

c) les indications d'un voltmètre de très grande résistance (traversé par des courants négligeables), branché successivement entre les points B et E, D et E, C et E.

Rép. : *a*) 6 ohms; *b*) 3 A, 1,2 A, 1,8 A; *c*) 24 V, 28,8 V, 18 V.

2. — On maintient une d.d.p. constante de 20 V entre les extrémités d'un circuit ne contenant que des résistances mortes et un ampèremètre A montés en série. L'intensité du courant est 2 ampères.

Entre deux points M et N du circuit séparés par une résistance de 6 ohms, on intercale en dérivation une résistance MPN.

1° Quelle doit être la valeur de cette résistance pour que l'intensité du courant traversant l'ampèremètre soit 4 ampères?

L'ampèremètre n'est pas situé entre les points M et N.

2° Cette dérivation étant constituée par un fil de cuivre de 1 mm de diamètre et de résistivité $1{,}6.10^{-8}$ ohm.mètre, quelle est la longueur du fil qui la constitue?

3° La dérivation étant en place, quelle est la différence de potentiel entre les points M et N?

Rép. : 1° 1,2 ohm. 2° 58,87 m. 3° 4 V.

3. — 1° Entre deux points A et C, on place en série un ampèremètre et une résistance BC = R. Un voltmètre est branché aux bornes de la résistance. L'ampèremètre indique une intensité I = 1 ampère et le voltmètre une tension U = 10 volts. La résistance du voltmètre est $r = 100\,\Omega$.

Le calcul de R par application de la relation $R = \frac{U}{I}$ ne donne qu'une valeur approchée de R. Dire pourquoi?

Pour évaluer R à $\frac{1}{10}$ d'ohm près on doit tenir compte d'un courant qui passe dans le voltmètre. Quelle est la valeur de R?

2° On place ensuite le voltmètre entre A et C (aux bornes de l'ensemble ampèremètre-résistance). On constate que, pour U = 10 volts, I = 0,89 ampère. Quelle est la résistance de l'ampèremètre?

3° Si l'on ne tient compte ni de la résistance de l'ampèremètre, ni de celle du voltmètre, quelle est celle des deux méthodes qui donne le meilleur résultat avec le matériel proposé? Calculer dans les deux cas l'incertitude relative.

Rép. : 1° 11,1 ohms. 2° 0,1 ohm. 3° 1 %, 11 %.

4. — 1° Le cadre d'un ampèremètre à cadre mobile a N = 500 spires rectangulaires. La longueur moyenne des côtés verticaux est $a = 6$ cm, celle des côtés horizontaux est $b = 3$ cm. Les spires sont constituées par un fil de cuivre de résistivité

$$\rho = 1{,}7.10^{-8} \text{ ohm.mètre.}$$

Sachant que la résistance, A, de l'ampèremètre est égale à 153 ohms, calculer (en millimètres carrés) la section du fil de cuivre.

2° On shunte l'ampèremètre par une résistance, S, de façon que l'intensité qui traverse l'ampèremètre soit égale à $\frac{1}{100}$ de l'intensité totale.

Quelle doit-être la valeur de S? Quelle est alors la résistance équivalente à l'ensemble ampèremètre-shunt?

Rép. : 1° 0,01 mm². 2° 1,545 ohm, 1,53 ohm.

5. — On dispose de deux milliampèremètres identiques A et B, ayant chacun une résistance intérieure $r = 1$ ohm et gradués en 10 divisions de 0 à 100 milliampères.

1° Le milliampèremètre A doit servir à mesurer des intensités allant jusqu'à 1 ampère; on lui associe une résistance.

a) Comment doit-elle être placée? Pourquoi?

b) Quelle devra être sa valeur pour que l'aiguille dévie au maximum de 10 divisions?

c) Quelle sera l'intensité du courant principal correspondant à une division de A?

2° Le milliampèremètre B doit servir à mesurer les d. d. p. On lui associe donc une résistance.

a) Comment est-elle associée? Pourquoi?

b) Quelle devra être sa valeur pour que la d. d. p. maximale mesurable soit 4 V, 40 V, 400 V?

Rép. : 1° *a*) en dérivation. *b*) 0,111 Ω. *c*) 0,1 A.
2° *a*) en série. *b*) 39 Ω, 399 Ω, 3 999 Ω.

CHAPITRE X

LOIS D'OHM POUR UN GÉNÉRATEUR ET UN RÉCEPTEUR

A. — GÉNÉRATEUR.

Un générateur est un appareil capable de maintenir une différence de potentiel entre deux points d'un circuit.

1. Tension aux bornes d'un générateur en service.

Montons un circuit comprenant un générateur (pile Leclanché), un interrupteur, un rhéostat et un ampèremètre, les conducteurs de jonction étant de résistances négligeables. Plaçons en dérivation entre les bornes du générateur un voltmètre de résistance assez grande pour que nous puissions négliger l'intensité du courant qui le traverse. Dans ces conditions, nous pourrons admettre que l'ampèremètre (A) mesure l'intensité du courant débité par le générateur (fig. 1).

Faisons varier l'intensité du courant I à l'aide du rhéostat et notons, pour chaque valeur de I, la différence de potentiel $U = U_P - U_N$ entre les bornes du générateur; traçons ensuite la courbe $U = f(I)$, dite **courbe caractéristique** de la pile, en portant les intensités en abscisses et les d.d.p. U en ordonnées (fig. 2).

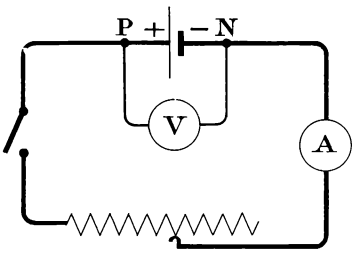


FIG. 1.

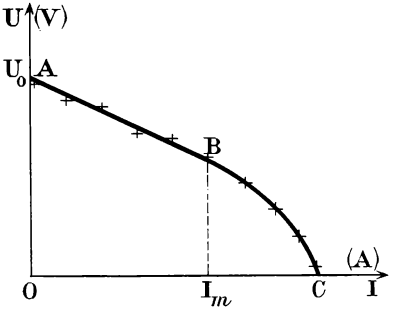


FIG. 2.

Lorsque l'intensité du courant est nulle, le voltmètre indique la tension U_0 de l'ordre de 1,5 V.

Si l'on fait croître l'intensité du courant, on constate que la tension aux bornes décroît d'abord proportionnellement à l'intensité (partie rectiligne AB de la courbe).

Ensuite, la décroissance devient plus rapide (courbe BC) jusqu'à la tension nulle, correspondant au courant de court-circuit obtenu en réduisant à zéro la résistance du rhéostat.

La partie rectiligne AB correspond à l'utilisation normale de la pile, qui se détériore si elle débite des courants d'intensité supérieure à l'intensité I_m, de l'ordre de 0,5 à 1 A.

Concluons : **En régime d'utilisation normale, la tension aux bornes de la pile est une fonction linéaire décroissante de l'intensité du courant qu'elle débite.**

On obtiendrait une conclusion analogue en étudiant un générateur quelconque.

2. Force électromotrice et résistance intérieure.

Le résultat précédent se traduit par une équation de la forme

$$U = E - r\,I,$$

liant la tension aux bornes U du générateur à l'intensité I du courant qu'il débite.

Dans le système d'axes perpendiculaires (I, U), cette équation est celle d'une droite de pente $-r$, coupant l'axe des U au point d'ordonnée $U_0 = E$, droite confondue dans sa partie utile AB avec la courbe caractéristique du générateur (fig. 3).

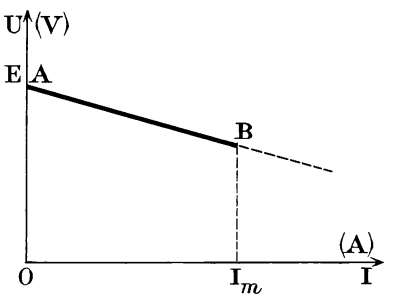


FIG. 3.

a) **Le terme constant E, égal à la tension aux bornes, U_0, lorsque la pile ne débite pas de courant, se nomme force électromotrice (f.é.m.) du générateur. Une force électromotrice s'exprime en volts.** Par exemple, la f.é.m. de la pile Leclanché est 1,5 V.

Pour mesurer cette f.é.m., il suffit de brancher aux bornes du générateur un voltmètre assez résistant pour que l'on puisse négliger l'intensité du courant qui le traverse.

b) Sous la forme $r = \dfrac{E - U}{I} = \dfrac{U_0 - U}{I}$, l'équation de la droite AB fait apparaître le second terme constant r comme le quotient d'une différence de potentiel par l'intensité d'un courant. **Le terme *r* se présente donc comme une résistance; il s'exprime en ohms.**

On le nomme **résistance intérieure** du générateur.

Par exemple, la résistance intérieure d'une pile Leclanché est de l'ordre de 1 à 3 ohms.

c) La force électromotrice E et la résistance intérieure *r* d'un générateur sont les **caractéristiques** de ce générateur, permettant de prévoir son fonctionnement dans un circuit donné, par l'application de la **loi d'Ohm pour un générateur :**

(1) $$\boxed{U = E - r.I}.$$

3. Puissance et rendement d'un générateur.

Considérons encore le montage étudié au paragraphe 1. Le circuit extérieur est traversé par un courant d'intensité I et présente entre ses bornes, confondues avec celles du générateur, la d.d.p. $U_P - U_N = U$.

La puissance dissipée dans le circuit extérieur est donc

$$P_e = I\,(U_P - U_N) = UI.$$

Compte tenu de l'expression de la d.d.p. aux bornes du générateur, donnée par la loi d'Ohm, la puissance fournie par le générateur et dissipée dans le circuit extérieur peut s'écrire ainsi :

(2) $$P_e = I\,(E - r\,I) = E\,I - r\,I^2.$$

a) Le terme $P_i = r\,I^2$ exprime la puissance dissipée en chaleur dans un conducteur de résistance *r* traversé par un courant d'intensité I. Il est naturel d'admettre qu'il représente la **puissance dissipée en chaleur à l'intérieur même du générateur,** du fait de la **résistance électrique *r* des conducteurs qui le composent** (résistance intérieure).

b) L'équation (2) peut être mise sous la forme

$$E\,I = P_e + r\,I^2 = P_e + P_i.$$

Le produit E I apparaît donc comme **la somme des puissances dissipées dans le circuit,** tant à l'extérieur (P_e) qu'à l'intérieur du générateur (P_i).

Or, la puissance électrique dissipée dans le circuit provient d'une quantité égale de puissance chimique (piles, accumulateurs) ou mécanique (dynamo) qui se transforme à l'intérieur du générateur. Désignons par P cette puissance chimique ou mécanique. L'expression

$$P = E\,I,$$

que nous pouvons encore écrire

$$\boxed{E = \frac{P}{I}},$$

montre que **la force électromotrice du générateur est égale au quotient par l'intensité du courant de la puissance extérieure (chimique ou mécanique) qui se transforme en puissance électrique dans le générateur.**

c) **Rendement du générateur.** — La puissance $P_i = rI^2$ dissipée en chaleur à l'intérieur du générateur est perdue pour l'utilisateur, qui dispose seulement de la puissance $P_e = U\,I$ disponible aux bornes de l'appareil.

La puissance électrique totale dissipée dans le circuit entier étant $P = EI$, le rendement du générateur est

$$\eta = \frac{P_e}{P} = \frac{UI}{EI} = \frac{U}{E}.$$

Le rendement d'un générateur est égal au rapport de sa tension aux bornes à sa force électromotrice.

REMARQUE. — Cette définition du rendement, convenable pour une pile ou un accumulateur, n'est valable qu'à titre d'approximation pour une dynamo.

En effet, à la perte de puissance par effet Joule due à la résistance intérieure de la dynamo, il faut ajouter la perte de puissance mécanique due aux frottements et les pertes liées à l'apparition de chaleur dans les grosses pièces de fer formant le circuit magnétique, pertes dues aux courants de Foucault (ch. XXII, § 11) et à l'hystérésis (ch. XX, § 6).

Exercice 17. — **Un voltmètre de très grande résistance monté aux bornes d'une batterie de piles indique une d. d. p. $U_0 = 24$ V.**

On fait débiter cette batterie dans un circuit extérieur comprenant un rhéostat et un ampèremètre. Le courant débité par la pile étant d'intensité $I = 0{,}5$ A, on observe que le voltmètre, toujours monté en dérivation entre les bornes de la batterie, indique la d. d. p. $U = 20$ V.

L'ampèremètre et les fils de connexion sont de résistances négligeables.

On demande de déterminer :

***a*) la force électromotrice de la batterie de piles et sa résistance intérieure;**

***b*) la valeur R de la résistance du rhéostat;**

***c*) la puissance dissipée dans le circuit extérieur, la puissance électrique totale fournie au circuit entier par le générateur et la puissance perdue dans le générateur;**

***d*) le rendement de ce générateur.**

a) Le voltmètre monté aux bornes de la batterie lorsqu'elle ne débite pas de courant mesure sa force électromotrice $E = U_0 = 24$ V.

Lorsque la batterie débite le courant d'intensité $I = 0{,}5$ A, sa tension aux bornes s'abaisse à la valeur $U = E - rI = 20$ V (fig. 4). Connaissant E, U et I, nous pouvons calculer la résistance intérieure de la batterie de piles :

$$r = \frac{E - U}{I} = \frac{24 - 20}{0{,}5} = 8 \text{ ohms}.$$

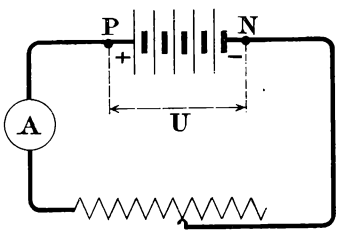


FIG. 4.

b) La différence de potentiel aux bornes du circuit extérieur, constitué par l'ampèremètre et le rhéostat, est égale à la d. d. p. entre les bornes de la batterie :

$$U = 20 \text{ V}.$$

Le circuit extérieur est une résistance morte, se réduisant à la résistance du rhéostat, puisque l'ampèremètre et les fils de jonction sont de résistance négligeable. D'après la loi d'Ohm pour une résistance morte, la résistance du rhéostat est

$$R = \frac{U}{I} = \frac{20}{0,5} = 40 \text{ ohms.}$$

c) La puissance dissipée dans le circuit extérieur est

$$P_e = I\,(U_P - U_N) = UI = 20 \times 0,5 = 10 \text{ W.}$$

La puissance électrique totale fournie au circuit entier par le générateur est égale au produit de sa force électromotrice par l'intensité du courant qu'il débite :

$$P = EI = 24 \times 0,5 = 12 \text{ W.}$$

La puissance dissipée en chaleur par la résistance intérieure du générateur est

$$P_i = rI^2 = 8 \times (0,5)^2 = 2 \text{ W.}$$

On aurait pu obtenir cette puissance en faisant la différence entre la puissance totale P dissipée dans le circuit entier et la puissance P_e libérée dans le circuit extérieur :

$$P_i = P - P_e = 12 - 10 = 2 \text{ W.}$$

d) Le rendement du générateur, égal au rapport de la puissance utile P_e à la puissance totale P dissipée dans le circuit, est

$$\eta = \frac{P_e}{P} = \frac{10}{12} = 0,833, \qquad \text{ou} \qquad 83,3\ \%.$$

B. — RÉCEPTEURS.

On nomme récepteur un appareil capable de transformer en une autre forme d'énergie que la chaleur une partie au moins de l'énergie électrique qu'il absorbe. Un récepteur peut transformer l'énergie électrique en énergie chimique (cuves à électrolyse) ou mécanique (moteurs).

4. Tension aux bornes d'un récepteur en service.

Montons un circuit comprenant un générateur, un interrupteur, un rhéostat, un ampèremètre et une cuve à électrolyse contenant une solution de soude entre des électrodes en fer (fig. 5).

Plaçons un voltmètre très résistant entre les bornes de la cuve à électrolyse, en dérivation par rapport au circuit principal. Nous admettrons que le courant qui traverse le voltmètre est négligeable, de sorte que le courant qui traverse la cuve est pratiquement identique à celui qui traverse l'ampèremètre.

Faisons varier l'intensité du courant I à l'aide du rhéostat et notons, pour chaque valeur de l'intensité I, la d.d.p. $U = U_M - N_N$ entre les

bornes de la cuve, puis traçons la courbe $U = f(I)$, dite courbe caractéristique de cette cuve (fig. 6).

Nous observons que les points obtenus sont très sensiblement alignés et nous pouvons conclure **que la d.d.p. entre les bornes de la cuve à électrolyse est une fonction linéaire croissante de l'intensité du courant qui la traverse.**

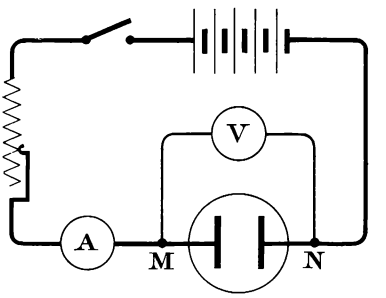


FIG. 5.

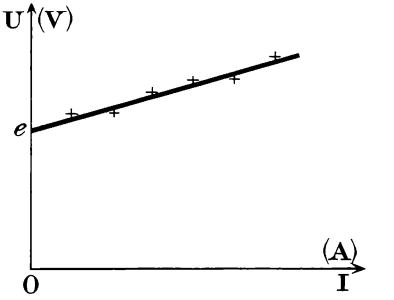


FIG. 6.

Remarque. — Ce résultat cesse d'être exact si l'intensité du courant devient excessive et si l'on ne prend pas soin de bien agiter l'électrolyte pendant que le courant passe, de manière à maintenir sa composition uniforme.

5. Force contre-électromotrice et résistance intérieure.

Le résultat précédent se traduit par une équation de la forme

(3) $$U = e + r\,I$$

liant la tension aux bornes du récepteur à l'intensité du courant qui le traverse.

a) **Force contre-électromotrice (f.c.é.m.).** — Si l'intensité du courant tend vers zéro, la tension aux bornes de la cuve tend vers une valeur e, dite **force contre-électromotrice** du récepteur. La force contre-électromotrice s'exprime en **volts**. Par exemple, la f.c.é.m. de la cuve précédente est de l'ordre de 1,5 V.

b) Sous la forme

$$r = \frac{U - e}{I},$$

l'équation (3) fait apparaître le terme constant r comme le quotient d'une différence de potentiel par une intensité. Ce terme s'exprime en **ohms** et représente la **résistance intérieure du récepteur.**

c) La force contre-électromotrice e et la résistance intérieure r sont les **caractéristiques** du récepteur, permettant de prévoir son fonctionnement dans un circuit donné en faisant usage de la **loi d'Ohm pour un récepteur :**

$$\boxed{U = e + r\,I}.$$

6. Puissance absorbée par un récepteur; rendement.

Le récepteur traversé par un courant d'intensité I et présentant entre ses bornes la différence de potentiel $U = U_M - U_N$ absorbe la puissance électrique

$$P = U\,I = e\,I + r\,I^2.$$

a) Le terme $P_c = r\,I^2$ représente la **puissance dissipée en chaleur** dans le récepteur du fait de sa résistance intérieure r.

b) Le terme $P_u = e\,I$ représente **la partie de la puissance électrique absorbée par le récepteur, qui n'est pas transformée en chaleur.**

La force contre-électromotrice d'un récepteur apparaît donc comme le quotient par l'intensité du courant de la partie utile de la puissance électrique absorbée par le récepteur, c'est-à-dire la partie P_u de cette puissance qui se transforme en puissance chimique ou mécanique :

$$\boxed{e = \frac{P_u}{I}}.$$

c) **Rendement d'un récepteur.** — Le rendement du récepteur est le rapport de la partie utile de la puissance électrique absorbée à la puissance totale P dissipée dans le récepteur :

$$\eta = \frac{P_u}{P} = \frac{e\,I}{U\,I} = \frac{e}{U}.$$

Le rendement d'un récepteur est égal au rapport de sa force contre-électromotrice e à la différence de potentiel U établie entre ses bornes.

REMARQUE. — Le rendement d'un moteur électrique n'est donné qu'à titre d'approximation par la définition précédente. En fait, ce rendement est généralement inférieur à $\frac{e}{U}$ du fait des pertes mécaniques (frottement) et de l'apparition de chaleur dans le fer du circuit magnétique (hystérésis et courants de Foucault).

Exercice 18. — Un moteur électrique fonctionnant en régime normal est traversé par un courant d'intensité $I = 4$ A et présente entre ses bornes une différence de potentiel $U = 120$ V.

Ce moteur est bloqué; on établit entre ses bornes une différence de potentiel $U' = 9$ V; l'intensité du courant qui le traverse est alors $I' = 3$ A.

1° Déduire de ces mesures la résistance intérieure, r, du moteur et sa force contre-électromotrice, e, en régime normal.

2° Que se passerait-il si l'on établissait entre les bornes du moteur bloqué une d. d. p. de 120 V?

3° Calculer la puissance mécanique fournie par le moteur en régime normal et la valeur de son rendement.

4° En fait, la puissance mécanique fournie par le moteur est seulement 0,5 ch (1 ch = 736 W). Quelle est la véritable valeur de son rendement? Quel est le pourcentage de pertes dues à d'autres causes que l'effet Joule dans les circuits du moteur?

En régime normal, la vitesse de rotation du moteur est 1 800 tr/mn. Calculer le moment, M, du couple fourni par ce moteur.

1° Si l'on bloque le moteur, il ne fournit aucun travail. Dans ces conditions, le moteur se réduit à une simple résistance morte et sa force contre-électromotrice est nulle. Nous pouvons lui appliquer la loi d'Ohm pour trouver la valeur de sa résistance intérieure r :

$$r = \frac{U'}{I'} = \frac{9}{3} = 3 \text{ ohms.}$$

En régime normal, la résistance intérieure reste la même, puisque les circuits intérieurs ne changent pas, mais il apparaît une force contre-électromotrice e. La loi d'Ohm pour un récepteur, $U = e + rI$, permet de calculer cette f. c. é. m., connaissant $U = 120$ V, $r = 3\,\Omega$ et $I = 4$ A :

$$e = U - rI = 120 - 3 \times 4 = 108 \text{ V.}$$

2° Si le moteur, soumis à une différence de potentiel $U = 120$ V était bloqué, sa f. c. é. m. serait nulle puisqu'il ne produirait pas de travail mécanique. Le moteur se réduirait encore à une résistance morte, qui laisserait passer un courant d'intensité

$$I'' = \frac{U}{r} = \frac{120}{3} = 40 \text{ A.}$$

Cette intensité considérable aurait pour effet de provoquer un échauffement excessif des circuits du moteur; les couches d'isolant entre les conducteurs pourraient être détruites et certains conducteurs pourraient être portés à leur température de fusion. Le moteur serait rapidement mis hors d'usage.

3° Si l'on néglige toute autre perte que l'effet Joule, le rendement du moteur est $\eta = \frac{e}{U}$ et sa puissance mécanique est égale au produit de sa force contre-électromotrice par l'intensité du courant qui le traverse. Cette puissance mécanique est, ici,

$$P_u = eI = 108 \times 4 = 432 \text{ W;}$$

le rendement est

$$\eta = \frac{e}{U} = \frac{108}{120} = 0{,}9, \qquad \text{ou} \qquad 90\ \%.$$

4° En fait, la puissance du moteur est

$$P_m = 0{,}5 \text{ ch} = 736 \times 0{,}5 = 368 \text{ W.}$$

La puissance électrique absorbée par le moteur étant $P = UI$, son rendement réel est

$$\eta' = \frac{P_m}{UI} = \frac{368}{120 \times 4} = 0{,}766, \qquad \text{ou} \qquad 76{,}6\ \%.$$

Si l'on ne tient compte que des pertes par effet Joule, on trouve un rendement de 90 %. Il en résulte que les autres pertes représentent

$$90 - 76{,}6 = 13{,}4\ \%$$

de la puissance fournie par le courant.

On sait que la puissance exercée par un couple est égale au produit du moment du couple par la vitesse de rotation du moteur. Celui-ci effectue 1 800 tr/mn, c'est-à-dire 30 tr/s, ou $\omega = 30 \times 2\pi = 60\pi$ rd/s.

Le moment du couple exercé par le moteur est donc

$$M = \frac{P_m}{\omega} = \frac{368}{60\,\pi} = 1{,}95 \text{ mN}.$$

RÉSUMÉ

En régime d'utilisation normale, la tension aux bornes d'une pile est une fonction linéaire décroissante de l'intensité du courant :

$$U = E - rI.$$

Le terme constant E, égal à la tension aux bornes lorsque la pile ne débite pas de courant, se nomme force électromotrice (f.é.m.) du générateur. On l'exprime en volts. Le terme r, que l'on exprime en ohms, est la résistance intérieure du générateur.

La puissance disponible aux bornes du générateur est $UI = EI - rI^2$. Le terme $P = EI$ représente la puissance extérieure (chimique dans le cas d'une pile, mécanique dans le cas d'une dynamo) qui se transforme en puissance électrique dans le générateur. Le terme rI^2 représente la partie de cette puissance qui se perd par effet Joule dans le générateur du fait de sa résistance intérieure.

Le rendement du générateur est $\eta = \frac{U}{E}$.

On nomme récepteur un appareil capable de transformer en une autre forme d'énergie que la chaleur une partie au moins de l'énergie électrique qu'il absorbe. La tension aux bornes d'un récepteur est une fonction linéaire croissante de l'intensité du courant :

$$U = e + rI.$$

Le terme constant e est la force contre-électromotrice (f.c.é.m.) du récepteur; on l'exprime en volts. Le terme r, que l'on exprime en ohms, est la résistance intérieure du récepteur.

La puissance absorbée par le récepteur est $UI = eI + rI^2$.

Le terme eI représente la partie de cette puissance qui n'est pas transformée en chaleur (puissance utile, convertie en puissance mécanique ou chimique). Le terme rI^2 représente la partie de la puissance absorbée dissipée en chaleur dans le récepteur.

Le rendement d'un récepteur est $\eta = \frac{e}{U}$.

Exercices.

1. — Un élément de pile, G, a une force électromotrice constante $e = 1{,}50$ volt et une résistance intérieure $r = 3{,}0$ ohms.

On réalise un circuit avec cet élément G, un ampèremètre de résistance intérieure $a = 1{,}50$ ohm et une résistance R disposés en série.

Quelle doit être la valeur de R pour que l'intensité soit 0,200 ampère?

Rép. : $3\,\Omega$.

2. — On veut connaître les caractéristiques d'un accumulateur.

On effectue les expériences suivantes.

a) en branchant un voltmètre entre les bornes, celui-ci indique 1,50 volt;

b) l'accumulateur étant en série avec une résistance de 4,8 ohms, un voltmètre, branché aux bornes de l'accumulateur, indique 1,44 volt.

En déduire la force électromotrice de l'accumulateur et sa résistance intérieure.

Rép. : 1,5 V; 0,2 Ω.

3. — La production horaire d'une cuve à électrolyse de l'alumine est 9,4 kilogrammes d'aluminium.

1° Quelle est l'intensité du courant qui la traverse?

2° La cuve est alimentée sous une tension constante de 6 volts; sa force contre-électromotrice est 3,9 volts.

Calculer :

a) sa résistance;

b) la puissance électrique consommée sous forme chimique d'une part, sous forme calorifique d'autre part.

L'effet Joule est-il intéressant dans cette électrolyse?

On donne Al = 27, trivalent.

Rép. : 1° 28 000 A. 2° *a*) $7{,}5 \times 10^{-5}$ ohm; *b*) $1{,}09 \times 10^{5}$ W, $5{,}88 \times 10^{4}$ W. L'effet Joule assure la fusion de l'électrolyte.

4. — On branche en série aux bornes d'un générateur un voltamètre fer-soude, un rhéostat et un ampèremètre, A. Un voltmètre, V, indique la d. d. p. aux bornes du voltamètre.

Dans une première expérience, on règle l'intensité du courant à 0,4 ampère. Le voltmètre indique 2,8 volts.

Dans une deuxième expérience, on double l'intensité : le voltmètre indique 3,4 volts.

1° Faire un schéma du circuit et calculer le volume de gaz dégagé à la cathode du voltamètre en 5 minutes, dans les conditions normales, au cours de la première expérience.

2° Montrer que les deux expériences précédentes permettent de calculer la f. c. é. m. du voltamètre et sa résistance intérieure.

Rép. : 1° 13,9 cm^3. 2° 1,5 Ω, 2,2 V.

5. — Un récepteur (moteur) de résistance intérieure R est alimenté sous une différence de potentiel constante U :

$$U = 12 \text{ volts}, \qquad R = 0{,}2 \text{ ohm}.$$

1° Donner l'expression de la force contre-électromotrice e en fonction des constantes U et R et du courant I.

Représenter graphiquement e en fonction de I.

Que représente, physiquement parlant, le cas e = 0?

2° Quelles sont, pour un courant I donné, les expressions de la puissance, P_0, fournie par la source et de la puissance, P, disponible au moteur?

Exprimer P en fonction des données, U et R, et de I puis représenter graphiquement les variations de P en fonction de I.

Calculer la valeur maximale, P_m, de la puissance, P, que l'on peut demander au moteur.

3° Le moteur fournit une puissance $P = \frac{1}{2} P_m$. Calculer, dans ces conditions, le courant I, la f. c. é. m., e, et le rendement.

Le problème admet ici deux solutions; on prendra celle qui correspond à la plus petite valeur de I.

En vous aidant de la représentation graphique du 2° essayez de voir pourquoi la deuxième solution ne doit pas être retenue.

Rép. : 1° $e = 12 - 0{,}2\,I$, $e = 0$: moteur bloqué.

2° $P_0 = 12\,I$; $P = I\,(12 - 0{,}2\,I)$; parabole.

$P_m = 180$W pour $I = 30$ A.

3° $I = 8{,}79$ A; $e = 10{,}24$ V; rendement : 0,85.

CHAPITRE XI

EXPRESSION DE LA DIFFÉRENCE DE POTENTIEL ENTRE DEUX POINTS D'UN CIRCUIT. LOI D'OHM GÉNÉRALISÉE. LOI DE POUILLET

Dans tout ce chapitre, nous supposerons que le courant entre en A dans la partie de circuit AB, y circule dans le sens AB et en sort par le point B. Nous nous proposons d'évaluer la différence de potentiel entre les points A et B en fonction des résistances, des f.é.m. et des f.c.é.m. existant entre ces points.

1. Résistance morte.

Dans la résistance, le courant circule dans le sens des potentiels décroissants (fig. 1):

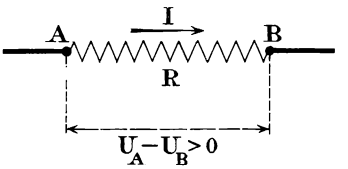


FIG. 1.

$$U_A > U_B, \quad \text{soit} \quad U_A - U_B > 0.$$

La loi d'Ohm pour une résistance morte (ch. VI, § 4) exprime la d.d.p. entre les points A et B en fonction de la résistance R et de l'intensité I du courant :

$$\boxed{U_A - U_B = R\,I}.$$

La puissance électrique dissipée par la résistance est

$$P = I\,(U_A - U_B) = R\,I^2.$$

2. Récepteur.

Dans un récepteur, le courant circule dans le sens des potentiels décroissants (fig. 2) :

$$U_A > U_B, \quad \text{soit} \quad U_A - U_B > 0.$$

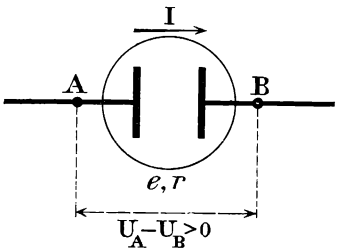


FIG. 2. — Cuve à électrolyse.

La loi d'Ohm pour un récepteur (ch. X, B, § 5) exprime la d.d.p. entre les points A et B en fonction de la f.c.é.m., e, et de la résistance intérieure, r, du récepteur :

$$\boxed{U_A - U_B = e + r\,I}.$$

La puissance électrique dissipée dans le récepteur est

$$P = I\,(U_A - U_B) = e\,I + r\,I^2.$$

3. Générateur.

Dans un générateur, le courant entre par son pôle négatif et en sort par son pôle positif (fig. 3). Il circule dans le sens des potentiels croissants :

$$U_A < U_B. \quad \text{soit} \quad U_A - U_B < 0.$$

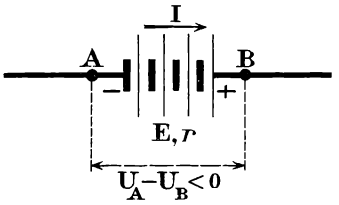


FIG. 3.

La loi d'Ohm pour un générateur (ch. X, A, § 2) exprime la d.d.p. entre les points B et A en fonction de la f.é.m. E et de la résistance intérieure r du générateur :

$$U_B - U_A = E - r\,I.$$

Pour conserver, comme dans les autres cas, l'expression de la d.d.p. entre le point d'entrée A et le point de sortie B du courant, nous devons écrire :

$$\boxed{U_A - U_B = r\,I - E} \qquad \text{(expression négative).}$$

La puissance apportée au circuit par le générateur est

$$P_G = I\,(U_B - U_A) = E\,I - r\,I^2.$$

Nous pouvons considérer cette puissance comme une **puissance dissipée négative.** Dans ces conditions, la puissance dissipée dans un générateur est

$$P = r\,I^2 - E\,I.$$

Nous pouvons énoncer des règles générales s'appliquant à toutes les résistances, f.c.é.m. et f.é.m. que l'on rencontre dans un circuit.

4. Règle de la variation du potentiel.

En suivant un circuit, ou une partie de circuit, dans le sens de circulation du courant :

a) Toute résistance rencontrée (résistance morte, ou résistance intérieure de récepteur ou de générateur) correspond à une chute de potentiel égale au produit de cette résistance par l'intensité du courant :

$$U_A - U_B = R\,I.$$

b) Toute force contre-électromotrice rencontrée correspond à une chute de potentiel de valeur égale à cette f.c.é.m.

$$U_A - U_B = e.$$

c) Toute force électromotrice rencontrée correspond à une élévation du potentiel, c'est-à-dire à une chute négative de potentiel, égale en valeur absolue à cette f.é.m. :

$$U_A - U_B = -E.$$

5. Règle des puissances dissipées.

Toute résistance (résistance morte ou résistance intérieure de récepteur ou de générateur) traversée par un courant d'intensité I dissipe la puissance électrique RI^2.

Toute force contre-électromotrice e dissipe la puissance électrique eI. Toute force électromotrice E correspond à une puissance électrique EI apportée au circuit par un générateur, donc correspond à une puissance électrique dissipée négative — EI.

6. Expression générale de la différence de potentiel entre le point d'entrée et le point de sortie d'une branche de circuit.

Entre le point d'entrée A et le point de sortie B du courant (fig. 4), la branche AB comporte les résistances mortes R_1, R_2, R_3, ..., les récepteurs (e_1, r_1), (e_2, r_2), (e_3, r_3), ... et les générateurs (E_1, r'_1), (E_2, r'_2), (E_3, r'_3), ... Les résistances produisent entre A et B la chute de tension totale

$$\begin{aligned} &R_1I + R_2I + R_3I + \dots \\ &+ r_1I + r_2I + r_3I + \dots \\ &+ r'_1I + r'_2I + r'_3I + \dots, \end{aligned}$$

que nous pouvons écrire $I\Sigma R$ en mettant l'intensité du courant en facteur commun et en repré-

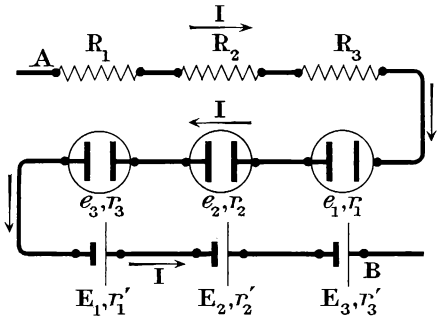


FIG. 4.

sentant par ΣR la somme de toutes les résistances rencontrées dans la branche.

Les forces contre-électromotrices produisent une chute totale de tension égale à leur somme : Σ f.c.é.m. $= e_1 + e_2 + e_3 + \ldots$.

Les forces électromotrices produisent une chute négative de tension, égale à leur somme changée de signe :

$$- \Sigma \text{ f.é.m.} = - (E_1 + E_2 + E_3 + \ldots).$$

La chute de tension entre le point d'entrée A et le point de sortie B de la branche est donc

$$\boxed{U_A - U_B = I \Sigma R + \Sigma \text{ f.c.é.m.} - \Sigma \text{ f.é.m.}}.$$

Cet énoncé constitue la loi d'Ohm généralisée.

7. Cas d'un circuit fermé. Loi de Pouillet.

Considérons un circuit fermé comprenant, montés en série, un certain nombre de générateurs, de récepteurs et de résistances mortes (fig. 5). (Les générateurs reçoivent tous le courant par leur pôle négatif, le courant sortant de chacun d'eux par son pôle positif.)

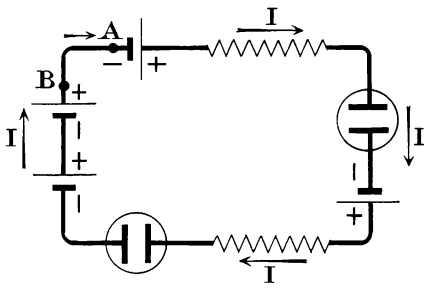


FIG. 5.

Soit AB l'un des fils de connexion, de résistance r_{AB} négligeable; dans ce fil, le courant circule dans le sens BA et il circule de A vers B dans le reste du circuit.

La chute de potentiel entre les points A et B en suivant le sens de circulation du courant est donnée par la loi d'Ohm généralisée en fonction de l'intensité I du courant, de la somme ΣR des résistances, de la somme Σ f.c.é.m. des forces contre-électromotrices et de la somme Σ f.é.m. des forces électromotrices :

$$U_A - U_B = I \Sigma R + \Sigma \text{ f.c.é.m.} - \Sigma \text{ f.é.m.}$$

La loi d'Ohm pour une résistance morte permet d'exprimer la d.d.p. entre les extrémités B et A du conducteur de jonction BA :

$$U_B - U_A = r_{AB} I.$$

Si le fil AB est gros et court, la résistance r_{AB} est très voisine de zéro et la différence de potentiel entre les points A et B est très voisine de zéro également, quelle que soit la valeur de I.

A la limite, si les points A et B sont confondus, le conducteur AB devenant infiniment court, la différence de potentiel entre ses extrémités devient nulle. Alors $U_B = U_A$, donc $U_A - U_B = 0$.

Pour le reste du circuit, la relation d'Ohm généralisée devient

$$0 = I \Sigma R + \Sigma \text{ f.c.é.m.} - \Sigma \text{ f.é.m.}$$

Cette égalité peut s'écrire aussi

$$\boxed{\Sigma \text{ f.é.m.} - \Sigma \text{ f.c.é.m.} = I \Sigma R} ;$$

nous pouvons alors énoncer la loi de Pouillet :

Le produit de l'intensité du courant par la somme des résistances contenues dans un circuit est égale à la somme des forces électromotrices des générateurs diminuée de la somme des forces contre-électromotrices des récepteurs contenus dans le circuit.

Exercice 19. — Un circuit fermé contient un générateur de f. é. m. $E_1 = 20$ V et de résistance intérieure $r_1 = 1\ \Omega$ (fig. 6), de bornes A et B, un récepteur de f. c. é. m. $e = 18$ V et de résistance intérieure $r = 5\ \Omega$, de bornes C et D, une résistance morte $R = 10\ \Omega$, de bornes E et F, et un second générateur de f. é. m. $E_2 = 10$ V, de résistance intérieure $r_2 = 2\ \Omega$, de bornes G et H. Les fils de jonction BC, DE, FG et HA sont de résistance négligeable.

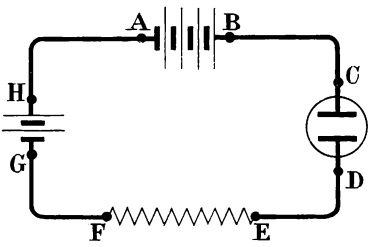


FIG. 6.

On demande de calculer :

1° l'intensité du courant circulant dans le circuit;

2° la différence de potentiel existant entre les bornes de chacun des appareils montés dans le circuit.

1° L'intensité du courant dans le circuit est donnée par la loi de Pouillet :

$$I \Sigma R = \Sigma \text{ f. é. m.} - \Sigma \text{ f. c. é. m.},$$

soit

$$I = \frac{\Sigma \text{ f. é. m.} - \Sigma \text{ f. c. é. m.}}{\Sigma R}.$$

Avec $\Sigma R = r_1 + r + R + r_2 = 1 + 5 + 10 + 2 = 18\ \Omega$,

Σ f. é. m. $= E_1 + E_2 = 20 + 10 = 30$ V et Σ f. c. é. m. $= e = 18$ V,

il vient

$$I = \frac{30 - 18}{18} = \frac{12}{18} = 0{,}67 \text{ A}.$$

2° La loi d'Ohm pour un générateur donne les différences de potentiel entre les pôles + et — des générateurs :

a) $U_B - U_A = E_1 - r_1 I = 20 - \frac{12}{18} = 19{,}33$ V;

b) $U_H - U_G = E_2 - r_2 I = 10 - \frac{12}{18} \times 2 = 8{,}67$ V.

La loi d'Ohm pour un récepteur donne la différence de potentiel entre les bornes C et D du récepteur monté dans le circuit :

$$U_C - U_D = e + rI = 18 + \frac{12}{18} \times 5 = 21{,}33 \text{ V}.$$

Enfin la loi d'Ohm pour une résistance morte donne la d. d. p. entre les bornes E et F de la résistance R :

$$U_E - U_F = RI = 10 \times \frac{12}{18} = \frac{20}{3} = 6{,}67 \text{ V.}$$

On peut remarquer que la somme des chutes de tension dans la résistance et dans le récepteur, 6,67 + 21,33 = 28 V, est égale à la somme des élévations de tension produites par les deux générateurs :

$$19{,}33 + 8{,}67 = 28 \text{ V.}$$

8. Générateur en opposition.

Un générateur est monté en opposition lorsque le courant y pénètre par son pôle positif et en sort par son pôle négatif. Pour réaliser ce cas, il est nécessaire de placer dans le circuit un second générateur, capable d'imposer ce sens de circulation au courant.

Montons un circuit comprenant un accumulateur, un interrupteur, un rhéostat, un ampèremètre et une pile placée en opposition. Un voltmètre très résistant, traversé par un courant négligeable, mesure la d.d.p. entre les bornes N et P de la pile (fig. 7).

Faisons varier l'intensité du courant, notons pour chaque valeur de I la d.d.p. $U_P - U_N$ entre les bornes de la pile et traçons (fig. 8) la courbe caractéristique $U_P - U_N = f(I)$.

Nous observons que les points expérimentaux sont alignés et que la d. d. p. entre les bornes d'un générateur en opposition est une fonction linéaire croissante de l'intensité du courant qui le traverse.

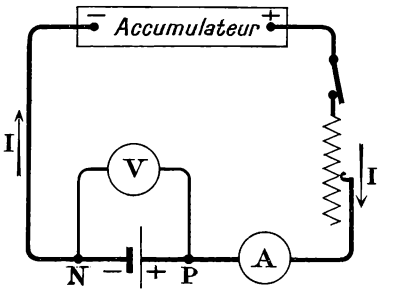


FIG. 7.

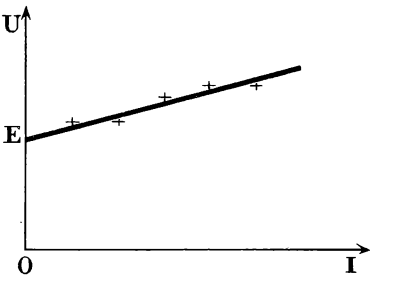


FIG. 8

Ce résultat se traduit par une équation de la forme

$$U_P - U_N = E + rI$$

analogue à celle que nous avons obtenu pour un récepteur. On vérifie que le terme E, assimilable ici à une force contre-électromotrice, est

égal à la f.é.m. du générateur et que sa résistance intérieure r est conservée dans le montage en opposition.

Conclusion : un générateur monté en opposition devient un récepteur. Il conserve sa résistance intérieure et sa f.é.m. devient une f.c.é.m..

9. Inversion du sens du courant dans une partie de circuit.

Considérons une partie de circuit comprenant une résistance morte R ou un générateur de résistance r et de f.é.m. E et réservons, pour l'instant, le cas d'un récepteur (fig. 9).

Soit I l'intensité du courant circulant dans le sens AB et pénétrant

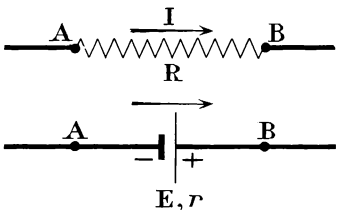


FIG. 9.

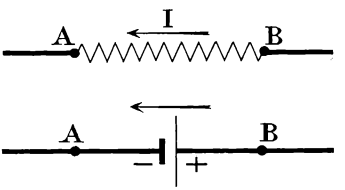


FIG. 10.

dans le générateur par son pôle négatif. La d.d.p. aux bornes de la résistance est

$$U_A - U_B = R\,I \qquad (1)$$

et la d.d.p. aux bornes du générateur est

$$U_A - U_B = r\,I - E \quad \text{(valeur négative)}. \qquad (2)$$

Supposons maintenant que le même courant d'intensité I circule dans le sens BA (fig. 10). Le point d'entrée du courant est maintenant le point B et l'expression des d.d.p. devient, entre les bornes de la résistance R,

$$U_B - U_A = R\,I \qquad (3)$$

et, entre les bornes du générateur, qui, monté en opposition, fonctionne en récepteur,

$$U_B - U_A = r\,I + E. \qquad (4)$$

Écrivons les équations (3) et (4) de manière à donner à nouveau au premier membre la forme $U_A - U_B$: il vient

$$U_A - U_B = -R\,I = R\,(-I), \qquad (3')$$

$$U_A - U_B = -r\,I - E = r\,(-I) - E. \qquad (4')$$

Nous voyons que ces équations reprennent respectivement les formes (1) et (2), au remplacement près de l'intensité I par (— I).

Conclusion : **Pour exprimer l'inversion du courant dans une branche comportant une résistance morte ou un générateur, il suffit de changer le signe de l'intensité du courant.**

Réciproquement, s'il arrive que l'intensité du courant dans une branche comportant une résistance morte ou un générateur s'exprime par un nombre négatif, cela signifie que le courant circule dans cette branche en sens inverse du sens initialement choisi.

10. Inversion du sens du courant dans un récepteur.

Entre les points A et B, plaçons une cuve à électrolyse (fer-soude-fer) ou un moteur électrique. Dans les deux cas, nous avons un récepteur défini par sa f.c.é.m. e et sa résistance intérieure r.

a) **Lorsque le courant circule dans le sens AB** (fig. 11), la d.d.p. entre les bornes du récepteur est

$$U_A - U_B = r\,I + e. \qquad (1)$$

Le récepteur dissipe la puissance rI^2 sous forme de chaleur du fait de sa résistance intérieure et il dissipe la puissance eI qui se transforme en énergie chimique (électrolyse de l'eau, production du mélange $O_2 + 2\,H_2$) ou mécanique (travail produit par le moteur).

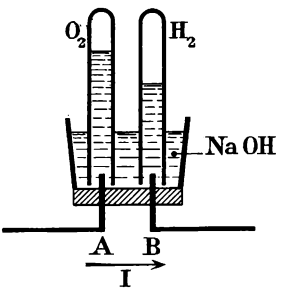


FIG. 11.

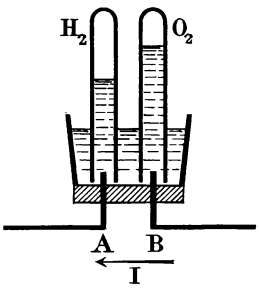


FIG. 12.

b) **Lorsque le courant circule dans le sens BA, la cuve à électrolyse et le moteur restent des récepteurs.** Les dégagements gazeux sont inversés (fig. 12), maison obtient toujours l'électrolyse de l'eau, avec transformation d'énergie électrique en énergie chimique; il peut se faire que le moteur tourne en sens inverse, mais il continue de produire du travail mécanique. La puissance dissipée entre le point d'entrée B du courant et le point de sortie A est encore

$$P = I\,(U_B - U_A) = r\,I^2 + e\,I.$$

La tension aux bornes du récepteur est

$$U_B - U_A = r\,I + e.$$

L'expression de la différence de potentiel $U_A - U_B$ devient

$$U_A - U_B = -r\,I - e. \qquad (2)$$

Nous voyons qu'il ne suffit pas de changer le signe de l'intensité du courant pour exprimer l'inversion du sens du courant dans le récepteur; il faut aussi changer le signe de sa force contre-électromotrice.

Cet énoncé s'applique à tout récepteur qui reste un récepteur lorsque le courant change de sens, c'est-à-dire qui continue de transformer de l'énergie électrique en énergie chimique ou mécanique.

Par contre, il suffirait de changer le signe de l'intensité du courant si le récepteur était, par exemple, un accumulateur en charge : en effet, celui-ci devient un générateur, lorsque le courant change de sens; nous sommes alors ramenés au cas du paragraphe 9.

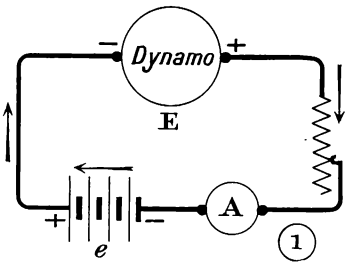
Exercice 20. — Un circuit se compose d'une dynamo de résistance intérieure $r = 4$ ohms, dont la force électromotrice est proportionnelle à la vitesse de rotation, d'un rhéostat, d'un ampèremètre et d'un accumulateur de résistance intérieure négligeable.

a) On fait tourner la dynamo à la vitesse de 1 200 tr/mn; sa f. é. m. est alors $E = 40$ V. L'ampèremètre indique l'intensité $I = 3$ A. Sans modifier la vitesse de rotation de la dynamo, ni la résistance du rhéostat, on inverse le branchement de l'accumulateur; l'intensité devient $I' = 7$ A. Déduire de ces données la force électromotrice de l'accumulateur et la résistance R de la partie de circuit contenant le rhéostat et l'ampèremètre.

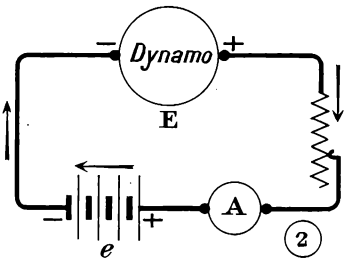
b) Déterminer la vitesse minimale que l'on doit communiquer à la dynamo pour pouvoir charger l'accumulateur.

c) En supposant que la dynamo tourne à la vitesse de 1 200 tr/mn et en admettant que les seules pertes dans la dynamo soient dues à l'effet Joule, déterminer la puissance mécanique du moteur qui l'entraîne et le moment, M, de son couple moteur pendant la charge de l'accumulateur.

a) L'accumulateur peut être monté en série (le courant entrant par son pôle négatif) ou en opposition (le courant entrant par son pôle positif).



En série.
FIG. 13.



En opposition.
FIG. 14.

1° En série avec la dynamo (fig. 13) : le circuit, de résistance $r + R'$ comporte deux forces électromotrices E (dynamo) et e (accumulateur). La loi de Pouillet donne l'équation

$$(r + R)\, I' = E + e.$$

2° En opposition (fig. 14), le circuit, dont la résistance reste $r + R$, comporte un générateur de f. é. m. E (dynamo); l'accumulateur devient un récepteur de f. c. é. m. e égale à sa f. é. m. La loi de Pouillet donne dans ce cas l'équation

$$(r + R)\, I = E - e.$$

La comparaison de ces deux équations montre que l'intensité est la plus grande ($I' = 7$ A) lorsque l'accumulateur est monté en série (cas 1).

Nous avons donc le système :

$$(r + R)\, I' = E + e, \quad \text{soit} \quad (1) \quad (4 + R) \times 7 = 40 + e,$$
$$(r + R)\, I = E - e, \quad \text{soit} \quad (2) \quad (4 + R) \times 3 = 40 - e.$$

L'addition membre à membre des équations (1) et (2) donne

$$10\,(4 + R) = 80, \quad \text{soit} \quad 4 + R = 8.$$

La résistance de la partie de circuit comprenant le rhéostat et l'ampèmètre est $R = 8 - 4 = 4$ ohms.

L'équation (1), où l'on remplace R par sa valeur, donne

$$e = 8 \times 7 - 40 = 16 \text{ V}.$$

b) L'accumulateur se charge lorsqu'il est monté en opposition et qu'il fonctionne en récepteur, capable de transformer en énergie chimique l'énergie électrique que le courant lui apporte. Le régime de charge correspond donc à l'équation (2) :

$$(r + R)\, I = E - e,$$

où l'intensité I du courant est positive. Il est donc nécessaire que le second membre de l'équation soit positif, c'est-à-dire que la f. é. m. de la dynamo soit supérieure à celle de l'accumulateur en charge :

$$E \geqslant e, \quad \text{soit} \quad E \geqslant 16 \text{ V}.$$

Comme la force électromotrice de la dynamo est proportionnelle à sa vitesse de rotation et que cette f. é. m. est 40 V pour une vitesse de 1 200 tr/mn, la vitesse de la dynamo doit être supérieure à

$$1\,200 \times \frac{16}{40} = 480 \text{ tr/mn}.$$

c) A la vitesse de 1 200 tr/mn, la f. é. m. de la dynamo étant $E = 40$ V et le courant débité étant $I = 3$ A, la puissance mécanique transformée en puissance électrique est

$$P_m = EI = 40 \times 3 = 120 \text{ W}.$$

Le moteur qui entraîne la dynamo doit donc fournir une puissance de 120 W en tournant à la vitesse de 1 200 tr/mn, soit 20 tr/s, ou 40π rd/s. Le moment du couple moteur, égal au quotient de la puissance par la vitesse angulaire, est donc

$$M = \frac{P_m}{\omega} = \frac{120}{40\pi} = 0{,}954 \text{ mN}.$$

RÉSUMÉ

En suivant un circuit dans le sens de circulation du courant :

a) toute résistance rencontrée (résistance morte, ou résistance intérieure d'un récepteur ou d'un générateur) correspond à une chute de potentiel égale au produit de la résistance par l'intensité du courant :

$$U_A - U_B = RI;$$

b) toute force contre-électromotrice rencontrée correspond à une chute de potentiel égale à cette f.c.é.m. :

$$U_A - U_B = e;$$

c) toute force électromotrice rencontrée correspond à une élévation du potentiel, c'est-à-dire à une chute négative de potentiel, égale à cette f.é.m. en valeur absolue :

$$U_A - U_B = -E.$$

L'expression générale de la différence de potentiel entre le point d'entrée et le point de sortie d'une branche de circuit est

$$U_A - U_B = \Sigma RI + \Sigma \text{ f.c.é.m.} - \Sigma \text{ f.é.m.}$$

Le produit de l'intensité du courant dans un circuit fermé par la somme des résistances contenues dans le circuit est égale à la somme des forces électromotrices des générateurs diminuée de la somme des forces contre-électromotrices des récepteurs contenus dans le circuit :

$$I.\Sigma R = \Sigma \text{ f.é.m.} - \Sigma \text{ f.c.é.m.}$$

Un générateur monté en opposition devient un récepteur. Il conserve sa résistance intérieure et sa f.é.m. devient une f.c.é.m.

Pour exprimer l'inversion du courant dans une branche comportant une résistance morte ou un générateur, il suffit de changer le signe de l'intensité du courant.

Si la branche contient un récepteur qui reste un récepteur après inversion du sens du courant, il ne suffit pas de changer le signe de l'intensité; il faut aussi changer le signe de la force contre-électromotrice.

Exercices.

1. — Un circuit électrique comprend, disposés en série :

a) un générateur de force électromotrice 120 volts et de résistance intérieure 2 ohms;

b) une résistance R de 10 ohms;

c) un moteur dont la résistance intérieure est 2 ohms et dont la force contre-électromotrice est 38 volts;

d) un voltamètre à soude dont la résistance intérieure est 2 ohms.

L'intensité du courant étant 5 A, calculer :

1° la force contre-électromotrice du voltamètre;

2° la différence de potentiel aux bornes du générateur, de la résistance R, du voltamètre et du moteur;

3° la puissance utile du moteur.

Rép. : 1° 2 V; 2° 110 V, 50 V, 12 V, 48 V; 3° 190 W.

2. — On monte en série 3 piles, de force électromotrice 2 volts chacune et de résistance intérieure négligeable, avec une résistance de 8 ohms et un moteur de force contre-électromotrice e et de résistance intérieure *r*. L'intensité du courant est 0,45 ampère, mais, si l'on empêche le moteur de tourner, elle devient égale à 0,6 ampère.

1° Calculer la force contre-électromotrice e, la résistance *r* et le rendement de ce moteur.

2° En dérivation aux bornes de la résistance de 8 ohms, on place une résistance de 24 ohms. Quelles sont les intensités du courant passant dans ces résistances et dans le moteur quand celui-ci tourne?

Rép. : 1° 1,5 V, 2 Ω, 62,5 %. 2° 0,141 A, 0,422 A, 0,563 A.

3. — On dispose des appareils suivants, que l'on placera en série dans un circuit :

— 9 accumulateurs ayant chacun une f. é. m. de 2 volts et une résistance intérieure négligeable;

— un calorimètre contenant 300 g de pétrole (chaleur massique : 0,5 cal. g^{-1}. $°C^{-1}$); dans ce calorimètre plonge un fil dont la résistance est inconnue;

— un ampèremètre de résistance négligeable;

— un voltamètre de résistance intérieure 10 ohms, contenant une solution de sulfate de cuivre, dans laquelle plongent deux électrodes en cuivre;

— un moteur de résistance intérieure 2 ohms.

1° Faire le schéma du montage.

2° Quelles seront les réactions chimiques dans le voltamètre?

3° Au bout de 15 minutes on recueille 0,32 g de cuivre à la cathode du voltamètre; la température du pétrole s'est élevée de 3 degrés Celsius.

On demande quelles sont l'intensité du courant, la valeur de la résistance qui plonge dans le pétrole, la valeur de la f. c. é. m. du moteur.

On prendra Cu = 64.

Rép. : 2° Simple transport de cuivre de l'anode vers la cathode.
3° 1,07 A, 1,82 Ω, 3,2 V.

4. — Un circuit comprend un générateur de f. é. m. 2 volts et de résistance négligeable, un deuxième générateur de f. é. m. E et de résistance r'', une résistance R = 11,1 Ω et un ampèremètre de résistance négligeable. Les deux générateurs sont en série : I = 0,29 ampère. On monte les deux générateurs en opposition; l'intensité devient 0,06 ampère. Calculer E et r''.

Rép. : 1,3 V, 0,33 Ω.

5. — On dispose d'un ensemble d'accumulateurs identiques ayant chacun une f. é. m. de 1,5 V et une résistance de 0,2 ohm.

Pour charger ces accumulateurs, on dispose d'une source de tension continue invariable de 20 volts.

1° Quel est le nombre maximal d'accumulateurs que l'on peut brancher en série aux bornes de cette source de tension, en vue de leur charge?

2° Sachant que l'intensité maximale que peut supporter chacun d'eux est 1,50 ampère, quel est le nombre minimal d'accumulateurs que l'on peut brancher en série aux bornes de cette même source?

3° Quelle est, parmi les diverses séries possibles, celle qui correspond à la charge la plus rapide? Calculer, dans ce cas, la charge emmagasinée par les accumulateurs pendant 9 heures, l'énergie dépensée par la source de tension et la chaleur dissipée au cours de la charge.

On admet qu'à la charge, comme à la décharge, l'accumulateur présente la même force-électromotrice ou contre-électromotrice.

4° On branche quatre de ces accumulateurs en série avec un voltamètre de force contre-électromotrice 2,40 volts; un voltmètre branché aux bornes du voltamètre indique 4,50 volts. En déduire la résistance du voltamètre.

Rép. : 1° 13. 2° 12. 3° 12, 27 000 C, 540 kJ, 12 900 cal. 4° 1,12 Ω.

6. — Une lampe à incandescence doit être alimentée sous une tension de 10 V; le filament est alors parcouru par un courant d'intensité 2 A.

1° Calculer la résistance, R, du filament de la lampe.

2° Quelle résistance, R′, doit-on placer en série avec la lampe pour qu'elle soit alimentée sous une tension de 10 volts :

a) avec une batterie d'accumulateurs de force électromotrice constante 12 volts et de résistance négligeable;

b) avec une batterie de 10 piles associées en série, chaque pile ayant une force électromotrice constante de 1,50 volt et une résistance intérieure de 0,16 ohm?

Les fils de connexion ont une résistance négligeable.

3° Montrer que la batterie de piles permet encore d'alimenter la lampe sous une tension de 10 volts, en supprimant la résistance R′ calculée au paragraphe précédent et en disposant en dérivation entre les bornes de la lampe une résistance R″.

On demande de calculer R″ et la puissance électrique consommée dans cette résistance.

Pourquoi la batterie d'accumulateurs ne permet-elle pas avec un tel montage d'alimenter la lampe sous une tension de 10 volts?

Rép. : 1° 5 Ω. 2° *a*) 1 Ω, *b*) 0,9 Ω. 3° 8,89 Ω, 11,25W. La batterie d'accumulateurs présente une résistance négligeable et la tension entre ses bornes est 12 V, quelle que soit l'intensité débitée.

CHAPITRE XII

APPLICATION DES LOIS DU COURANT A UN RÉSEAU

Dans ce chapitre, nous étudierons la répartition du courant dans un réseau ne comportant que deux nœuds, B et C, extrémités communes d'un nombre quelconque de branches pouvant contenir des résistances mortes, des récepteurs et des générateurs.

1. Loi des nœuds.

Montons un réseau, composé par exemple de cinq branches parcourues par les courants d'intensités I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, mesurées par les ampèremètres A_1, A_2, A_3, A_4 et A_5 (fig. 1).

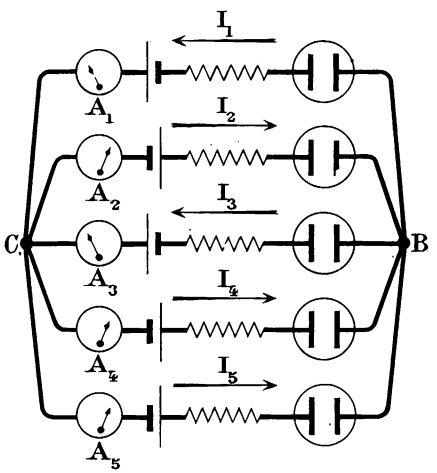


FIG. 1. — Le sens de déviation de l'aiguille de chaque ampèremètre indique le sens du courant qui le traverse.

Le zéro de la graduation de chacun de ces ampèremètres est situé au milieu de l'échelle et le sens du déplacement de l'aiguille indique le sens du courant qui traverse l'appareil, comme on peut le vérifier préalablement. Nous observons que, dans certaines branches, les courants se dirigent vers le nœud C (par exemple I_1 et I_3), tandis que, dans les autres branches, les courants s'écartent de ce point (par exemple I_2, I_4 et I_5).

Effectuons séparément la somme $I_1 + I_3$ des intensités des courants qui se dirigent vers le nœud C et la somme $I_2 + I_4 + I_5$ des intensités des courants qui s'en écartent.

Nous constatons que ces sommes sont égales :

$$I_1 + I_3 = I_2 + I_4 + I_5.$$

Ce résultat est général; son expression constitue la loi des nœuds :

La somme des intensités des courants qui se dirigent vers un nœud est égale à la somme des intensités des courants qui s'en écartent.

Ceci revient à dire que l'électricité ne peut pas s'accumuler en un point du réseau.

NOTA. — Nous obtiendrons le même résultat que précédemment en considérant le nœud B puisque tout courant qui s'écarte de C se dirige vers B et inversement. Les deux nœuds du réseau conduisent donc à la même équation entre les intensités des courants.

2. Expression de la différence de potentiel entre les deux nœuds du réseau.

Attribuons un indice (1, 2, 3, ...) à chacune des branches du réseau.

Considérons par exemple la branche 1, où le courant circule de B vers C; soit R_1 la somme des résistances, e_1 la somme des f.c.é.m. des récepteurs et E_1 la somme des f.é.m. des générateurs contenus dans cette branche.

Nous savons exprimer la différence de potentiel entre le point d'entrée, B, et le point de sortie, C, du courant dans cette branche, parcourue par le courant d'intensité I_1 (ch. XI, § 6) :

$$(1) \qquad U_B - U_C = R_1 I_1 + e_1 - E_1.$$

Dans la branche 2, le courant d'intensité I_2 circule de C vers B.

Nous pouvons écrire l'expression de la différence de potentiel $U_C - U_B$ en fonction de R_2 (somme des résistances), de e_2 (somme des f.c.é.m.) et de E_2 (somme des f.é.m.) :

$$(2) \qquad U_C - U_B = R_2 I_2 + e_2 - E_2.$$

Nous pouvons évidemment revenir à l'expression $U_B - U_C$ de la d.d.p. en changeant les signes du second membre :

$$(3) \qquad U_B - U_C = -R_2 I_2 - e_2 + E_2.$$

Nous voyons que **l'expression générale de la d.d.p. entre deux points d'un circuit, expression obtenue au chapitre précédent (§ 6), nous donne autant d'expressions de la d.d.p. $U_B - U_C$ que le réseau comporte de branches.**

3. Répartition des courants. Calcul des intensités.

Nous connaissons les résistances des branches, les f.é.m. et les f.c.é.m. qui s'y rencontrent. Nous nous proposons de calculer les intensités des courants (I_1, I_2, ..., I_n) et la différence de potentiel $U_B - U_C$. Si le réseau comporte n branches, nous avons donc $(n + 1)$ inconnues.

Or, la loi des nœuds nous fournit une équation (une seule, puisque les deux nœuds font intervenir les mêmes courants) et nous avons autant d'expressions de la d.d.p. $U_B - U_C$ qu'il existe de branches, c'est-à-dire n équations liant respectivement l'intensité de chaque courant à cette d.d.p.

Nous disposons de $n + 1$ équations indépendantes pour déterminer $n + 1$ inconnues; la résolution du système est donc possible.

NOTA. — Pour établir l'expression de la d.d.p. aux bornes d'une branche, on choisit *a priori* le sens le plus probable du courant dans cette branche.

Si le résultat du calcul donne une intensité négative, c'est que le courant circule en sens inverse du sens choisi.

a) Si la branche ne comporte que des résistances et des générateurs, il est inutile de recommencer le calcul, puisque le changement de signe de l'intensité suffit pour exprimer le changement de sens du courant (ch. XI, § 10).

b) Si cette branche contient un récepteur qui continue de fonctionner en récepteur après le changement de sens du courant, il faut recommencer les calculs en choisissant le sens correct dans la branche considérée.

Exercice 21. — Mesure d'une force électromotrice au potentiomètre.

On réalise un circuit comprenant un accumulateur de résistance négligeable et de force électromotrice E = 4 V et deux résistances variables, R_1 et R_2, dont la somme, constante, est $R_1 + R_2 = 1\,221$ ohms.

Tous les fils de connexion sont de résistance négligeable.

En dérivation entre les bornes A et B de la résistance R_1, on monte une pile de résistance négligeable et de f. é. m. e = 1,5 V, en série avec une résistance de protection R = 10 000 ohms et un microampèremètre de résistance $r = 400$ ohms. Les pôles positifs de l'accumulateur et de la pile sont directement reliés au point A. (On nomme « potentiomètre » le système ainsi monté.)

a) On donne à R_1 une résistance de 700 ohms. Déterminer l'intensité i et le sens du courant dans la branche du microampèremètre.

b) Mêmes questions si l'on donne à R_1 une résistance de 300 ohms.

c) Établir la relation littérale liant la f. é. m. E de l'accumulateur, la f. é. m. e de la pile et les résistances R_1 et R_2 lorsque le courant est nul dans le microampèremètre.

Quelle est alors la valeur de la résistance R_1?

d) On remplace l'accumulateur par un autre générateur de force électromotrice E' inconnue, mais constante, et de valeur assez grande. On monte entre les points A et B une pile de Daniell de f. é. m. $e_0 = 1{,}08$ V et on constate qu'il faut donner à la résistance R_1 la valeur $R_1' = 342$ ohms pour que le microampèremètre se fixe au zéro. On remplace la pile de Daniell par une pile de f. é. m. inconnue e_1 et l'on constate que le microampèremètre se fixe au zéro si la résistance R_1 prend la valeur $R_1'' = 477$ ohms.

Déduire de ces mesures la valeur de e_1.

e) La f. é. m. de la pile de Daniell est connue à 0,2 % près, ainsi que les résistances R_1' et R_1''. Quelle est la borne de l'incertitude sur la mesure de e_1 ?

a) Soit I l'intensité dans la branche de l'accumulateur, J l'intensité dans la branche R_1 et i l'intensité dans la branche du microampèremètre (fig. 2).

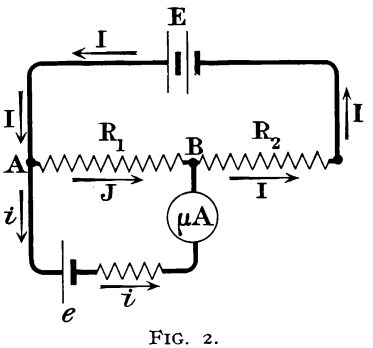


FIG. 2.

Nous supposerons que l'intensité I circule dans le sens BR_2A, sens probable du fait de l'action de l'accumulateur. Nous supposerons que, dans R_1, le courant J circule dans le sens AB et nous supposerons également que, dans la branche du microampèremètre, le courant i circule de A vers B, la pile de f. é. m. e étant en opposition et fonctionnant en récepteur de f. c. é. m. e et de résistance négligeable.

Le nœud A fournit l'équation

$$I = J + i. \qquad (1)$$

Exprimons, pour chaque branche, la d. d. p. entre les points A et B.

Branche de l'accumulateur (contenant une résistance R_2 et un générateur de f. é. m. E, traversés par un courant de sens BA) :

$$U_B - U_A = R_2 I - E. \qquad (2)$$

Branche R_1 (contenant une résistance R_1 parcourue par un courant de sens AB) :

$$U_A - U_B = R_1 J. \qquad (3)$$

Branche du microampèremètre (contenant une résistance R et un récepteur de f. c. é. m. e parcourue par un courant de sens AB) :

$$U_A - U_B = Ri + e. \qquad (4)$$

Nous voulons calculer l'intensité i dans le microampèremètre : nous devons éliminer les inconnues I, J et $U_A - U_B$, de manière à conserver l'inconnue demandée i.

Les équations (2) et (4) donnent une relation entre I et i :

$$E - R_2 I = Ri + e, \qquad (5)$$

et les équations (3) et (4) une relation entre J et i :

$$R_1 J = Ri + e. \qquad (6)$$

Des équations (5) et (6), nous tirons les expressions de I et J en fonction de i :

$$I = \frac{E - e - Ri}{R_2}, \qquad J = \frac{e + Ri}{R_1}.$$

En portant ces valeurs de I et J dans l'équation (1), on obtient

$$\frac{E - e - Ri}{R_2} = \frac{Ri + e}{R_1} + i.$$

Nous en déduisons l'expression de i en fonction de E, e, R_1, R_2 et R :

$$i = \frac{R_1 E - e\,(R_1 + R_2)}{R_1 R_2 + R_1 R + R_2 R}.$$

Avec $R_1 = 700\ \Omega$, $R_2 = 1\,221 - 700 = 521\ \Omega$, $R = 10\,000\ \Omega$, $e = 1{,}5$ V et $E = 4{,}5$ V, on obtient

$$i = \frac{700 \times 4{,}5 - 1{,}5 \times 1\,221}{700 \times 521 + 10\,000 \times 1\,221} = 105 \times 10^{-6}\ \text{A}, \quad \text{ou} \quad 105\ \mu\text{A}.$$

Cette intensité est positive; nous en déduisons que le courant circule bien dans le sens AB. La pile fonctionne en récepteur et elle est traversée par un courant d'intensité $i = 105\ \mu$A.

b) Avec $R_1 = 300\ \Omega$, $R_2 = 1\,221 - 300 = 921\ \Omega$, $R = 10\,000\ \Omega$, $e = 1{,}5$ V et $E = 4{,}5$ V, il vient

$$i = \frac{300 \times 4{,}5 - 1{,}5 \times 1\,221}{300 \times 921 + 10\,000 \times 1\,221} = -38{,}5 \times 10^{-6}\ \text{A}, \quad \text{ou} \quad -38{,}5\ \mu\text{A}.$$

L'intensité i est négative et le courant circule en sens inverse du sens initialement choisi, AB.

Mais la branche ne contient qu'une résistance et un générateur; nous pouvons conclure que le courant, d'intensité $i = 38{,}5\ \mu$A, circule dans le sens BA. La pile de f. é. m. e fonctionne en générateur.

c) Pour que le courant i soit nul dans le microampèremètre, il faut et il suffit que le numérateur $R_1E - e(R_1 + R_2)$ soit nul.

La valeur de la résistance R_1 doit être

$$R_1 = \frac{e(R_1 + R_2)}{E} = \frac{1{,}5 \times 1\,221}{4{,}5} = 407\ \text{ohms}.$$

On dit que **le potentiomètre est en équilibre.**

d) En remplaçant l'accumulateur par le générateur de f. é. m. E′ et en montant en opposition la pile de Daniell entre les points A et B, la condition d'équilibre s'écrit

$$R_1'E' = e_0(R_1' + R_2') = 1\,221\ e_0. \tag{7}$$

Si l'on remplace la pile de Daniell par la pile de f. é. m. inconnue e_1, il faut donner à R_1 la valeur R_1''; l'équation d'équilibre devient alors

$$R_1''E' = e_1(R_1'' + R_2'') = 1\,221\ e_1. \tag{8}$$

Formons le rapport membre à membre des équations (7) et (8); il vient

$$\frac{e_1}{e_0} = \frac{R_1''}{R_1'}, \quad \text{soit} \quad e_1 = e_0\frac{R_1''}{R_1'}.$$

Avec $e_0 = 1{,}08$ V, $R_1' = 342\ \Omega$ et $R_1'' = 477\ \Omega$, on trouve

$$e_1 = 1{,}08 \times \frac{477}{342} = 1{,}506\ \text{V}.$$

C'est la méthode utilisée pour mesurer la f. é. m. d'une pile en la comparant, à l'aide d'un potentiomètre, à la f. é. m. d'une pile étalon (ici, une pile de Daniell). On voit que la f. é. m. E du générateur peut être quelconque, pourvu que l'égalité $R_1E = 1\,221\ e$ soit possible, c'est-à-dire pourvu que E soit supérieure à e.

e) La règle des erreurs relatives, appliquée à l'expression $e_1 = e_0\dfrac{R_1''}{R_1'}$ donne ici

$$\frac{\Delta e_1}{e_1} = \frac{\Delta e_0}{e_0} + \frac{\Delta R_1''}{R_1''} + \frac{\Delta R_1'}{R_1'};$$

avec $\dfrac{\Delta e_0}{e_0} = \dfrac{\Delta R_1''}{R_1''} = \dfrac{\Delta R_1'}{R_1'} = \dfrac{0{,}2}{100} = \dfrac{2}{1\,000}$, il vient $\dfrac{\Delta e_1}{e_1} = \dfrac{6}{1\,000}$

et $$\Delta e_1 = \frac{1{,}506 \times 6}{1\,000} = \frac{9{,}036}{1\,000} < \frac{1}{100}.$$

Finalement, $e_1 = 1{,}51 \pm 0{,}01$ volt.

4. Groupement de générateurs.

Les générateurs peuvent être groupés en série ou en parallèle; on peut aussi réaliser un groupement mixte en disposant plusieurs séries identiques en parallèle.

a) **Groupement en série.** — Plusieurs générateurs sont groupés en série s'ils sont montés dans une même branche de manière que le pôle négatif de chacun soit relié au pôle positif du précédent.

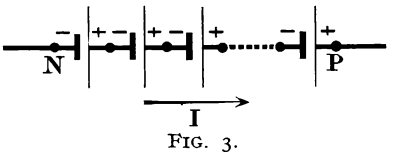


FIG. 3.

Supposons que ces générateurs soient parcourus par un courant I allant du point N (pôle négatif du premier) au point P (pôle positif du dernier) (fig. 3). Soit $r_1, r_2, \ldots, r_n$ les résistances intérieures des générateurs et $e_1, e_2, \ldots, e_n$ leurs forces électromotrices.

L'expression de la d.d.p. entre le point d'entrée N et le point de sortie P du courant est

$$U_N - U_P = I(r_1 + r_2 + \ldots + r_n) - e_1 - e_2 - \ldots - e_n.$$

Le point de potentiel le plus élevé étant le point P, la tension aux bornes de la série est

$$U_P - U_N = e_1 + e_2 + \ldots + e_n - I(r_1 + r_2 + \ldots + r_n).$$

Nous voyons que la série fonctionne comme un générateur unique de f. é. m. et de résistance intérieure respectivement égales à la somme des f. é. m. et à la somme des résistances des générateurs montés en série :

$$U_P - U_N = E - rI, \qquad \text{avec} \quad \begin{aligned} E &= e_1 + e_2 + \ldots + e_n \\ r &= r_1 + r_2 + \ldots + r_n \end{aligned}.$$

b) **Groupement en parallèle.** — On ne groupe en parallèle que des **générateurs identiques** (piles). Tous les pôles négatifs sont réunis au point N et sont au potentiel U_N; tous les pôles positifs, réunis au point P sont au potentiel U_P (fig. 4).

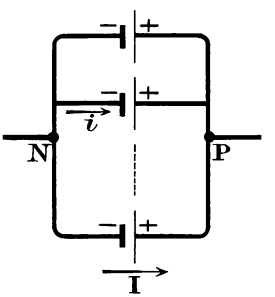


FIG. 4.

Soit e_1 et r_1 la f.é.m. et la résistance intérieure de l'un des générateurs, traversé par le courant d'intensité i allant du pôle négatif vers le pôle positif. La tension aux bornes de ce générateur est

$$U = U_P - U_N = e_1 - r_1 i.$$

Tous les générateurs, étant identiques, sont

traversés par des courants de même intensité $i = \frac{e_1 - U}{r_1}$ puisque tous présentent la même tension aux bornes, U.

L'intensité du courant total débité par n générateurs identiques est

$$I = ni = \frac{n}{r_1}(e_1 - U)$$

et la tension aux bornes s'exprime en fonction du courant total par la relation

$$U = e_1 - \frac{r_1}{n} I.$$

Nous voyons que le groupement fonctionne comme un générateur unique de f. é. m. égale à celle d'un seul générateur, de résistance intérieure égale au quotient de la résistance d'un générateur par le nombre de générateurs montés en parallèle :

$$\boxed{U_P - U_N = E - rI, \quad \text{avec} \quad \begin{cases} E = e_1 \\ r = \frac{r_1}{n} \end{cases}}.$$

c) **Groupement mixte.** — Réalisons q séries comportant chacune p piles identiques de f.é.m. e_1 et de résistance intérieure r_1 (fig. 5).

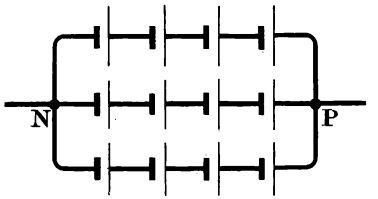


FIG. 5.

La f.é.m. d'une série est $E = pe_1$; sa résistance intérieure est $p r_1$.

La f. é. m. de l'ensemble des séries groupées en parallèle est celle d'une seule série :

$$\boxed{E = pe_1}.$$

La résistance intérieure du système est égale au quotient de la résistance d'une série par le nombre des séries montées en parallèle :

$$\boxed{r = \frac{pr_1}{q}}.$$

Si le système débite un courant I, la tension aux bornes est

$$U_P - U_N = E - rI = pe_1 - \frac{pr_1}{q} I.$$

Chaque générateur est traversé par le courant d'intensité $i = \frac{I}{q}$.

Exercice 22. — On dispose de 36 piles identiques ayant chacune une f. é. m. e = 1,5 V et une résistance intérieure $r = 2\,\Omega$. On veut grouper ces piles de manière à obtenir le courant le plus intense possible dans une résistance extérieure $R = 4{,}5\,\Omega$. Comment doit-on grouper ces piles? Quelle est la valeur de cette intensité maximale, I?

Réalisons un groupement mixte comportant q séries de p piles. Ces nombres sont liés par la relation

$$pq = 36.$$

Le groupement équivaut à un générateur unique de f. é. m. pe et de résistance intérieure $\frac{pr}{q}$.

Avec la résistance extérieure R, il constitue un circuit de résistance totale $R + \frac{pr}{q}$, contenant la f. é. m. pe et dépourvu de f. c. é. m.

L'application de la loi de Pouillet donne la valeur de l'intensité I dans le circuit :

$$I = \frac{pe}{R + \frac{pr}{q}} = \frac{e}{\frac{R}{p} + \frac{r}{q}}.$$

Le numérateur est constant. L'intensité est donc maximale lorsque le dénominateur est minimal. Or, ce dénominateur est la somme de deux nombres $\frac{R}{p}$ et $\frac{r}{q}$ dont le produit, $\frac{Rr}{pq} = \frac{4,5 \times 2}{36}$, est constant et l'on sait que, lorsqu'il en est ainsi, la somme des deux nombres est minimale lorsque les deux nombres sont égaux. L'intensité du courant est donc maximale si $\frac{R}{p} = \frac{r}{q}$, c'est-à-dire si $\frac{p}{q} = \frac{R}{r} = \frac{4,5}{2} = 2,25$.

Nous devons donc avoir $p = 2,25\,q$; la condition $pq = 36$ peut ainsi s'écrire $2,25\,q^2 = 36$,

soit $$q^2 = \frac{36}{2,25} = 16, \qquad \text{ou} \qquad q = 4.$$

Nous devons monter 4 séries comprenant chacune 9 générateurs.

Dans ces conditions, l'intensité débitée par le groupement dans la résistance extérieure est

$$I = \frac{1,5}{\frac{4,5}{9} + \frac{2}{4}} = \frac{1,5}{0,5 + 0,5} = 1,5 \text{ A}.$$

Exercice 23. — Réseau contenant un récepteur.

Un générateur de f. é. m. E = 2 V et de résistance intérieure $r = 1\,\Omega$ est monté entre les bornes A et B d'une cuve à électrolyse contenant de la soude entre des électrodes de fer, de f. c. é. m. e = 1,5 V et de résistance intérieure $r' = 1\,\Omega$. Un rhéostat de résistance variable R est monté en dérivation entre les bornes de la cuve (fig. 6).

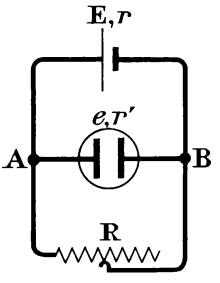


FIG. 6.

1° Établir l'expression de l'intensité I du courant circulant dans la cuve dans le sens AB, en fonction de E, r, e, r' et R. Montrer que ce sens de circulation n'est possible que si la résistance R est supérieure à une valeur minimale, R_m. Calculer R_m.

2° On donne à la résistance du rhéostat la valeur $R = 5\,\Omega$. Calculer I.

3° Même question si l'on réduit la résistance du rhéostat à $2\,\Omega$.

1° Supposons que le courant d'intensité I circule dans la cuve dans le sens AB et que le courant d'intensité i circule dans le rhéostat dans le sens ARB (fig. 7).

Soit J l'intensité du courant débité par le générateur, dans le sens BA.

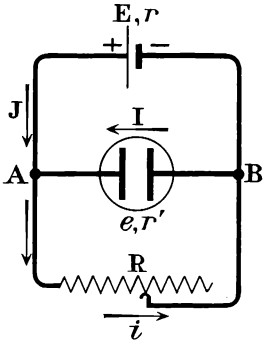


FIG. 7.

La loi des nœuds, appliquée au point A, donne l'équation

$$J = I + i. \qquad (1)$$

Exprimons la différence de potentiel entre les points A et B en fonction des caractéristiques de chaque branche.

Générateur (courant de sens BA) :

$$U_B - U_A = rJ - E. \qquad (2)$$

Récepteur (courant de sens AB) :

$$U_A - U_B = r'I + e. \qquad (3)$$

Résistance (courant de sens AB) :

$$U_A - U_B = R\,i. \qquad (4)$$

Les équations (2) et (3) permettent d'exprimer J en fonction de I :

$$U_A - U_B = E - rJ = r'I + e,$$

d'où

$$J = \frac{E - e - r'I}{r}.$$

De même, les équations (3) et (4) permettent d'exprimer i en fonction de I :

$$U_A - U_B = Ri = r'I + e;$$

on trouve

$$i = \frac{e + r'I}{R}.$$

Ces valeurs de i et J, portées dans l'équation (1), donnent l'équation

$$\frac{E - e - r'I}{r} = I + \frac{e + r'I}{R},$$

dont la résolution donne la valeur de l'intensité I dans la cuve :

$$I = \frac{R(E - e) - re}{Rr + Rr' + rr'}. \qquad (5)$$

Pour que le courant circule dans le sens AB, il faut que la valeur de I donnée par l'équation (5) soit positive. Le dénominateur étant positif, il faut que le numérateur le soit aussi, ce qui donne la condition

$$R(E - e) - re > 0,$$

que l'on peut écrire

$$R > \frac{re}{E - e}.$$

La résistance du rhéostat doit être supérieure à une valeur minimale R_m donnée par l'équation

$$R_m = \frac{re}{E - e} = \frac{1,5}{2 - 1,5} = 3 \text{ ohms}.$$

Pour que le courant circule dans la cuve à électrolyse dans le sens AB, il faut que la résistance du rhéostat soit supérieure à 3 ohms.

2° Si l'on donne au rhéostat la résistance $R = 5\ \Omega$, la condition précédente est remplie et le courant circule dans la cuve dans le sens AB. Son intensité est donnée par l'équation (5) : il vient

$$I = \frac{5(2 - 1{,}5) - 1 \times 1{,}5}{5 \times 1 + 5 \times 1 + 1 \times 1} = 0{,}09 \text{ A}.$$

3° Si l'on donne au rhéostat la résistance $R = 2\ \Omega$, la condition précédente n'est plus satisfaite et l'équation (5) donne une intensité I négative. Cela indique que le courant ne peut pas circuler dans le sens AB à travers la cuve à électrolyse, mais nous ne pouvons pas conserver la valeur numérique de ce résultat négatif, car la cuve à électrolyse est un récepteur qui reste récepteur après changement de sens du courant (quel que soit le sens du courant, il s'y produit la décomposition de l'eau en hydrogène et en oxygène, avec transformation d'énergie électrique en énergie chimique). Dans ce cas (ch. XI, § 10), nous devons écrire à nouveau les équations (1) à (4) en supposant que le courant circule dans la cuve dans le sens BA. Ces équations deviennent :

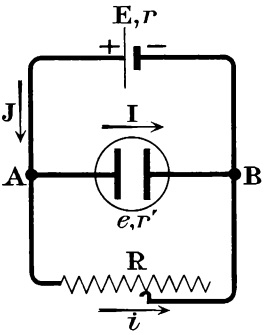


FIG. 8.

(1) *nœud* A : $J + I = i$;

(2) *générateur* (sens BA) : $U_B - U_A = rJ - E$;

(3) *récepteur* (sens BA) : $U_B - U_A = r'I + e$;

(4) *résistance* (sens AB) : $U_A - U_B = Ri$.

La résolution de ce système donne

$$I = -\frac{re + R(E + e)}{Rr + Rr' + rr'},$$

expression que nous aurions d'ailleurs pu obtenir à partir de l'équation (5) en y changeant I en — I et e en $-e$, conformément au résultat obtenu au chapitre XI, § 10.

Nous constatons que cette valeur de I est encore négative : le courant ne peut donc pas circuler dans le sens BA à travers la cuve.

Si la résistance R est réduite à 2 ohms, nous devons conclure que la cuve n'est traversée par aucun courant, puisque, quelle que soit l'hypothèse faite *a priori* sur le sens de ce courant, le calcul donne un résultat négatif conduisant à la conclusion que ce sens est impossible.

Le réseau se réduit donc au circuit constitué par le générateur et le rhéostat. L'application de la loi de Pouillet à ce circuit donne l'expression de l'intensité $i = J$ qui traverse le générateur et le rhéostat :

$$i = J = \frac{E}{r + R} = \frac{2}{1 + 2} = 0{,}67 \text{ A}.$$

La loi d'Ohm appliquée à la résistance R montre que la différence de potentiel entre les points A et B est

$$U_A - U_B = Ri = 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3} = 1{,}33 \text{ V}.$$

Nous pouvons observer que cette d. d. p. est inférieure à la force contre-électromotrice de la cuve ($e = 1{,}5$ V).

En conclusion, nous pourrons dire qu'un récepteur de f. c. é. m. constante e, demeurant un récepteur après inversion du sens du courant, ne se laisse traverser par le courant que si l'on établit entre ses bornes une différence de potentiel supérieure à sa force contre-électromotrice.

RÉSUMÉ

Pour déterminer les intensités des courants circulant dans les branches d'un réseau ne comportant que deux nœuds :

a) on choisit dans chaque branche le sens probable de circulation du courant;

b) on exprime la différence de potentiel entre les extrémités de chaque branche en fonction de l'intensité du courant qui la parcourt, des résistances et des f. é. m. et f. c. é. m. qu'elle contient;

c) on écrit que la somme des intensités des courants qui se dirigent vers un nœud est égale à la somme des intensités des courants qui s'en écartent.

On résout le système d'équations ainsi obtenues.

Si l'on obtient une solution négative pour l'intensité du courant circulant dans une branche ne comportant que des résistances mortes et des générateurs, cela signifie que le courant circule dans le sens contraire au sens initialement choisi, mais la solution obtenue est correcte.

Si la branche comporte un récepteur, qui reste un récepteur après inversion du sens du courant, il faut recommencer le calcul, en cas de solution négative, en inversant le sens choisi pour le courant.

Plusieurs générateurs montés en série (le pôle négatif de chacun étant relié au pôle positif du précédent) sont équivalents à un générateur unique admettant comme f. é. m. la somme des f. é. m. et comme résistance la somme des résistances des générateurs.

Le groupement en parallèle de plusieurs générateurs identiques (où tous les pôles positifs sont connectés entre eux) fonctionne comme un générateur unique de f. é. m. égale à celle d'un seul générateur, de résistance intérieure égale au quotient de celle d'un générateur par le nombre de générateurs formant le groupement.

Exercices.

1. — Avec des piles identiques de force électromotrice $e_0 = 1{,}2$ volt et de résistance intérieure $r_0 = 0{,}8$ ohm on veut constituer un groupement équivalant à un générateur G de force électromotrice $E = 6$ volts et de résistance intérieure $r = 1$ ohm.

Comment les piles sont-elles associées; quel est leur nombre?

Rép. : Groupement mixte composé de 4 séries de 5 piles chacune.

2. — On monte en série deux accumulateurs ayant chacun une force électromotrice de 2 volts et une résistance intérieure de 0,1 ohm. Le pôle positif de cette batterie est relié à l'extrémité A d'un fil résistant rectiligne, de section constante et de 2 mètres de longueur. Le pôle négatif de cette batterie est relié à l'extrémité B de ce même fil. La résistance du fil AB est 0,6 ohm.

Pour mesurer la force électromotrice d'une pile P, on relie son pôle positif à A et son pôle négatif à un point D du fil AB en intercalant entre P et D un galvanomètre muni d'un dispositif de protection contre les surtensions. Le galvanomètre est au zéro quand la distance AD vaut 1,20 mètre. Quelle est cette force électromotrice?

Rép. : 1,8 V.

3. — 1° Sur le culot d'une lampe à incandescence on lit 60W, 120 V. Expliquer ces indications et montrer qu'on peut en déduire la résistance du filament pendant le fonctionnement normal de la lampe (sa température est alors 2 250 °C).

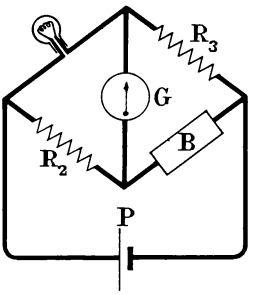


FIG. 9.

2° La lampe précédente constitue un des bras d'un pont de Wheatstone; deux autres bras sont constitués par deux résistances invariables, $R_2 = R_3 = 60$ ohms; le quatrième bras est une boîte de résistance, B (fig. 9).

On utilise, pour compléter le montage, un galvanomètre G et une pile, P, de f. é. m. 1,5 volt et de résistance intérieure 15 ohms.

Durant cette expérience, la température de la lampe est 25 °C et l'on rappelle que la résistance de cette lampe varie avec la température suivant la relation

$$R = R_0 (1 + 0{,}004\, t),$$

où R_0 est la résistance à 0 °C.

Quelle résistance la boîte B doit-elle marquer pour que le galvanomètre n'indique le passage d'aucun courant? Quelle est alors l'intensité traversant chaque branche du circuit?

Rép. : 1° 240 ohms. 2° 136,4 ohms, 13,9 mA, 6,1 mA, 20 mA.

4. — On groupe 6 piles en deux séries parallèles de 3 éléments chacune. Chaque élément, de force électromotrice E_0, a une résistance intérieure $r_0 = 1$ ohm.

La batterie ainsi constituée alimente :

— une résistance R = 2 ohms;

— un ensemble, en série avec la résistance R et composé de deux branches dérivées : l'une constituée par une cuve électrolytique, V, à sulfate de cuivre et électrodes de cuivre, ayant une résistance de 1 ohm et où se déposent 128 mg de cuivre en 6 minutes 26 secondes; l'autre, constituée par une bobine dont la résistance est 400 ohms.

On demande de calculer :

1° les intensités du courant dans le voltamètre, dans la bobine, dans la résistance R et dans chacune des piles;

2° la force électromotrice de chacune des piles.

Rép. : 1° 1 A, 0,002 5 A, 1,002 5 A, 0,501 A. 2° 1,5 V.

5. — Entre deux points, A et B, est tendu un fil de nichrome de 1 m de long et de résistance 2 ohms (fig. 10).

On réunit par des fils de connexion de résistance négligeable le point A à la borne positive et le point B à la borne négative d'un générateur de force électromotrice 6 volts et de résistance 2 ohms.

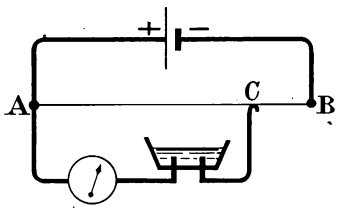


FIG. 10.

1° Comment varie, en fonction de la distance AC, la différence de potentiel entre le point A et un point C (mobile) du fil AB?

2° Entre A et C on branche un ampèremètre et une cuve électrolytique (voltamètre) de force contre-électromotrice 2,2 volts. On déplace le point C de A vers B. A partir de quelle position de C verra-t-on dévier l'aiguille de l'ampèremètre? Justifier.

3° Quand AC = 0,85 m, l'ampèremètre indique 0,2 A. Exprimer de trois façons différentes la différence de potentiel entre A et C (d. d. p. qui n'est plus la même qu'à la question 2°) et en déduire les intensités du courant dans les diverses branches du circuit ainsi que la résistance du voltamètre.

Rép. : 1° $U_A - U_C = 3x$ (avec AC = x mètres). 2° 0,73 m;
3° 1,385 A, 1,585 A, 0,772 ohm.

CHAPITRE XIII

POLARISATION DES ÉLECTRODES D'UN VOLTAMÈTRE. ACCUMULATEURS ET PILES

A. — POLARISATION DES ÉLECTRODES D'UN VOLTAMÈTRE.

1. Étude d'un voltamètre plomb/acide sulfurique/plomb.

Plaçons deux électrodes de plomb bien décapées dans un bécher contenant une solution d'acide sulfurique. Nous construisons ainsi un voltamètre présentant la chaîne symétrique (fig. 1) :

$$Pb \,/\, H_2SO_4 \,/\, Pb.$$

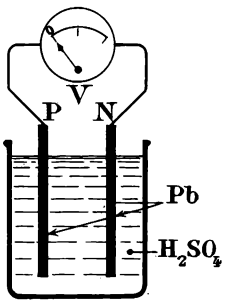


FIG. 1.

Un voltmètre V de très grande résistance placé entre les bornes P et N liées aux électrodes de plomb ne dévie pas.

Réalisons maintenant le montage de la figure 2. L'électrode P est reliée à la borne médiane d'un inverseur qui, en position (1), la met en contact avec le pôle positif d'un accumulateur par l'intermédiaire d'un rhéostat Rh. L'électrode N est reliée à la borne négative de l'accumulateur par l'intermédiaire d'un ampèremètre A, dont le zéro est au milieu de la graduation.

En position (2), l'inverseur ferme un second circuit comprenant la cuve à électrolyse, l'ampèremètre A et une résistance R de quelques ohms. Le voltmètre V reste branché entre les points P et N dont il mesure la différence de potentiel.

a) **Établissons le contact en position (1)** (fig. 3). — Nous constatons que l'aiguille de l'ampèremètre dévie vers la droite, indiquant le passage d'un courant qui pénètre dans la cuve par la borne P et en sort par la borne N.

Le voltmètre indique l'existence d'une d.d.p. entre les points P et N, le potentiel de P étant supérieur à celui de N.

La solution d'acide sulfurique renferme des ions H^+, qui sont entraî-

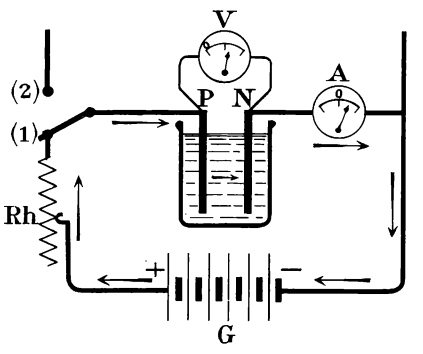


FIG. 2.

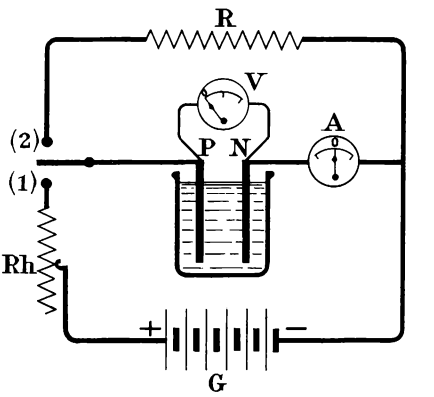


FIG. 3.

nés dans le sens du courant vers la cathode N, où ils se déchargent en donnant un dégagement d'hydrogène :

$$2\,H^+ + 2 \text{ électrons} \longrightarrow H_2.$$

Une partie de cet hydrogène se fixe sur le plomb par **adsorption** et le métal prend une teinte gris bleuté, tandis que le reste du gaz se dégage. La solution renferme aussi des ions sulfate SO_4^{--}, qui sont entraînés en sens inverse du courant vers l'anode P, autour de laquelle ils s'accumulent sans se décharger. Les électrons aspirés par le générateur sont cédés par l'eau de la solution selon le schéma

$$H_2O \longrightarrow 2 \text{ électrons} + 2\,H^+ + \frac{1}{2}O_2.$$

Il se dégage de l'oxygène, dont une partie reste fixée sur l'anode en donnant avec le plomb un **mélange d'oxydes** (PbO et PbO_2).

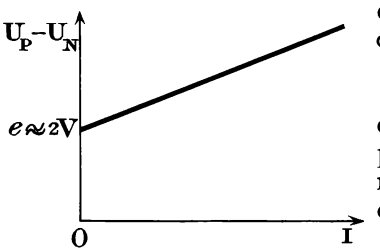


FIG. 4.

La cuve à électrolyse est un récepteur, où l'énergie électrique se transforme partiellement en énergie chimique (formation de mélange tonnant, apparition d'oxydes sur l'anode).

En faisant varier l'intensité du courant à l'aide du rhéostat Rh, on peut vérifier que la tension aux bornes de la cuve est une fonction linéaire de l'intensité présentant un terme constant : $U_P - U_N = e + r\,I$ (fig. 4).

La cuve présente une force contre-électromotrice e, de l'ordre de 2 V.

Après quelques minutes de fonctionnement, la cuve perd sa symétrie initiale; la chaîne conductrice devient

Plaque P	Pb / oxydes /	H_2SO_4 /	hydrogène / Pb	Plaque N
(brune)	PbO, PbO_2		adsorbé	(grise)

b) **Dégageons l'inverseur de la position (1)**, sans le placer sur la position (2). Nous constatons que le voltmètre indique la persistance d'une d.d.p. d'environ 2 volts entre les points P et N, l'électrode P étant au potentiel le plus élevé.

Nous pouvons en conclure que **la cuve, rendue dissymétrique pendant son fonctionnement en récepteur, est devenue un générateur de f. é. m. voisine de 2 volts,** dont le pôle positif est la plaque brune P.

On dit que les électrodes se sont **polarisées,** car elles forment deux pôles distincts, l'un positif, l'autre négatif.

c) **Plaçons l'inverseur en position (2)** (fig. 5). — Nous constatons que l'ampèremètre dévie vers la gauche, indiquant le passage d'un courant qui sort de la cuve à électrolyse fonctionnant en générateur par la borne P et y rentre par la borne N.

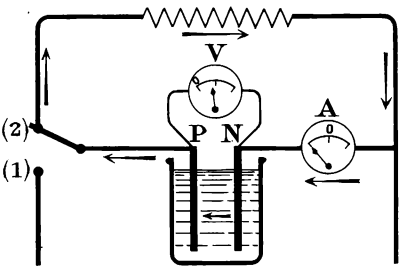


FIG. 5.

Nous pouvons conclure que **la cuve, rendue dissymétrique et fonctionnant en générateur, engendre un courant de sens contraire à celui qui la traversait lors de son fonctionnement en récepteur.**

Les ions H^+ de la solution, toujours entraînés dans le sens du courant, se dirigent maintenant vers la plaque P où ils se déchargent. L'hydrogène ainsi libéré réduit l'oxyde puce PbO_2 en donnant de l'eau et de l'oxyde Pb O. La couleur de la plaque P s'éclaircit et devient jaunâtre.

Les ions SO_4^{--}, entraînés en sens inverse du courant s'accumulent autour de la plaque N en conservant leur charge. Les électrons refoulés par cette plaque dans le circuit extérieur sont cédés par des molécules d'eau; il se dégage alors de l'oxygène, qui s'échappe en partie (bulles de gaz).

Une partie de cet oxygène oxyde l'hydrogène adsorbé par le plomb, en formant de l'eau, qui se répand dans la solution.

Laissons l'inverseur en position (2) jusqu'à ce que le courant cesse de lui-même. Lorsque l'aiguille de l'ampèremètre est revenue au zéro, nous constatons que l'électrode N est devenue jaunâtre comme l'électrode P. Nous pouvons en déduire que le plomb lui-même a subi une oxydation.

Conclusion. — Lorsque la cuve à électrolyse, polarisée, fonctionne en générateur, elle est le siège de transformations chimiques inverses de celles qui s'y produisaient lors de son fonctionnement en récepteur (formation d'eau, réduction de l'oxyde PbO_2). Il en résulte que l'énergie chimique emmagasinée dans la cuve se transforme en énergie électrique.

Pendant son fonctionnement en générateur, la cuve se dépolarise,

c'est-à-dire tend à redevenir symétrique; lorsqu'elle est devenue incapable de produire du courant, les deux plaques P et N sont jaunâtres et la chaîne conductrice peut être représentée par le schéma :

$$\text{Plaque P} \quad \text{Pb / PbO / } H_2SO_4 \text{ / PbO / Pb} \quad \text{Plaque N.}$$

2. Étude d'un voltamètre cuivre/sulfate de cuivre/cuivre.

Dans le montage de la figure 2, remplaçons le voltamètre au plomb par une cuve contenant une solution de sulfate de cuivre entre des électrodes de cuivre. La chaîne conductrice $Cu/CuSO_4/Cu$ est symétrique; nous constatons alors que le voltmètre V n'indique aucune différence de potentiel entre les électrodes P et N.

a) **En position (1)**, le courant circule dans le sens PN dans le voltamètre. Si l'on fait varier son intensité à l'aide du rhéostat Rh, on constate que la tension aux bornes de la cuve est proportionnelle à l'intensité du courant qui la traverse :

$$U_P - U_N = R\,I.$$

L'absence de terme constant montre que **la cuve ne présente pas de force-contre électromotrice** : elle joue le rôle d'une simple résistance morte.

Nous avons vu (ch. IV, § 7) que le passage du courant dans cette cuve entraîne un simple transport de cuivre de l'anode vers la cathode (anode soluble). Il en résulte que **la chaîne conductrice n'est pas modifiée; la cuve reste symétrique.**

b) Si l'on dégage l'inverseur de la position (1) sans le placer en position (2), on constate que l'aiguille du voltmètre revient au zéro : **la cuve, demeurée symétrique, ne présente pas de f. é. m. et n'est pas devenue un générateur.**

c) Si l'on place l'inverseur en position (2), on constate que l'ampèremètre reste au zéro.

3. Conclusion.

Les exemples précédents permettent de formuler les conclusions suivantes :

1° Une cuve à électrolyse **symétrique, demeurant symétrique** lors du passage du courant, ne présente **aucune f. c. é. m.** et se conduit dans le circuit comme une **résistance morte.**

2° Une cuve à électrolyse initialement symétrique, mais **devenant dissymétrique lors du passage du courant, présente une f. c. é. m.** et constitue un récepteur. On dit que les électrodes de la cuve se polarisent.

3° **Une cuve à électrolyse constitue un générateur aussi longtemps que les électrodes restent polarisées,** c'est-à-dire tant que la dissymétrie de la cuve se maintient.

B. — APPLICATION AUX ACCUMULATEURS.

4. Formation naturelle d'un accumulateur au plomb.

La cuve à électrolyse étudiée au paragraphe A, 1 est un accumulateur au plomb. Lorsque la cuve fonctionne en récepteur, on dit qu'elle est traversée par le **courant de charge** Lorsque l'accumulateur est chargé, il peut fonctionner en générateur et produire un **courant de décharge,** de sens contraire au courant de charge.

Au cours de la formation naturelle d'un accumulateur, méthode imaginée par Planté en 1860, on effectue un très grand nombre de charges et de décharges successives pendant lesquelles les transformations chimiques, superficielles lors de la première opération, s'effectuent de plus en plus profondément dans les électrodes.

Les masses d'oxydes formées deviennent de plus en plus grandes et la quantité d'électricité que l'accumulateur peut débiter comme générateur jusqu'à décharge complète devient de plus en plus importante. On dit que la **capacité** de l'accumulateur augmente.

La méthode de formation naturelle produit des appareils robustes, mais coûteux; on préfère aujourd'hui la méthode de formation artificielle, qui permet d'obtenir des accumulateurs de grande capacité en une seule opération de charge.

5. Formation artificielle d'un accumulateur au plomb.

On utilise des plaques de plomb antimonié présentant des alvéoles dans lesquelles on comprime fortement du **minium** (Pb_3O_4) pour les

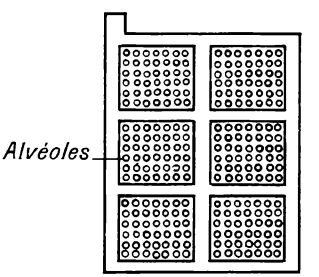


FIG. 6.

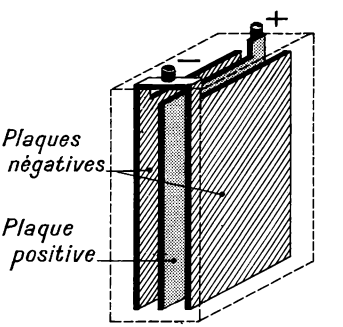


FIG. 7.

plaques positives et de la **litharge** (PbO) pour les plaques négatives (fig. 6).

Ces plaques sont plongées dans une solution d'acide sulfurique.

Lorsque le courant de charge passe (fonctionnement en récepteur), l'hydrogène qui apparaît à la cathode réduit la litharge à l'état de **plomb spongieux**, de couleur grise; l'oxygène qui se forme à l'anode transforme le minium en oxydes supérieurs de plomb, particulièrement en **oxyde puce** (PbO_2) de couleur brune.

Chaque élément d'accumulateur est contenu dans un bac isolant et se compose de deux plaques négatives connectées entre elles et situées de part et d'autre de la plaque positive (fig. 7). Une batterie d'accumulateurs se compose de plusieurs éléments montés en série (3 ou 6 pour les batteries d'automobile).

6. Décharge d'un élément d'accumulateur au plomb.

La décharge s'accompagne de diverses modifications, qu'il convient d'examiner séparément.

a) **Variation de la f. é. m.** — Au début de la décharge, la f. é. m. est un peu supérieure à 2 V (entre 2,2 et 2,5 V). Dans les premières minutes de la décharge, la f.é.m. s'abaisse à 2 V et se maintient ensuite très longtemps à cette valeur (fig. 8). Vers la fin de la décharge, on observe une décroissance rapide de la f.é.m.; il convient d'arrêter la décharge lorsque la f.é.m. s'abaisse à 1,8 V, si l'on veut éviter la détérioration des plaques.

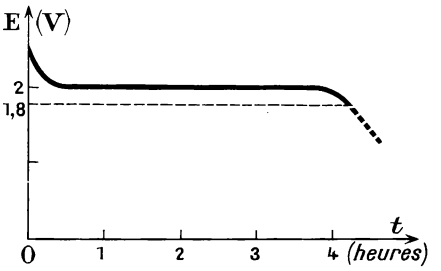


FIG. 8.

b) **Variation de la couleur des plaques.** — Les plaques positives passent progressivement du brun foncé au brun clair, ce qui indique la réduction des oxydes très oxygénés du plomb, tandis que les plaques négatives, initialement gris foncé, s'éclaircissent peu à peu.

c) **Variation de la densité de la solution sulfurique.** — Au cours de la décharge, la densité de l'électrolyte s'abaisse de 24 à 20 °B.

La valeur de la f.é.m., l'examen de la couleur des plaques et la mesure de la densité de l'électrolyte à l'aide d'un aréomètre de Baumé permettent de reconnaître la fin de la décharge.

7. Recharge d'un élément d'accumulateur au plomb.

Un élément déchargé doit être rechargé aussitôt si l'on veut éviter l'attaque des plaques par l'électrolyte (sulfatation).

a) **Variation de la f. é. m.** — La f. é. m. s'élève très vite de 1,8 V à 2 V, puis ensuite très lentement de 2 V à 2,2 V pendant la plus grande partie de la durée de la charge (fig. 9).

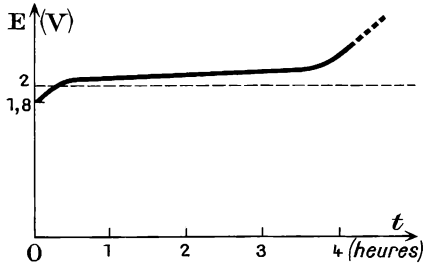


FIG. 9.

En fin de charge, la f.é.m. s'élève rapidement jusqu'à 2,5 V, valeur indiquant la fin de l'opération de charge.

b) Au cours de la recharge, les plaques positives redeviennent brunes et les plaques négatives gris foncé.

c) La densité de l'électrolyte s'élève progressivement de 20 à 24 °B.

8. Accumulateurs alcalins.

Les accumulateurs au plomb sont lourds et fragiles. On a tenté de remédier à ces défauts en utilisant d'autres voltamètres polarisables,

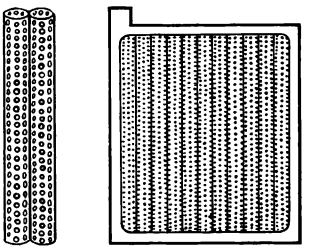


FIG. 10.

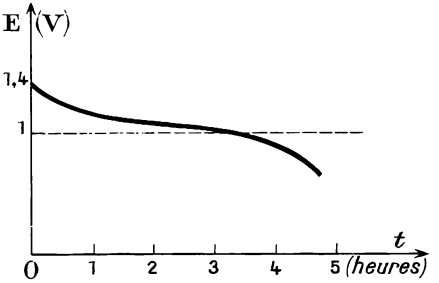


FIG. 11.

dont les plus courants constituent les accumulateurs cadmium — nickel et fer — nickel, utilisant comme électrolyte une solution de potasse à 20 %.

Les électrodes (fig. 10) sont des tubes d'acier nickelé finement perforés contenant :

a) **pour les électrodes positives** : un mélange de peroxyde de nickel et de nickel pulvérulent :

b) **pour les électrodes négatives** : du cadmium ou du fer pulvérulent.

L'ensemble est enfermé à l'abri du gaz carbonique de l'air dans une boîte étanche, en acier nickelé.

Ces accumulateurs sont très robustes. Ils peuvent être abandonnés longtemps, déchargés, sans que les plaques se détériorent.

Mais leur force électromotrice, plus faible que celle d'un accumulateur au plomb, est également moins stable : elle s'abaisse progressivement de 1,4 à 1 volt par élément au cours de la décharge (fig. 11).

9. Résistance intérieure d'un accumulateur.

Les plaques d'un accumulateur sont de grande surface et très proches l'une de l'autre. Il en résulte que **la résistance de la couche d'électrolyte située entre les plaques est très faible, de l'ordre de 0,01 ohm.**

Un accumulateur ne doit jamais être mis en court-circuit car, dans ce cas, il serait traversé par un courant très intense, de l'ordre de plusieurs centaines d'ampères, provoquant la déformation des plaques et la chute de parcelles de substances actives au fond du bac.

10. Capacité d'un accumulateur.

La capacité d'un accumulateur est la quantité d'électricité, Q, qu'il peut débiter au cours d'une décharge normale.

On l'exprime généralement en ampèreheures.

Elle dépend de la masse de la substance active contenue dans l'appareil et vaut environ 12 Ah par kilogramme de plaque pour les accumulateurs au plomb.

La quantité d'électricité Q′ qui traverse l'accumulateur pendant une opération de charge complète est un peu supérieure à Q. Le rapport $\frac{Q}{Q'}$ est le **rendement en quantité** de l'accumulateur, de l'ordre de 0,85 pour un accumulateur au plomb.

11. Rendement énergétique.

Pendant la décharge de durée t, l'accumulateur est un générateur de f.é.m. moyenne E, de résistance r, traversé par un courant d'intensité I. Il présente la tension aux bornes $U_P - U_N = E - r\,I$ et, pendant la durée t, il fournit l'énergie

$$W = (U_P - U_N)\,I\,t = E\,I\,t - r\,I^2\,t.$$

Pendant la charge, de durée t', l'accumulateur est un récepteur de f.c.é.m. moyenne E′, de résistance r, traversé par un courant d'intensité I′. Il présente la tension aux bornes $U'_P - U'_N = E' + r\,I'$ et, pendant la durée t', il absorbe l'énergie

$$W' = (U'_P - U'_N)\;I't' = E'I't' + r\,I'^2t'.$$

Le rendement énergétique est le rapport de la quantité d'énergie rendue pendant la décharge à l'énergie absorbée pendant la charge. La valeur de ce rendement est

$$\eta = \frac{E\,I\,t - r\,I^2t}{E'I't' + r\,I'^2t'}.$$

La résistance r est généralement assez faible pour que l'on puisse négliger les termes qui la contiennent. Si l'on remarque que les quantités d'électricité rendues lors de la décharge et absorbées lors de la charge sont respectivement $Q = I\,t$ et $Q' = I't'$, on voit que le rendement énergétique peut s'écrire

$$\eta \approx \frac{E\,Q}{E'Q'}.$$

Pour un accumulateur au plomb, nous avons $\frac{Q}{Q'} = 0{,}85$, $E = 2$ V et $E' = 2{,}2$ V. Le rendement énergétique est de l'ordre de

$$\eta = \frac{2}{2{,}2} \times 0{,}85 = 0{,}77.$$

C. — PILES.

Les piles sont des **cuves à électrolyse dissymétriques par construction**, présentant de ce fait une force électromotrice et utilisées comme générateurs.

12. Pile de Volta.

Dans un bécher contenant une solution étendue d'acide sulfurique, plongeons une électrode de cuivre, P, et une électrode de zinc amalgamé, N, (fig. 12).

(L'alliage de zinc et de mercure résiste mieux que le zinc pur à

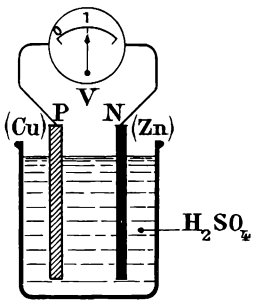


FIG. 12.

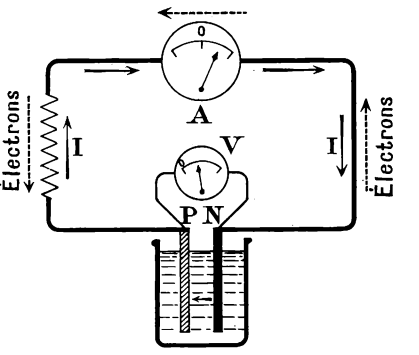


FIG. 13.

l'action de l'acide sulfurique lorsque la pile ne fonctionne pas.)

Un voltmètre V monté entre les électrodes P et N indique l'existence

d'une d.d.p. $U_P - U_N$ d'environ 1 volt, l'électrode de cuivre étant au potentiel le plus élevé.

La dissymétrie de la cuve se traduit donc encore ici par l'apparition d'une f.é.m.

Sans débrancher le voltmètre, établissons entre les électrodes un circuit extérieur comprenant, montés en série, une résistance R de quelques ohms et un ampèremètre A, dont le zéro est au milieu de la graduation (fig. 13).

Nous constatons que l'ampèremètre indique le passage d'un courant allant, à l'extérieur de la pile, du cuivre vers le zinc.

L'**électrode de cuivre est donc le pôle positif de la pile,** dont l'électrode de zinc constitue le pôle négatif.

A l'intérieur de la pile, le courant circule du zinc vers le cuivre.

a) Laissons débiter la pile dans la résistance R : nous constatons que l'intensité du courant diminue rapidement, puis devient négligeable. On dit que la pile se **polarise.**

NOTA. — Nous verrons que ce terme ne possède pas ici la même signification que dans la partie A du présent chapitre.

b) Essuyons la lame de cuivre et chauffons-la dans la flamme oxydante d'un bec Bunsen : le cuivre noircit rapidement, en se recouvrant d'oxyde cuivreux Cu_2O et cuivrique CuO.

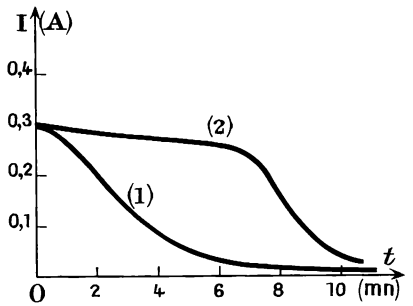


FIG. 14.

c) Replaçons la lame de cuivre oxydé dans la bécher et faisons débiter la pile à nouveau. Nous constatons que l'intensité du courant se maintient sensiblement constante pendant plusieurs minutes. La polarisation de la pile est donc retardée par la présence de l'oxyde cuivrique, qui joue le rôle de **dépolarisant.**

A la fin de l'expérience, la lame de cuivre est devenue rougeâtre. On en déduit que l'oxyde cuivrique a été réduit, soit à l'état de cuivre, soit à l'état d'oxyde cuivreux.

La figure 14 montre la variation, au cours du temps, de l'intensité du courant débité par la pile, sans dépolarisant (1) et avec dépolarisant (2).

d) **Interprétation.** — Dans la pile, le courant circule du zinc vers le cuivre :

$$\ominus \quad \underset{\longleftarrow}{Zn \mid SO_4^{--}}, \quad 2\,H^+ \underset{\longrightarrow}{\mid} Cu \quad \oplus \qquad \text{(courant intérieur } \longrightarrow\text{)}$$

1° Les ions SO_4^{--} sont entraînés en sens inverse du courant vers l'électrode de zinc. Ces ions ne se déchargent pas, mais leur concentration au voisinage du métal provoque l'ionisation d'atomes de zinc :

$$Zn \longrightarrow 2 \text{ électrons} + Zn^{++}.$$

Les électrons abandonnés par le zinc cheminent dans le circuit extérieur, tandis que les ions Zn^{++} se répandent dans la solution.

2° Les ions H^+ sont entraînés dans le sens du courant vers l'électrode de cuivre, où ils se déchargent :

$$2\,H^+ + 2 \text{ électrons} \longrightarrow H_2.$$

Il apparaît de l'hydrogène, dont une partie se fixe sur le cuivre par adsorption, tandis que le reste se dégage.

3° **La présence sur le cuivre d'une gaine d'hydrogène adsorbé modifie la chaîne conductrice** qui devient

$$\xrightarrow{\text{courant intérieur}}$$
$$Zn \;/\; \underset{\longleftarrow}{SO_4^{--}},\quad 2\,\underset{\longrightarrow}{H^+} \;/\; H_2 \text{ (adsorbé)} \;/\; Cu.$$

Cette modification entraîne deux conséquences :

— **la force électromotrice diminue,** car les actions au contact des électrodes sont superficielles; tout se passe comme si l'électrode de cuivre était remplacée par une électrode d'hydrogène; il se trouve que la dissymétrie (Zn, H_2) engendre une f.é.m. plus faible que la dissymétrie (Zn, Cu);

— **la présence de l'hydrogène accroît sensiblement la résistance intérieure** de la pile.

Ces deux phénomènes se conjuguent pour réduire rapidement l'intensité du courant débité par la pile.

4° **Si le cuivre est préalablement oxydé,** l'hydrogène qui apparaît au contact de l'électrode de cuivre réduit l'oxyde cuivrique à l'état d'oxyde cuivreux, ou même de cuivre :

$$CuO + H_2 \longrightarrow Cu + H_2O,$$
$$2\,CuO + H_2 \longrightarrow Cu_2O + H_2O.$$

Il ne se forme pas de gaine d'hydrogène tant qu'il subsiste de l'oxyde cuivrique; la polarisation de la pile est alors retardée. L'intensité du courant peut garder une valeur constante pendant une durée de quelques minutes.

13. Polarisation d'une pile.

L'exemple précédent permet de préciser le sens du mot **polarisation,** dans son emploi relatif aux piles. Il ne s'agit plus, comme dans la partie A de ce chapitre, de l'apparition d'une dissymétrie dans un voltamètre initialement symétrique, mais simplement de la **modification, défavorable, de la dissymétrie initiale de la pile.**

Cette modification est généralement due à la présence d'une **gaine d'hydrogène adsorbé par l'électrode positive** (cuivre ou charbon) ; le dépolarisant est un **composé oxydant** capable d'oxyder cet hydrogène en le transformant en eau.

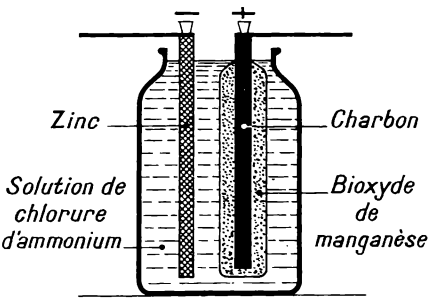


FIG. 15.

14. Pile Leclanché (fig. 15).

L'électrolyte est une solution de chlorure d'ammonium à 200 grammes par litre dans laquelle sont plongées deux électrodes :

— une électrode de zinc formant le pôle négatif de la pile ;

— une électrode en charbon des cornues entourée de bioxyde de manganèse, formant le pôle positif de la pile.

Le courant extérieur va du charbon vers le zinc et le courant intérieur circule du zinc vers le charbon :

$$\ominus \quad Zn \;/\; \underset{\longleftarrow}{Cl^-}, \quad \underset{\longrightarrow}{NH_4^+} \;/\; C \quad \oplus \qquad \text{(courant intérieur } \longrightarrow\text{)}.$$

Les ions chlorure Cl^- se déplacent en sens inverse du courant et s'accumulent autour du zinc, qui s'ionise :

$$Zn \longrightarrow \underset{\text{(entraînés dans le circuit extérieur).}}{2 \text{ électrons}} + \underset{\text{(les ions } Zn^{++} \text{ se répandent dans la solution).}}{Zn^{++}}.$$

Les ions NH_4^+ se déplacent dans le sens du courant et se déchargent au contact du charbon en donnant de l'ammoniac, qui se dissout, et de l'hydrogène :

$$2\,NH_4^+ + 2 \text{ électrons} \longrightarrow 2\,NH_3 + H_2.$$

L'hydrogène serait adsorbé en partie par le charbon et la pile se polariserait, en l'absence d'un **dépolarisant**, qui est ici le **bioxyde de manganèse**. Celui-ci est réduit par l'hydrogène ; il se produit alors de l'eau et de l'oxyde de manganèse Mn O :

$$H_2 + MnO_2 \longrightarrow H_2O + MnO.$$

La gaine d'hydrogène ne peut pas se former et la pile ne se polarise pas.

Au cours de son fonctionnement, la pile consomme du zinc (formation des ions Zn^{++}).

L'ionisation d'un atome-gramme de zinc (65 g) correspond au passage d'une quantité d'électricité égale à 2 faradays, ou

$$96\,500 \times 2 = 193\,000 \text{ C}.$$

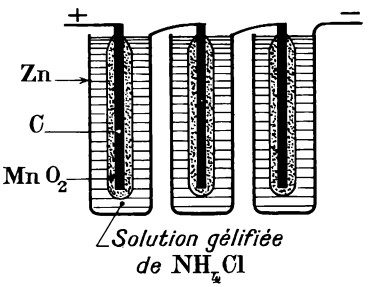


FIG. 16.

NOTA. — Les piles de poche (fig. 16) sont des batteries de piles Leclanché, dans lesquelles l'électrolyte (NH_4Cl) est gélifié par de la fécule ou de la gélose.

Le bac de zinc qui contient l'élément de pile sert de pôle négatif et le dépolarisant (bioxyde de manganèse) est contenu dans un sac de toile entourant le charbon.

La force électromotrice d'un élément Leclanché est égale à 1,5 V (4,5 volts pour une batterie de trois piles en série).

La résistance intérieure est de l'ordre de quelques ohms.

L'action du dépolarisant reste lente et la pile ne fonctionne bien qu'en usage intermittent

15. Pile impolarisable. Pile Daniell.

La pile Daniell se compose d'une électrode négative en zinc plongée dans une solution de sulfate de zinc à 5 % et d'une électrode positive en cuivre plongée dans une solution concentrée (saturée) de sulfate de cuivre en présence de cristaux en excès.

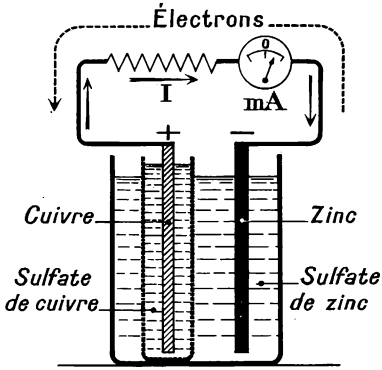


FIG. 17.

La solution de sulfate de cuivre est contenue dans un vase de porcelaine poreuse (en pointillé sur la figure 17), plongé au sein de la solution de sulfate de zinc. Le contact électrique entre les deux solutions s'effectue à travers le vase poreux.

A l'extérieur de la pile, le courant va du cuivre vers le zinc et, à l'intérieur, il circule du zinc vers le cuivre :

$$\ominus \quad \underset{\longrightarrow \text{ courant intérieur}}{\text{Zn} \;/\; \underset{\longleftarrow}{SO_4^{--}},\; \text{Zn}^{++} \;/\; \underset{\longleftarrow}{SO_4^{--}},\; \text{Cu}^{++} \;/\; \text{Cu}} \quad \oplus.$$

Les ions sulfate se déplacent en sens inverse du courant et s'accumulent au voisinage du zinc. Des atomes de zinc s'ionisent :

$$\text{Zn} \longrightarrow 2 \text{ électrons} + \text{Zn}^{++};$$

les ions produits se répandent dans la solution tandis que les électrons cheminent vers le cuivre dans le circuit extérieur.

Les ions Zn^{++} et Cu^{++} se déplacent dans le sens du courant.

Lorsque les ions Cu^{++} contenus dans le vase poreux arrivent au

contact de l'électrode de cuivre, ils se déchargent en donnant des atomes neutres, qui se fixent sur l'électrode :

$$Cu^{++} + 2 \text{ électrons} \longrightarrow Cu.$$

La pile consomme du zinc et il se dépose du cuivre sur le pôle positif, le bilan de l'opération peut s'écrire :

$$Zn + Cu^{++} \longrightarrow Zn^{++} + Cu.$$

Le passage de 2 faradays, ou 193 000 C, à travers la pile s'accompagne de la perte d'un atome-gramme de zinc et du dépôt d'un atome-gramme de cuivre.

L'étude précédente montre que **le fonctionnement de la pile ne modifie pas la chaîne conductrice,** qui conserve toujours sa dissymétrie initiale : on dit que la pile Daniell est **impolarisable.**

La **force électromotrice** de cette pile est **très stable,** de valeur égale à 1,08 volt, mais sa résistance intérieure est grande à cause de la présence du vase poreux séparant les électrolytes.

On l'utilise comme **pile étalon** pour des mesures de précision moyenne effectuées à l'aide du montage potentiométrique décrit dans l'exercice n°21 de la page 137 (mesure des forces électromotrices).

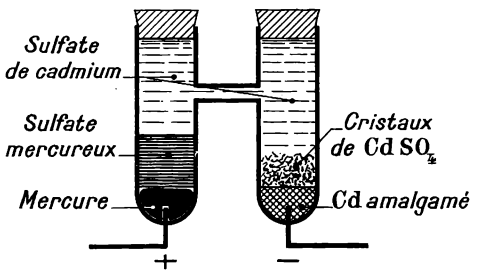


FIG. 18.

16. Élément Weston.

L'élément Weston (fig. 18) est une pile impolarisable utilisée comme étalon précis de f.é.m., de valeur

$$e = 1{,}018\,6 \text{ volt à } 20\ ^{\circ}C.$$

Il correspond à la chaîne conductrice :

courant intérieur →

$$\ominus\ Cd\ /\ \underset{\leftarrow}{SO_4^{--}},\ \underset{\rightarrow}{Cd^{++}}/\underset{\leftarrow}{SO_4^{--}},\ \underset{\rightarrow}{2\,Hg^{+}}\ /\ \underset{\rightarrow}{Hg}\ \oplus$$

cadmium amalgamé — sulfate de cadmium — (sulfate) — mercureux) — mercure

NOTA. — Une pile étalon (Daniell ou Weston) ne doit débiter que des courants très faibles, pratiquement nuls, si l'on veut que sa f. é. m. conserve la valeur théorique indiquée ci-dessus.

REMARQUE. — Le premier générateur électrique construit par le physicien italien VOLTA en 1800 et faisant intervenir une chaîne dissymétrique renfermant un électrolyte, se composait d'un empilement de disques de zinc et de cuivre séparés par des disques de drap imbibés d'une solution d'acide sulfurique.

Cette disposition justifie le nom de « pile » donné à ces appareils.

RÉSUMÉ

Une cuve à électrolyse symétrique, demeurant symétrique lors du passage du courant, ne présente aucune force contre-électromotrice et se conduit dans le circuit comme une résistance morte.

Une cuve à électrolyse initialement symétrique, mais devenant dissymétrique lors du passage du courant, présente une force contre-électromotrice et constitue un récepteur. On dit que les électrodes de la pile se polarisent.

Une cuve à électrolyse polarisée peut fonctionner en générateur aussi longtemps que les électrodes restent polarisées, c'est-à-dire tant que la dissymétrie de la cuve se maintient. Elle débite alors un courant de sens contraire à celui qui la traversait lors de son fonctionnement en récepteur.

Un accumulateur au plomb est une cuve à électrolyse polarisable qui fonctionne en récepteur pendant la charge et en générateur pendant la décharge. La capacité d'un accumulateur est la quantité d'électricité qu'il peut débiter au cours d'une décharge normale. On nomme rendement en quantité le rapport de la quantité d'électricité fournie par l'accumulateur au cours de la décharge à la quantité d'électricité qu'il absorbe pendant la charge. Le rendement en énergie est le rapport de l'énergie fournie par l'accumulateur pendant la décharge à l'énergie qu'il absorbe au cours de la charge.

Une pile est une cuve à électrolyse dissymétrique par construction, présentant de ce fait une force électromotrice, et utilisée comme générateur. La pile Leclanché $[Zn(-)/Cl^-, NH_4^+/C(+)]$ fournit une force électromotrice égale à 1,5 volt.

Pendant son fonctionnement, le charbon constituant le pôle positif tend à se recouvrir d'une couche d'hydrogène adsorbé : on dit que la pile *se polarise*; la polarisation de la pile est un phénomène nuisible, qui se traduit par l'affaiblissement de l'intensité du courant débité. On évite la polarisation par l'action d'un dépolarisant (bioxyde de manganèse), corps oxydant qui transforme l'hydrogène en eau dès sa formation.

La pile Daniell $[Zn\ (-)/Zn^{++}, SO_4^{--}/Cu^{++}, SO_4^{--}/Cu\ (+)]$ donne une f. é. m égale à 1,08 volt. Elle est impolarisable, car la chaîne conductrice qui la constitue ne se modifie pas au cours du fonctionnement.

Exercices.

1. — La charge d'un accumulateur, de résistance intérieure égale à 0,02 ohm, dure 12 heures avec un courant d'intensité 6 ampères. Sa décharge dure 10 heures avec un courant d'intensité 6,5 ampères.

a) Calculer le rendement en quantité de l'accumulateur.

b) Quel est son rendement en énergie, sachant que la f. c. é. m. moyenne de charge est 2,2 volts et que la f. é. m. moyenne de décharge est 2 volts?

c) Quelle erreur commet-on en calculant ce rendement en énergie sans tenir compte de la résistance intérieure?

Rép. : a) 0,90. *b*) 0,73. *c*) 0,09 (erreur par excès).

2. — Une pile Leclanché, de f. é. m. égale à 1,5 V, débite pendant 1 heure un courant constant d'intensité 0,4 ampère. La résistance intérieure de la pile est 1 ohm. On demande de calculer :

a) la masse de zinc consommé à l'électrode négative;

b) l'énergie chimique transformée en énergie électrique pendant le fonctionnement de la pile;

c) l'énergie fournie pendant ce temps au circuit extérieur.

$$Mn = 55; \quad Zn = 65; \quad O = 16.$$

Rép. : *a*) 0,485 g; *b*) 2 160 J; *c*) 1 584 J.

3. — Les électrolytes d'une pile Daniell sont :

— 500 g de solution de sulfate de zinc à 5 % en masse de sulfate anhydre;

— 200 g de solution saturée de sulfate de cuivre.

1° Calculer les masses de sulfate de zinc hydraté ($Zn\,SO_4$, $7\,H_2O$) et de sulfate de cuivre hydraté ($Cu\,SO_4$, $5\,H_2O$) nécessaires pour préparer ces solutions, à 15 °C, sachant que la solution saturée de sulfate de cuivre contient, à cette température, 25 % en masse de cristaux hydratés. Quelle serait la masse du sulfate de cuivre anhydre nécessaire?

2° Calculer la masse de zinc cédée par l'électrode négative et la masse de cuivre déposée sur l'électrode positive si la pile débite pendant 5 minutes un courant de 20 milliampères.

$$Zn = 65; \quad Cu = 63,5.$$

Rép. : 1° 44,6 g; 50 g, 31,9 g. 2° 20,2 mg, 19,7 mg.

ÉLECTROMAGNÉTISME

CHAPITRE XIV

AIMANTS. CHAMP MAGNÉTIQUE

A. — AIMANTS DÉFINIS PAR LEURS EFFETS.

1. Aimants naturels et artificiels.

On trouve, dans le sol, principalement en Suède, un oxyde de fer nommé **magnétite** dont certains échantillons possèdent la propriété d'attirer et de retenir la limaille de fer en divers points de leur surface (fig. 1).

FIG. 1.

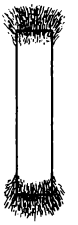


FIG. 2.

De tels échantillons de magnétite constituent des **aimants naturels**.

Un barreau d'acier frotté contre un aimant naturel acquiert à son tour la propriété d'attirer et de retenir la limaille de fer (fig. 2). La limaille se fixe aux deux extrémités, ou **pôles**, du barreau d'acier, qui est devenu un **aimant artificiel**.

Le frottement d'un barreau d'acier sur l'un des pôles d'un barreau déjà aimanté permet d'obtenir un nouvel aimant artificiel.

Un procédé d'aimantation de l'acier, plus efficace que le frottement sur un aimant, sera étudié ultérieurement.

2. Distinction des pôles d'un barreau aimanté.

Suspendons, par son milieu, un barreau aimanté à un fil sans torsion (fig. 3). Nous observons que l'un des pôles se dirige toujours vers le Nord, l'autre vers le Sud.

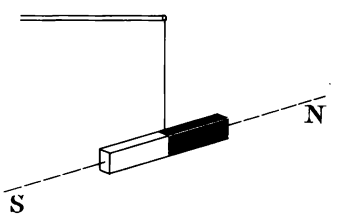


FIG. 3.

L'extrémité du barreau dirigée vers le Nord est appelée pôle nord; on nomme pôle sud celle qui se dirige vers le Sud.

Un losange allongé que l'on découpe dans une feuille d'acier constitue, après aimantation, une aiguille aimantée. En plongeant cette aiguille dans la limaille

de fer, on constate que les deux pôles sont situés très près des pointes.

Une aiguille aimantée, montée sur un pivot vertical, constitue une boussole, qui indique la direction Nord-Sud.

3. Actions réciproques des pôles.

Approchons d'une boussole un barreau aimanté tenu à la main.

a) Observations.

1° Le pôle nord du barreau attire le pôle sud de la boussole et repousse le pôle nord (fig. 4) .

2° Le pôle sud du barreau attire le pôle nord de la boussole et repousse le pôle sud (fig. 5).

b) Conclusions.

1° Deux pôles de même nom se repoussent.

2° Deux pôles de noms contraires s'attirent.

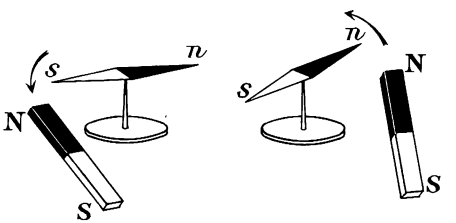


FIG. 4.

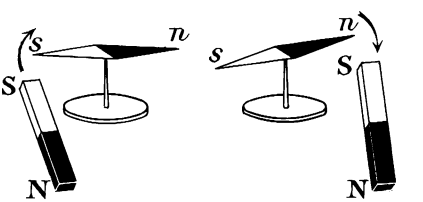


FIG. 5.

c) Aimant en U.

Un barreau d'acier en forme de U peut être aimanté. En l'approchant d'une aiguille aimantée montée sur un pivot, on constate que cet aimant en U possède un pôle sud à l'une de ses extrémités et un pôle nord à l'autre extrémité (fig. 6).

4. Expérience de l'aimant brisé.

Aimantons une aiguille à tricoter, en acier. Pour cela, frottons-la contre un barreau aimanté et distinguons les deux pôles N et S.

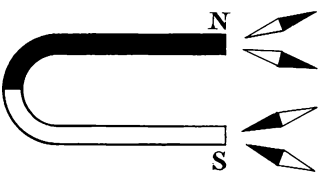


FIG. 6.

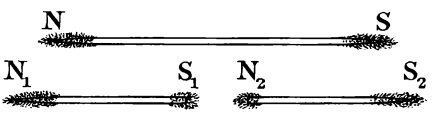
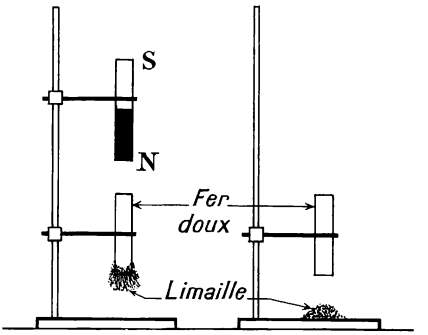


FIG. 7.

Brisons l'aiguille par le milieu : chacune des parties est devenue un aimant présentant un pôle nord et un pôle sud (fig. 7).

Si l'on continue de diviser l'aiguille, on constate que l'on obtient autant d'aimants complets que de morceaux d'aiguille.

Nous devons conclure que **les pôles d'un barreau aimanté ne sont pas séparables.**



Aimantation par influence.
FIG. 8.

5. Aimantation temporaire du fer doux.

Un barreau de fer doux est placé au voisinage d'un puissant aimant (ticonal) maintenu par un support (fig. 8).

On observe que le fer attire la limaille de fer. Si l'on écarte l'aimant du barreau de fer doux, on constate que la limaille retombe.

Nous pouvons conclure qu'**un barreau de fer doux devient un aimant lorsqu'il est placé dans le voisinage d'un barreau aimanté.**

L'aimantation du fer doux disparaît aussitôt qu'il n'est plus sous l'influence du barreau d'acier aimanté : on dit que l'aimantation du fer doux est **temporaire**, tandis que celle de l'acier est **permanente.**

B. — CHAMP MAGNÉTIQUE.

6. Définitions.

Une région de l'espace est le siège d'un champ magnétique lorsqu'une aiguille aimantée placée en un point de cette région subit une action d'orientation.

L'orientation spontanée de l'aiguille aimantée montre que la Terre est entourée d'un champ magnétique, que nous étudierons au chapitre XVII.

On admet par définition qu'**en un point d'un champ magnétique, ce champ a même direction et même sens que ceux du vecteur $\overrightarrow{SN}$, axe magnétique ou axe sud-nord d'une petite aiguille aimantée placée en ce point.**

7. Champ magnétique produit par un aimant droit.

Dans une région assez proche de l'aimant on peut constater que l'action d'orientation due à la présence de l'aimant est beaucoup plus importante que l'action d'orientation produite par le champ magnétique terrestre. Nous négligerons l'action du champ terrestre et admettrons que l'aiguille se place en tout point dans la direction et le sens du champ magnétique produit par l'aimant.

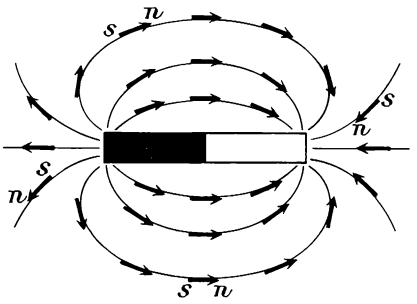


FIG. 9.

Posons l'aimant sur une feuille de papier et, en observant la direction d'une très petite aiguille aimantée montée sur un pivot vertical, traçons en de nombreux points de la feuille un petit vecteur $\overrightarrow{sn}$ pour représenter en chacun de ces points la direction et le sens du champ magnétique (fig. 9).

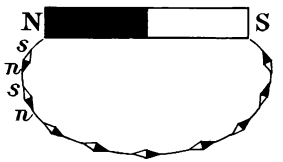


FIG. 10.

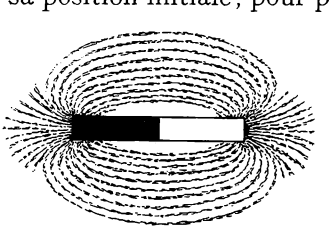
Le tracé obtenu montre l'existence de lignes de champ, tangentes en chacun de leurs points à la direction du champ magnétique, et dont l'orientation varie d'une façon continue.

Si nous disposons d'un assez grand nombre de petites aiguilles aimantées, nous pouvons matérialiser l'une de ces lignes de champ (fig. 10).

8. Spectres magnétiques.

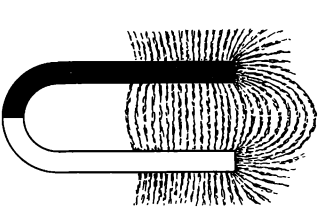
Posons un aimant droit sur une feuille de carton blanc et saupoudrons le carton avec de la limaille de fer : chaque petit grain de limaille s'aimante par influence et devient un petit aimant.

Mais le frottement sur la feuille de carton maintient chaque grain dans sa position initiale; pour permettre aux grains de limaille de s'orien-



Spectre magnétique d'un aimant droit.

FIG. 11.

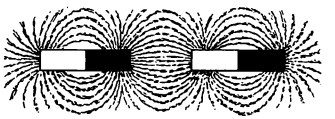


Spectre magnétique d'un aimant en U.

FIG. 12.

ter dans le champ magnétique, il suffit de tapoter légèrement la feuille de carton avec le doigt. Les grains sautillent et s'orientent pendant les intervalles de temps où ils cessent d'être en contact avec le carton.

On observe que la limaille dessine les lignes de champ; la figure obtenue peut être photographiée, ou même fixée sur le carton à l'aide d'un vaporisateur contenant le vernis utilisé pour fixer les dessins au fusain. L'ensemble des lignes de champ obtenu par ce procédé constitue un **spectre magnétique** : les figures 11, 12 et 13 montrent les spectres produits respectivement par un aimant droit, un aimant en U et deux aimants droits coaxiaux d'axes magnétiques $\overrightarrow{SN}$ équipollents.



Deux aimants droits coaxiaux.
FIG. 13.

9. Champ magnétique uniforme.

Un champ magnétique est dit uniforme si ses lignes de champ sont parallèles.

On peut constater que le champ magnétique est uniforme entre les branches d'un aimant en U (fig. 12) et dans la région située entre les aimants coaxiaux, au voisinage du centre de symétrie du système (fig. 13).

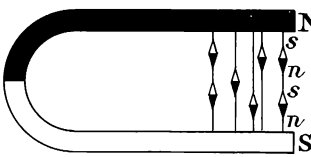


FIG. 14.

L'exploration d'un champ uniforme avec une petite aiguille aimantée montre que **les lignes de champ sont orientées dans le même sens** (fig. 14).

Les lignes de champ d'un champ magnétique quelconque ne sont pas parallèles. C'est ce que l'on observe par exemple dans une région éloignée des pôles d'un aimant. Cependant, si l'on considère une très petite étendue de cette région, on peut admettre que les lignes de champ sont parallèles et que le champ est localement uniforme.

10. Superposition de deux champs magnétiques.

Les deux aimants droits A_1 et A_2, d'axe commun Ox, sont disposés comme l'indique la figure 15.

Leurs extrémités en regard, portant un pôle nord pour A_1 et un pôle sud pour A_2, sont tangentes à un cercle de centre O et de rayon égal, par exemple, à 7 cm. Dans le voisinage du point O, le champ magnétique est uniforme, de direction et de sens Ox.

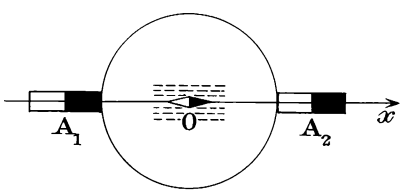


FIG. 15.

Traçons un axe Oy, perpendiculaire à Ox. Enlevons A_1 et A_2, puis disposons deux autres aimants, B_1 et B_2, d'axe commun Oy, dont les

extrémités, portant des pôles de noms contraires, soient tangentes à un cercle de centre O. Dans le voisinage de ce point, nous avons maintenant un champ localement uniforme de direction et de sens Oy (fig. 16).

Replaçons les aimants A_1 et A_2 dans leur position initiale et saupoudrons de limaille de fer l'espace situé autour du point O.

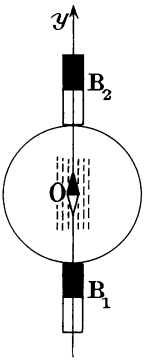


FIG. 16.

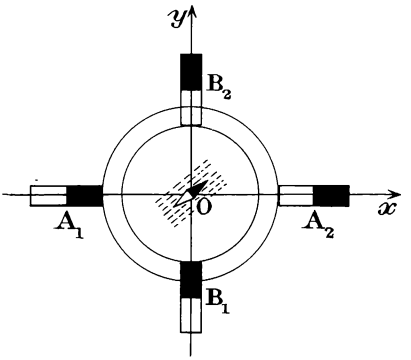


FIG. 17.

Le spectre obtenu montre que les lignes de champ du champ résultant sont parallèles à une direction, différente de Ox et Oy. Une petite aiguille aimantée, placée en O, s'oriente dans la direction de ces lignes de champ (fig. 17).

Nous pouvons conclure que **la superposition de deux champs magnétiques uniformes donne un champ magnétique résultant uniforme, de direction différente de celles des champs superposés.**

11. Représentation vectorielle d'un champ magnétique.

Sous l'action des aimants A_1 et A_2, agissant seuls, l'aiguille aimantée se dirige suivant Ox.

Sous l'action des aimants B_1 et B_2, agissants euls, l'aiguille aimantée se dirige suivant Oy.

Laissons fixes les aimants A_1 et A_2, leurs extrémités étant tangentes au cercle de rayon 7 cm. Faisons glisser les aimants B_1 et B_2 le long de Oy, de manière que leurs extrémités en regard restent équidistantes du point O.

Le champ magnétique créé par B_1 et B_2 reste orienté selon Oy; cependant, l'angle $\theta = \widehat{xOz}$ qui donne la direction et le sens du champ résultant varie avec la position des aimants B_1 et B_2.

Cet angle θ permet d'introduire la notion d'**intensité** d'un champ magnétique uniforme.

Si $\theta = 45^\circ$ (fig. 18), nous sommes amenés à penser que les deux couples d'aimants coaxiaux produisent le même effet sur l'aiguille aimantée placée en O et que le champ créé en ce point par (B_1, B_2) est de même intensité que celui créé par (A_1, A_2).

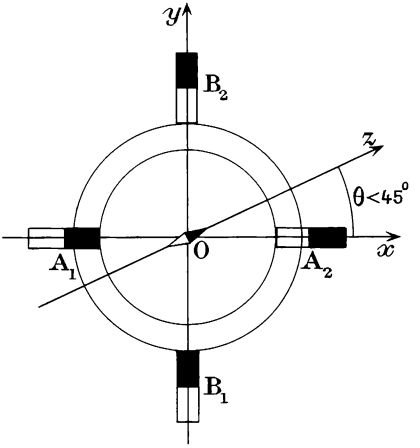


FIG. 18. — Les champs produits en O par (A_1, A_2) et (B_1, B_2) ont même intensité.

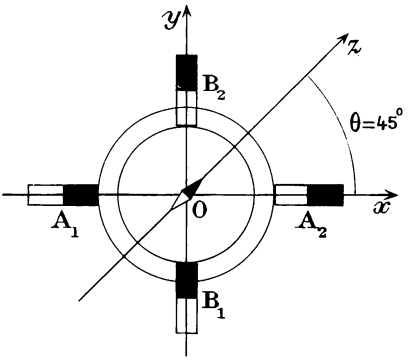


FIG. 19. — Le champ produit en O par (B_1, B_2) est moins intense que celui produit par (A_1, A_2)

Si $\theta < 45^\circ$ (fig. 19), l'effet d'orientation de (B_1, B_2) est inférieur à celui de (A_1, A_2) : le champ créé par (B_1, B_2) est moins intense que celui créé par (A_1, A_2).

Si $\theta > 45^\circ$, l'effet d'orientation de (B_1, B_2) est supérieur à celui de (A_1, A_2) : le champ créé par (B_1, B_2) est plus intense que celui créé par (A_1, A_2).

Le champ magnétique uniforme, établi localement autour du point O, apparaît comme une **grandeur orientée**, susceptible d'être représentée géométriquement par un **vecteur**, nommé **vecteur induction magnétique**. Ce vecteur est appliqué au point O et il a même direction et même sens que l'axe magnétique d'une aiguille aimantée placée au point O.

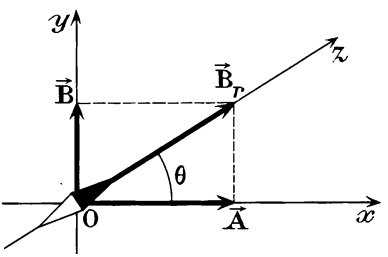


FIG. 20.

Nous prendrons le champ produit par les aimants A_1 et A_2 comme **champ magnétique de référence** et nous attribuerons à son vecteur induction magnétique $\vec{A}$ une longueur arbitraire, par exemple $A = 4$ cm.

Pour déterminer l'intensité B du vecteur induction magnétique $\vec{B}$ produit par les aimants B_1 et B_2, nous admettrons comme **principe** que **le vecteur induction magnétique $\vec{B}_r$ du champ résultant au point O est donné par la somme géométrique des vecteurs induction magnétique $\vec{A}$ et $\vec{B}$ des champs superposés** (fig. 20) :

$$\vec{B}_r = \vec{A} + \vec{B}.$$

Le parallélogramme construit sur les vecteurs $\vec{A}$ et $\vec{B}$, de diagonale $\vec{B}_r$, montre que l'intensité B du champ d'induction $\vec{B}$ est donnée en fonction de A par la relation

$$\boxed{B = A \operatorname{tg} \theta}.$$

La mesure de θ s'effectue à l'aide d'une aiguille aimantée montée sur un pivot d'axe vertical, initialement orientée selon Ox sous l'effet du champ de référence créé par A_1 et A_2, et prenant la direction Oz lorsque les deux champs sont superposés. Nous pouvons vérifier que la rotation θ est indépendante de l'aiguille aimantée choisie, pourvu qu'elle soit assez petite pour ne subir l'action que des champs localement uniformes qui s'établissent autour de O (aiguilles de longueurs comprises entre 1 et 2 cm).

Nous pouvons définir le rapport des intensités de deux inductions magnétiques :

Le rapport de l'intensité de l'induction magnétique $\vec{B}$ à l'intensité de l'induction magnétique $\vec{A}$ est égal à la tangente de l'angle θ dont tourne une aiguille aimantée, initialement orientée par le champ d'induction $\vec{A}$, lorsque l'on superpose à celui-ci le champ d'induction $\vec{B}$, situé dans une direction perpendiculaire à $\vec{A}$:

$$\frac{B}{A} = \operatorname{tg} \theta.$$

L'égalité de deux inductions magnétiques est un cas particulier de la définition précédente, le cas où, le rapport $\frac{B}{A}$ étant égal à 1, la valeur de l'angle θ est 45°.

L'induction magnétique est alors une grandeur mesurable : il suffit d'attribuer la valeur 1 à l'intensité d'un champ magnétique pris arbitrairement comme référence.

12. Validité des définitions précédentes.

Nous avons signalé que les définitions du rapport et de l'égalité de deux inductions magnétiques sont indépendantes du choix de l'aiguille aimantée utilisée, puisque les valeurs obtenues pour l'angle θ sont les mêmes avec deux aiguilles différentes.

Il faut encore montrer que le rapport de deux inductions, $\vec{B}'$ et $\vec{B}''$, est indépendant du choix de l'induction de référence $\vec{A}$ utilisée comme unité.

a) **Comparaison de deux inductions magnétiques $\vec{B}'$ et $\vec{B}''$ à une induction de référence $\vec{A}$.** — L'induction $\vec{B}'$ est produite par deux aimants droits, B_1' et B_2', d'axe Oy, dont les extrémités en regard sont équidistantes du point O, à la distance d' de ce point.

De même, l'induction $\vec{B}''$ est produite par deux autres aimants droits $\vec{B}_1''$ et $\vec{B}_2''$, d'axe Oy, dont les extrémités en regard sont à la distance d'' du point O.

Dans les deux cas, l'induction de référence, $\vec{A}$, est produite par les aimants A_1 et A_2, d'axe Ox, situés à 7 cm du point O.

L'induction $\vec{B}'$ provoque la rotation θ' de l'aiguille aimantée (fig. 21) et l'induction $\vec{B}''$ produit la rotation θ'' (fig. 22).

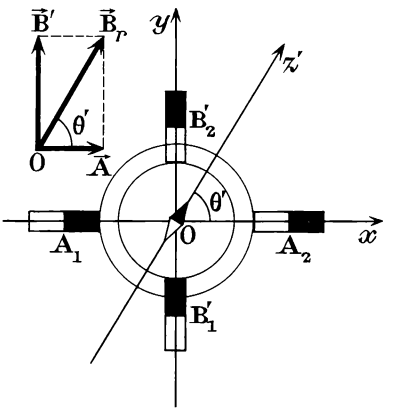


FIG. 21.

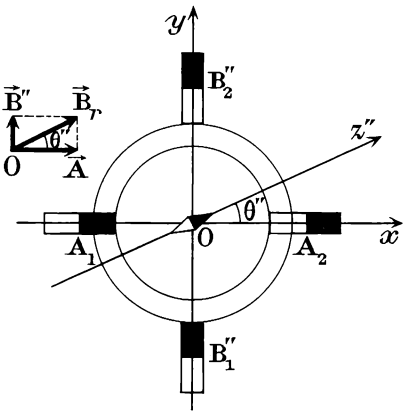


FIG. 22.

Les intensités de ces inductions sont donc, d'après les définitions du paragraphe 6,

$$B' = A \operatorname{tg} \theta' \quad \text{et} \quad B'' = A \operatorname{tg} \theta''.$$

Le rapport des inductions B′ et B″ est donc

$$\frac{B''}{B'} = \frac{\operatorname{tg} \theta''}{\operatorname{tg} \theta'}.$$

b) **Comparaison directe de $\vec{B}'$ et $\vec{B}''$.** — Les aimants B_1' et B_2', situés à la distance d' du point O, sont maintenant d'axe Ox.

Les aimants B_1'' et B_2'', situés à la distance d'' du point O, sont toujours d'axe Oy.

D'après la définition du rapport de deux inductions, nous avons ici

$$\frac{B''}{B'} = \operatorname{tg} \theta,$$

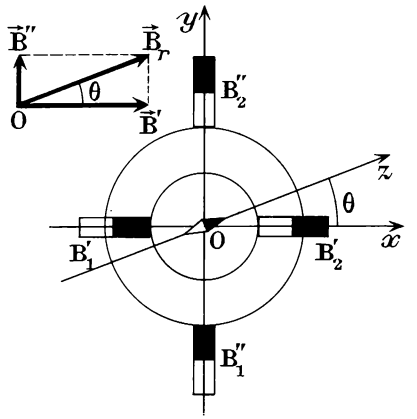


FIG. 23.

si l'on désigne par θ l'angle dont tourne l'aiguille, initialement orientée par $\vec{B}'$, lorsque l'on y superpose $\vec{B}''$ (fig. 23).

Si l'on trace soigneusement sur une feuille de papier les directions successives de l'aiguille aimantée et si l'on mesure les angles au rapporteur ou, mieux encore, si l'on détermine les tangentes par des constructions géométriques, on peut vérifier en travaux pratiques que

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\operatorname{tg}\theta''}{\operatorname{tg}\theta'}.$$

Nous pouvons conclure que **le rapport de deux inductions magnétiques, tel qu'il résulte de la définition du § 11, est indépendant du choix du champ magnétique de référence.**

13. Vérification du principe de composition géométrique des inductions magnétiques.

Les aimants B'_1 et B'_2 fournissant toujours au point O l'induction magnétique localement uniforme B', plaçons les aimants B''_1 et B''_2, situés à la distance d'' du point O, dans une direction quelconque Ou. Ayant choisi arbitrairement de représenter l'induction A de référence par un vecteur de longueur 4 cm par exemple, les mesures des angles θ' et θ'' effectuées préalablement (§ 12, *a*) nous permettent de calculer les longueurs qu'il convient de donner aux vecteurs $\vec{B}'$ et $\vec{B}''$ pour les représenter à la même échelle.

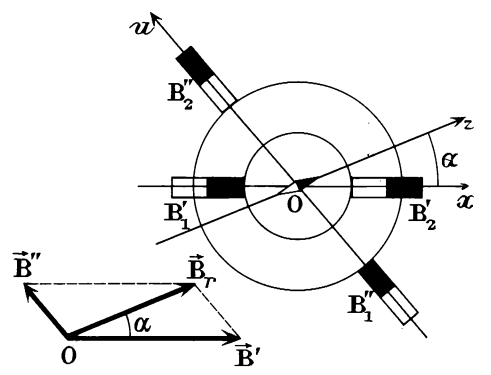


FIG. 24.

Déterminons graphiquement la résultante $\vec{B}_r$ des vecteurs $\vec{B}'$ et $\vec{B}''$, puis plaçons une petite aiguille aimantée montée sur un pivot vertical coïncidant avec le point O (fig. 24).

L'expérience montre que l'aiguille aimantée s'oriente exactement dans la direction et le sens du vecteur $\vec{B}_r$. Nous pouvons conclure que les inductions géométriques superposées s'ajoutent géométriquement quel que

soit l'angle formé par les inductions que l'on superpose. C'est donc uniquement par commodité que nous avons considéré, au paragraphe 11, des champs perpendiculaires, parce que, dans ce cas, le rapport des intensités des inductions s'exprime par une expression trigonométrique beaucoup plus simple que si nous avions fait usage de champs de directions quelconques.

14. Vecteur induction magnétique d'un champ uniforme.

Laissons placée au point O l'aiguille aimantée et rétablissons le champ de référence produit en ce point par les aimants A_1 et A_2, d'axe Ox, dont les extrémités en regard sont situées à 7 cm du point O.

Posons sur la feuille de papier un large aimant en U, comme l'indique la figure 25, de manière que la droite joignant les milieux des extrémités de cet aimant soit parallèle à l'axe Oy.

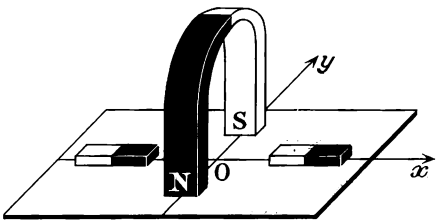


FIG. 25.

Initialement, les pôles de l'aimant en U sont équidistants du point O et l'aiguille se fixe dans la direction θ telle que $\operatorname{tg}\theta = \frac{B}{A}$, si l'on désigne par A et B les intensités des inductions magnétiques superposées (fig. 26).

Nous pouvons faire subir à l'aimant en U une translation de direction Ox ou Oy, de l'ordre du centimètre, à partir de sa position initiale, sans que la direction θ de l'aiguille aimantée soit modifiée (fig. 27). Les aimants de référence A_1 et A_2 n'ayant pas été déplacés, l'induction $\vec{A}$

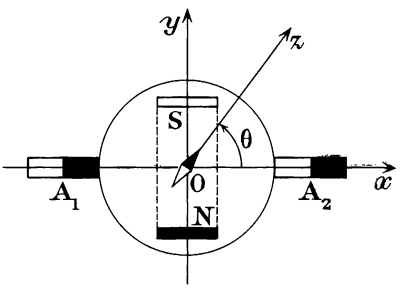


FIG. 26.

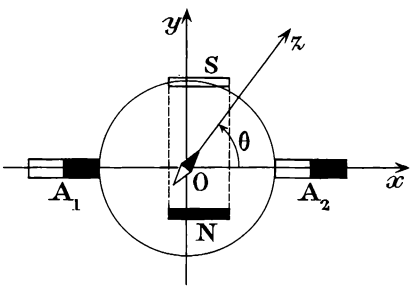


FIG. 27.

de référence au point O n'a pas varié et la constance de l'angle θ indique que l'induction $\vec{B}$ produite par l'aimant en U conserve une valeur constante,

$$B = A \operatorname{tg} \theta,$$

dans une région (r) de l'espace située entre les pôles et sensiblement à égale distance de chacun d'eux. La région (r) peut être assimilée à un cercle dont le diamètre est de l'ordre du centimètre.

Or, si nous formons le spectre de l'aimant en U avec de la limaille de fer, nous constatons que les lignes de champ sont parallèles dans tout l'espace compris entre les pôles, espace dans lequel il est impossible de distinguer la région (r) : nous sommes amenés à penser que l'intensité de l'induction $\vec{B}$ produite par l'aimant en U est constante dans toute la région où les lignes de champ sont parallèles.

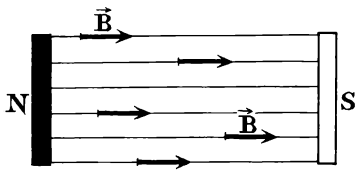


FIG. 28.

Nous admettrons la généralité de ce résultat et **nous représenterons un champ magnétique uniforme par un ensemble de vecteurs induction magnétique équipollents** (fig. 28).

REMARQUE. — Nous ne pouvons pas vérifier directement la constance du vecteur B en des points très voisins des pôles de l'aimant en U, parce que la proximité de ces pièces d'acier vient perturber le champ de référence A lui-même.

RÉSUMÉ

Certains échantillons d'oxyde de fer (magnétite) possèdent la propriété d'attirer la limaille de fer et constituent des aimants naturels. Un barreau d'acier frotté contre un aimant naturel acquiert à son tour la propriété d'attirer la limaille de fer par ses deux extrémités, ou pôles, et devient un aimant artificiel.

Un aimant droit suspendu par son centre de gravité se fixe dans la direction nord-sud, l'un de ses pôles, nommé pôle nord, se dirigeant toujours vers le Nord, tandis que l'autre pôle, ou pôle sud, se dirige vers le Sud. L'action d'un aimant sur une aiguille aimantée montée sur un pivot permet de vérifier que deux pôles de même nom se repoussent et que deux pôles de noms contraires s'attirent.

L'expérience de l'aimant brisé montre que les pôles d'un aimant ne sont pas séparables, chacune des parties de l'aimant brisé constituant un aimant complet possédant un pôle nord et un pôle sud.

Un barreau de fer doux placé au voisinage d'un aimant s'aimante par influence, mais cette aimantation est temporaire, tandis que celle de l'acier est permanente.

Une région de l'espace est le siège d'un champ magnétique lorsqu'une aiguille aimantée placée en un point de cette région subit une action d'orientation. On admet par définition qu'en un point d'un champ magnétique, ce champ a même direction et même sens que ceux du vecteur $\overrightarrow{SN}$, axe magnétique ou axe sud-nord d'une petite aiguille aimantée placée en ce point. On nomme lignes de champ des lignes en tout point tangentes à la direction du champ, matérialisée par l'aiguille aimantée. La limaille de fer, dont les grains s'aimantent

par influence, permet d'obtenir l'aspect des lignes de champ autour d'un barreau aimanté. En particulier, on vérifie que les lignes de champ sont des droites parallèles entre les branches d'un aimant en U : on dit que le champ est uniforme.

La superposition de deux champs magnétiques uniformes donne un champ magnétique résultant uniforme, de direction différente de celles des champs superposés. Cette remarque permet de représenter le champ magnétique par un vecteur, le vecteur induction magnétique, ayant même direction et même sens que le champ et dont le module, B, exprime l'intensité du champ magnétique. Le vecteur $\vec{B}$ satisfait à la loi de l'addition géométrique : le vecteur induction magnétique du champ résultant est égal à la somme géométrique des vecteurs induction magnétique des champs superposés.

Pour comparer les intensités de deux champs magnétiques d'inductions, $\vec{B}$ et $\vec{B}'$, il suffit de les superposer de manière que leurs directions soient perpendiculaires. Une aiguille aimantée, montée sur un pivot, initialement dirigée dans la direction et le sens du vecteur $\vec{B}$ tourne d'un angle θ et se place dans la direction du vecteur induction magnétique résultant

$$\vec{B}_r = \vec{B} + \vec{B}'.$$

Le rapport des modules des inductions magnétiques superposées est $\frac{B'}{B} = \operatorname{tg}\theta$. On vérifie, en comparant d'abord B et B′ à une même induction de référence, puis en les comparant directement entre elles, que le résultat est indépendant de l'induction de référence choisie comme unité. Il en résulte que le module de l'induction magnétique est une grandeur mesurable.

Exercices.

1. — Les axes magnétiques $\overrightarrow{SN}$ et $\overrightarrow{S'N'}$ de deux aimants droits posés sur une table sont perpendiculaires et leurs supports, prolongés, se coupent en un point O situé respectivement à 6 cm de N et 7 cm de N′.

Une très petite aiguille aimantée montée sur un pivot est placée en O. Si l'on retire l'aimant N′S′, elle prend la direction et le sens de l'axe magnétique $\overrightarrow{SN}$. Si l'on remet en place l'aimant S′N′, l'aiguille tourne de 30° à partir de la direction $\overrightarrow{SN}$.

1° On demande de calculer le rapport $\frac{B'}{B}$ des modules des inductions magnétiques produites en O par les deux aimants.

2° Quel serait l'angle de rotation α de l'aiguille, initialement orientée dans la direction $\overrightarrow{SN}$, si l'axe magnétique $\overrightarrow{S'N'}$ du second aimant, toujours placé de manière que N′ = 7 cm, formait un angle de 60° avec la direction SN?

(On néglige l'action de l'induction magnétique terrestre.)

Rép. : 1° $\frac{B'}{B} = 0{,}577$. 2° $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}388$; $\alpha \approx 21°$.

2. — Deux aimants droits identiques sont posés sur une table de manière que leurs axes magnétiques $\overrightarrow{SN}$ et $\overrightarrow{S'N'}$ se coupent en un point O, situé en face des pôles N et N', à la même distance *d* de ces deux pôles.

Dans ces conditions, les inductions magnétiques $\vec{B}$ et $\vec{B'}$ produites en O par les deux aimants sont d'égal module.

1° Les axes magnétiques $\overrightarrow{SN}$ et $\overrightarrow{S'N'}$ formant un angle de 120°, quels seraient la direction et le sens d'une petite aiguille aimantée $\overrightarrow{sn}$ placée en O sur un pivot? (On suppose négligeable l'action du champ terrestre.)

2° Un troisième aimant S"N", identique aux précédents, est placé sur la table, son pôle N" étant dirigé vers O, à la distance *d* de ce point, de telle manière que les axes magnétiques $\overrightarrow{SN}$, $\overrightarrow{S'N'}$ et $\overrightarrow{S''N''}$ concourent au point O, centre de gravité du triangle équilatéral NN'N".

Quelle est l'induction magnétique du champ résultant au point O? Comment une petite aiguille placée en O s'orienterait-elle?

Rép. : 1° $\overrightarrow{sn}$ sur la bissectrice de l'angle $(\overrightarrow{SN}, \overrightarrow{S'N'})$.

2° L'induction magnétique résultante est nulle. L'aiguille prend la direction du champ terrestre (qui n'est plus négligeable).

CHAPITRE XV

ACTION D'UN CHAMP MAGNÉTIQUE UNIFORME SUR UN ÉLÉMENT DE COURANT. LOI DE LAPLACE

1. Force électromagnétique. Direction et sens.

a) **La force électromagnétique est perpendiculaire à la direction du champ.** — Dans le dispositif des figures 1 et 2, le conducteur mobile

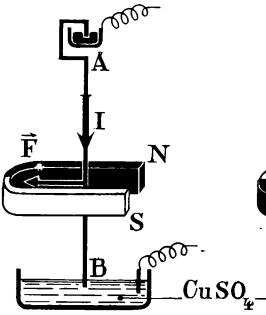


FIG. 1.

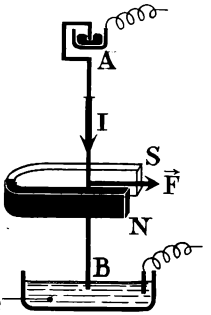


FIG. 2.

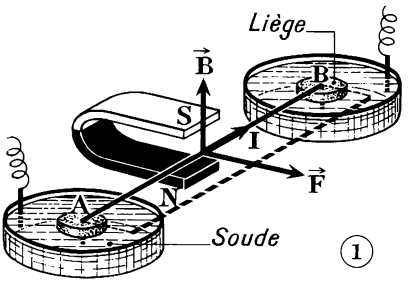


FIG. 3.

traverse le champ uniforme établi entre les branches d'un aimant en U.

En l'absence de courant, le fil métallique est vertical.

Lorsque l'on établit le courant, le fil s'écarte de sa position d'équilibre en se déplaçant parallèlement aux branches de l'aimant en U, c'est-à-dire dans une direction perpendiculaire aux lignes de champ.

Le fil parcouru par un courant et plongé dans un champ magnétique uniforme est soumis à une force, dite électromagnétique, perpendiculaire à la direction du champ.

b) **La force électromagnétique est perpendiculaire à la direction du courant.** — Le conducteur AB, supporté par deux flotteurs de liège, est libre de se mouvoir dans un plan horizontal, parallèle aux surfaces libres des solutions de soude (figures 3, 4, 5, 6).

Plaçons l'aimant dans la position (1), au milieu de AB : le fil se met en mouvement perpendiculairement à sa propre direction (fig. 3).

L'aimant étant placé dans la position (2), le fil AB tend à tourner autour du flotteur A qui reste à peu près fixe (fig. 4). Si l'aimant se

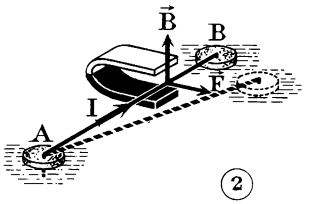


FIG. 4.

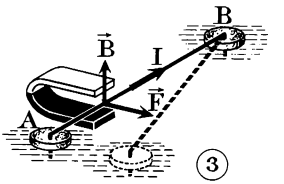


FIG. 5.

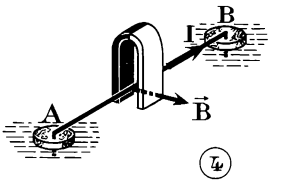


FIG. 6.

trouve dans la position (3), plus près de A que de B, le fil tend à tourner autour du flotteur B (fig. 5).

Plaçons maintenant l'aimant dans la position (4), telle que le champ magnétique soit horizontal (fig. 6). Quelle que soit l'intensité du courant, on n'observe aucun déplacement du conducteur AB. Ces expériences montrent que le fil AB parcouru par un courant et plongé dans un champ magnétique n'entre jamais en mouvement dans une direction parallèle à celle du courant. Par conséquent, **la force électromagnétique, ne possèdant pas de composante parallèle à la direction du courant, est perpendiculaire à cette direction.**

c) **Variations du sens de la force électromagnétique.** — En retournant l'aimant de manière que chaque pôle vienne à la place de

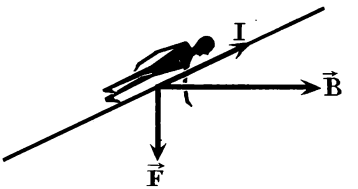


FIG. 7. — Observateur d'Ampère.

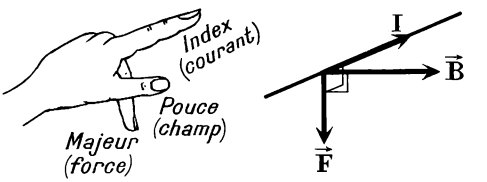


FIG. 8. — Règle des trois doigts.

l'autre, on inverse le sens du champ. On constate (fig. 2) que le déplacement du conducteur est également inversé.

— Si l'on inverse le sens du courant, on observe une inversion du déplacement du conducteur.

Nous pouvons conclure que **le sens de la force électromagnétique dépend du sens du champ magnétique et du sens du courant.**

Diverses règles mnémotechniques, suggérées par les expériences précédentes, donnent le sens de la force électromagnétique :

Règle de l'observateur d'Ampère. — L'observateur est couché sur le conducteur de manière que le courant circule de ses pieds vers sa tête; il regarde dans la direction et le sens du champ magnétique; la force électromagnétique est dirigée vers la gauche de l'observateur (fig. 7).

Règle des trois doigts de la main gauche. — Le pouce étant placé dans la direction et le sens du champ, l'index dans la direction et le sens du courant, le majeur replié à angle droit par rapport aux deux autres doigts indique la direction et le sens de la force électromagnétique (fig. 8).

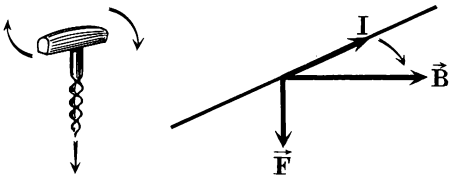


FIG. 9. — Règle du tire-bouchon.

Règle du tire-bouchon de Maxwell. — La force électromagnétique est orientée dans le sens de translation d'un tire-bouchon qui tournerait de l'angle minimal pour amener, sur le vecteur $\vec{B}$, le conducteur orienté dans le sens du courant (fig. 9).

2. Principe de l'électromagnétisme.

Désignons par α l'angle, inférieur à 180°, formé par le vecteur induction $\vec{B}$ du champ uniforme et le conducteur orienté dans le sens du courant.

Isolons par la pensée un élément de courant *ab*, de longueur *l*, parcouru dans le sens $\vec{ab}$ par le courant d'intensité I (fig. 10).

Nous admettrons que l'élément de courant est soumis à une force électromagnétique $\vec{f}$ dont les caractéristiques sont les suivantes :

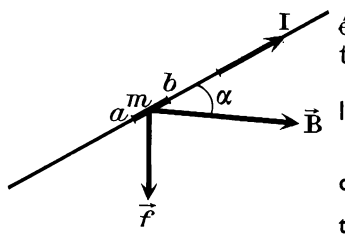


FIG. 10.

— le point d'application est le milieu, *m*, de l'élément *ab*;

— le support de $\vec{f}$ est perpendiculaire au plan déterminé par l'élément *ab* et le vecteur induction magnétique $\vec{B}$;

— le sens de $\vec{f}$ est tel qu'au point *m*, les vecteurs $\vec{mb}$, $\vec{B}$ et $\vec{f}$ forment dans cet ordre un trièdre direct;

— le module de $\vec{f}$ est proportionnel à l'intensité I du courant, à la longueur *l* de l'élément, à l'induction B du champ magnétique et au sinus de l'angle, α, formé par l'induction $\vec{B}$ et l'élément de courant *ab* :

$$f = k\, B\, I\, l \sin \alpha.$$

La constante *k* dépend du choix des unités utilisées pour *f*, B, *l* et I.

Cet énoncé constitue l'un des principes de l'électromagnétisme.

REMARQUE. — Le sens de la force $\vec{f}$ est encore indiqué par les règles citées précédemment : règles de l'observateur d'Ampère, des trois doigts de la main gauche et du tire-bouchon de Maxwell.

3. Loi de Laplace.

Considérons entre les points C et D, la longueur L d'un conducteur rectiligne parcouru par le courant d'intensité I et plongé dans un champ magnétique uniforme d'induction $\vec{B}$.

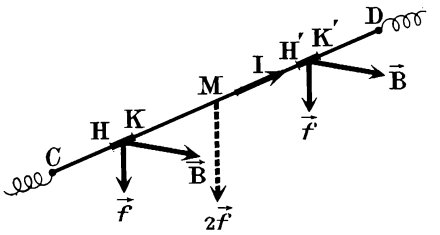


FIG. 11.

Divisons le conducteur CD en un très grand nombre de petits éléments de longueur l, symétriques deux à deux par rapport au milieu M de CD (fig. 11).

Deux éléments symétriques, tels que HK et H'K', subissent des forces équipollentes, dont le module est $f = k\,B\,I\,l\sin\alpha$, appliquées en des points équidistants de M. Ces deux forces admettent donc une résultante de même direction et de même sens qu'elles. Cette résultante, appliquée au point M, est de module $2f$.

Le même raisonnement peut être étendu à tous les couples d'éléments symétriques. L'ensemble des forces électromagnétiques agissant sur le conducteur CD équivaut donc à une force unique $\vec{F}$, appliquée au point M, de module

$$F = \Sigma f = \Sigma k\ B\ I\ l\ \sin\alpha = k\ B\ I \sin\alpha\ \Sigma l,$$

soit

$$F = k\,B\,I\,L\sin\alpha.$$

Nous sommes conduits à énoncer la **loi de Laplace :**

Un conducteur rectiligne, traversé par un courant d'intensité constante et plongé dans un champ magnétique uniforme, est soumis à une force électromagnétique :

a) **appliquée au milieu du conducteur;**

b) **de direction perpendiculaire au courant et au vecteur induction magnétique $\vec{B}$;**

c) **de sens donné par la règle des trois doigts de la main gauche;**

d) **d'intensité proportionnelle à l'intensité I du courant, à la longueur L du conducteur, à l'induction B du champ magnétique et au sinus de l'angle formé par le courant et le champ.**

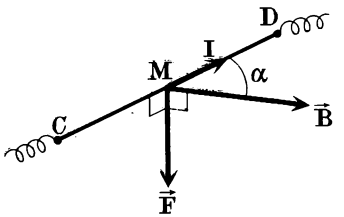


FIG. 12.

Le coefficient de proportionnalité, k, dépend des unités choisies pour exprimer les différentes grandeurs qui interviennent dans l'expression de l'intensité de la force F.

4. Unité d'induction magnétique : le tesla.

L'expression de l'induction magnétique, B, qui soumet à la force électromagnétique, F, un conducteur rectiligne de longueur L parcouru par un courant d'intensité I est

$$B = \frac{F}{k\, I\, L \sin\alpha}.$$

Cette expression conduit à la définition de l'unité d'induction magnétique. *Dans le système international* (SI) *l'unité d'induction magnétique est le* **tesla** (T), *induction magnétique d'un champ uniforme tel qu'un conducteur rectiligne, placé perpendiculairement aux lignes de champ et traversé par un courant d'intensité égale à* 1 *ampère, subit de ce fait une force de* 1 *newton par mètre de longueur.*

Avec $F = 1$ N, $I = 1$ A, $L = 1$ m, $\alpha = \frac{\pi}{2}$ et $B = 1$ T, la formule précédente donne pour la constante k la valeur $k = 1$.

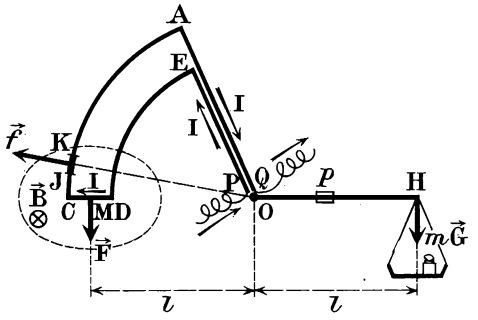
Nous en déduisons l'expression de la loi de Laplace dans le système international :

$$\boxed{F = B\, I\, L \sin\alpha} \qquad \text{avec} \quad \begin{cases} F, \text{ en newtons,} \\ B, \text{ en teslas,} \\ L, \text{ en mètres,} \\ I, \text{ en ampères} \end{cases}$$

NOTA. — La définition légale du tesla sera donnée au chapitre XXII.

5. Applications de la loi de Laplace.

1° Mesure d'une induction uniforme avec la balance de Cotton. — La balance de Cotton, représentée schématiquement par la figure 13, est mobile autour d'un couteau dont l'arête horizontale, O, définit l'axe de rotation.



⊗ : $\vec{B}$ *s'enfonce derrière le tableau.*

FIG. 13.

Le bras rectiligne OH supporte un plateau qui peut recevoir des masses marquées. L'autre bras du fléau est solidaire d'un circuit plan presque fermé, constitué par le fil PE, l'arc ED, la partie rectiligne DC, l'arc CA et le fil AQ.

Les arcs de cercle AC et DE, situés dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation, ont leur centre commun sur cet axe. La longueur L du conducteur CD ne dépasse pas 2 ou 3 centimètres.

Un contrepoids p permet d'équilibrer la balance à vide.

Soit à mesurer l'induction magnétique B d'un champ uniforme dont les lignes de champ sont horizontales et perpendiculaires au plan de figure.

Le plan vertical (AC, DE) de la balance est placé perpendiculairement à la direction du vecteur $\vec{B}$ et le circuit est traversé par un courant d'intensité I connue, dont le sens est choisi tel que la force $\vec{F}$ qui agit sur le conducteur CD soit descendante.

La force $\vec{f}$ qui agit sur un élément quelconque JK d'un des arcs AC ou ED est normale à l'arc et rencontre l'axe de rotation : elle est de moment nul par rapport à cet axe et n'intervient pas dans l'équilibre de la balance.

Les contacts d'entrée et de sortie du courant en P et Q sont constitués par des fils très souples, ou par des pointes plongeant dans deux petites cuves de mercure, et n'introduisent que des frottements négligeables.

On rétablit l'équilibre de la balance en ajoutant des masses marquées m dans le plateau. Lorsque le fil CD est horizontal (position d'équilibre), la force électromagnétique $\vec{F}$, appliquée au milieu M de CD, est alors verticale descendante.

Les bras de levier OM et OH des forces $\vec{F}$ et $m\vec{G}$ ayant été rendus égaux, de longueur l, par un réglage préalable, l'équilibre de la balance se produit lorsque ces forces sont égales : $F = mG$, avec F en newtons, m en kilogrammes et $G = 9{,}81$ N/kg (intensité du champ de la pesanteur au lieu de l'expérience).

Dans le conducteur utile CD le courant étant perpendiculaire aux lignes de champ, nous avons $\sin \alpha = 1$; d'après l'expression de la loi de Laplace, il vient

$$B = \frac{F}{I\,L},$$

où B est exprimé en teslas quand F l'est en newtons, I en ampères et L en mètres.

Remarques. — 1° La balance de Cotton donne avec une bonne précision la mesure d'intensités magnétiques supérieures à 0,1 tesla.

2° On peut vérifier avec une balance de Cotton que l'induction magnétique est constante dans un champ uniforme, avec l'approximation permise par l'appareil (environ 1 %).

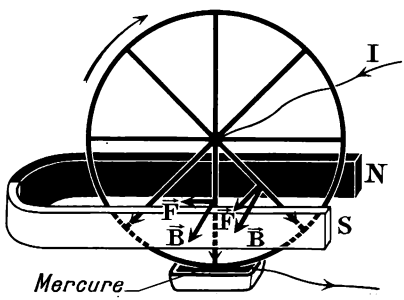


Fig. 14.

2° Roue de Barlow (fig. 14). — Le courant pénètre dans la roue par son axe, se répartit dans les rayons et sort du système par la jante, en contact avec une cuve de mercure en son point le plus bas. Les rayons placés entre les branches de l'aimant en U sont soumis à des forces de Laplace,

perpendiculaires aux rayons et aux lignes de champ. On observe que la roue entre en rotation dans le sens prévu par la règle des trois doigts. Si l'on inverse le sens du courant, ou si l'on retourne l'aimant de manière à inverser le sens des lignes de champ, on constate que le sens de rotation de la roue s'inverse également. L'expérience réussit aussi bien si la roue est pleine.

Exercice 24. — Une roue de Barlow se compose d'une jante et de quatre rayons disposés selon deux diamètres perpendiculaires. La longueur d'un rayon est R = 10 cm. La roue est entièrement plongée dans un champ magnétique uniforme d'induction B = 0,1 T perpendiculaire à son plan. On demande de déterminer :

a) le sens de rotation de la roue, sachant que le courant entre par l'axe et sort par le point de contact de la jante et de la cuve de mercure et que le vecteur $\vec{B}$ est dirigé vers le lecteur;

b) la force qui sollicite un rayon de la roue en fonction de l'intensité, *i*, du courant qui le traverse;

c) le moment résultant des forces électromagnétiques agissant sur la roue au début de son mouvement si l'intensité du courant qui pénètre dans l'axe et sort par la cuve de mercure est I = 10 A.

a) Chaque rayon est parcouru par un courant dirigé de l'axe vers la jante (fig. 15). L'induction magnétique $\vec{B}$, dirigée vers le lecteur, est représentée par un point cerclé (on voit la pointe de la flèche). L'application de la règle des trois doigts de la main gauche à chaque rayon montre que les forces de Laplace engendrent une rotation dans le sens des aiguilles d'une montre.

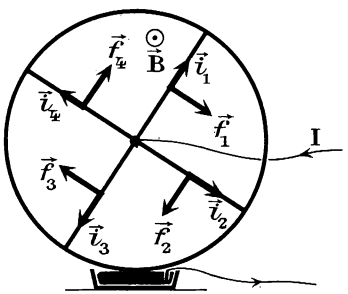


FIG. 15.

b) La force agissant sur un rayon est perpendiculaire à la fois au courant et au champ magnétique : elle est donc située dans le plan de la roue. Le module de cette force est donné par la formule

$$f = BiR \sin \alpha,$$

avec B = 0,1 T, R = 10 cm = 0,1 m, $\alpha = 90^\circ$ et $\sin \alpha = 1$. L'expression de la force en fonction de l'intensité *i* s'écrit donc :

$$f = 0{,}01\, i,$$

avec *i* en ampères et *f* en newtons.

c) Nous ignorons comment les courants se répartissent dans les quatre rayons : nous les désignerons par i_1, i_2, i_3 et i_4. Le courant total est égal à la somme des courants dérivés :

$$i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = I = 10 \text{ A}.$$

L'un des rayons, parcouru par exemple par le courant i_1, est soumis à une force f_1, appliquée au milieu de ce rayon. Cette force est perpendiculaire au rayon et son moment par rapport à l'axe de la roue est

$$\mathcal{M}_1 = f_1 \cdot \frac{R}{2} = 0{,}01\, i \times 0{,}05 = 5 \times 10^{-4}\, i.$$

La force étant exprimée en newtons et la longueur du bras de levier en mètres, ce moment s'exprime en mètre.newton (m.N).

Nous obtenons des expressions analogues pour les trois autres rayons; le moment résultant des forces électromagnétiques est la somme des moments des forces agissant sur chaque rayon :

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 + \mathcal{M}_3 + \mathcal{M}_4 = 5 \times 10^{-4} (i_1 + i_2 + i_3 + i_4).$$

Nous voyons apparaître la somme des intensités des courants dérivés, c'est-à-dire l'intensité I du courant total.

Le moment résultant des forces électromagnétiques est donc

$$\mathcal{M} = 5 \times 10^{-4} \, I = 5 \times 10^{-4} \times 10 = 5 \times 10^{-3} \, \text{m.N.}$$

Il est clair que le même raisonnement s'appliquerait à un nombre quelconque de rayons; en supposant que la résistance équivalente à la roue ne dépende pas sensiblement du nombre de rayons, ou que sa variation soit faible devant la résistance totale du circuit, l'intensité du courant total serait conservée, ainsi que le moment résultant des forces de Laplace. Nous voyons que ce moment est indépendant du nombre de rayons de la roue; en particulier, si ce nombre devenait très grand, la roue deviendrait pleine, mais le moment résultant serait encore le même.

3° Moteurs électriques. — Un moteur électrique se compose généralement d'un rotor, ou induit, de forme cylindrique, tournant entre

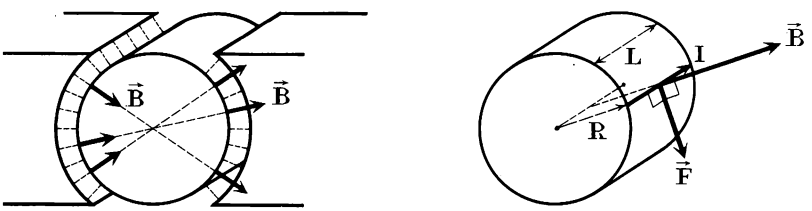


FIG. 16.

des pièces polaires de forme telle que les lignes d'induction soient radiales au voisinage de la surface de l'induit (fig. 16).

Les conducteurs actifs, parcourus par le courant I, sont placés dans des encoches creusées dans l'induit selon les génératrices du cylindre. Ces conducteurs sont reliés entre eux de manière que les forces de Laplace qui leur sont appliquées provoquent des rotations de même sens. Si l'on désigne par L la longueur d'un conducteur actif, par B la valeur de l'induction au voisinage de l'induit et par R le rayon de l'induit, la force agissant sur un conducteur est $F = B.I.L.$, son moment par rapport à l'axe est $\mathcal{M}_1 = BILR$ et, si l'induit porte N conducteurs actifs, le moment résultant des forces électromagnétiques est

$$\mathcal{M} = B.L.R.N.I.$$

Par exemple, si $B = 0{,}2$ T, $L = 0{,}1$ m, $R = 4$ cm $= 0{,}04$ m et s'il existe 400 conducteurs actifs parcourus par l'intensité $I = 2$ A, le moment résultant des forces électromagnétiques est

$$\mathcal{M} = 0{,}2 \times 0{,}1 \times 0{,}04 \times 400 \times 2 = 0{,}64 \text{ m.N.}$$

On peut montrer que l'ensemble des forces de Laplace équivaut à un couple de moment $\mathcal{M}$. Si la vitesse de rotation de l'induit est, par exemple, de 3 000 tr/mn, soit une vitesse angulaire $\omega = 50$ tr/s $= 314$ rd/s, la puissance du couple moteur exercé par les forces de Laplace est

$$P = \mathcal{M}\omega = 0{,}64 \times 314 = 200 \text{ watts environ.}$$

RÉSUMÉ

Dans un champ magnétique uniforme, un conducteur rectiligne parcouru par un courant d'intensité constante, I, est soumis à une force perpendiculaire au courant et aux lignes de champ; cette force, dont le sens est donné par les règles de l'observateur d'Ampère, des trois doigts de la main gauche ou du tire-bouchon de Maxwell, est proportionnelle à l'intensité du courant, à la longueur L du conducteur, à l'induction magnétique B du champ uniforme et au sinus de l'angle formé par le courant et les lignes de champ : $F = kB.I.L.\sin\alpha$. Si l'on donne la valeur unité à la constante k et si l'on exprime la force en newtons, l'intensité du courant en ampères et la longueur du conducteur en mètres, la formule précédente exprime la valeur de l'induction magnétique B en teslas, unité du système international (S I).

Avec ces unités, l'expression du module de la force électromagnétique devient

$$F = B.I.L.\sin\alpha.$$

La balance de Cotton permet de mesurer les inductions magnétiques supérieures à 0,1 T.

L'existence des forces électromagnétiques permet de comprendre le fonctionnement d'un moteur électrique, dont le plus simple est la roue de Barlow.

Exercices.

1. — Un circuit comprend un élément rectiligne de longueur 30 cm parcouru par un courant de 10 ampères. Cet élément est placé dans un champ magnétique. L'induction magnétique est uniforme, perpendiculaire à l'élément de courant et son intensité est 0,1 tesla.

Quelle est l'intensité de la force qui s'exerce sur l'élément de courant?

Rép. : 0,3 N.

2. — La longueur de la partie utile AA′ du conducteur d'une balance de Cotton est $l = 2$ cm; le segment AA′ est horizontal.

L'axe Δ de la balance, horizontal, orthogonal à AA′, est équidistant du milieu, M, du conducteur AA′ et de l'axe C de suspension du plateau. La balance est parfaitement équilibrée, plateau vide, en l'absence de forces de Laplace agissant sur AA′.

1° Le conducteur AA′, parcouru par un courant d'intensité $I = 10$ A, est plongé dans le champ uniforme produit par un aimant en U, l'induction magnétique $\vec{B}$ étant parallèle à l'axe de la balance. Pour rétablir l'équilibre, il faut placer sur le plateau une masse $m = 12$ centigrammes. Quelle est l'intensité de l'induction $\vec{B}$?

2° Le courant qui traverse AA′ est mesuré sur le calibre 10 A d'un ampèremètre de classe 1,5.

Pour obtenir le plus petit mouvement décelable de l'aiguille de la balance, il faut ajouter une masse de 5 milligrammes sur le plateau. Quelle est la borne d'incertitude sur la valeur de B?

3° Quelle serait la masse m' capable d'équilibrer la balance si l'induction magnétique $\vec{B}$, toujours horizontale, formait un angle de 45° avec l'élément de courant AA′ ?

Rép. : 1° 5,9 milliteslas. 2° 0,4 millitesla. 3° 8,5 centigrammes.

3. — Un fil rigide AB, de longueur $2\,L = 20$ cm, homogène, de section constante, parfaitement rectiligne, est mobile dans un plan vertical autour d'un axe Δ, horizontal, passant par son milieu, O.

Une surcharge ponctuelle M, de masse $m = 5$ grammes, est fixée sur la moitié OA, à la distance d de l'axe Δ.

Le fil AB étant dans sa position d'équilibre sous l'effet du poids de la masse m, on l'intercale dans un circuit électrique, de manière que le courant d'intensité $I = 20$ A entre au point O et sorte par l'extrémité A en contact avec une cuvette de mercure. La partie OA est alors plongée dans un champ magnétique uniforme d'induction $B = 0{,}005$ tesla, parallèle à l'axe de rotation Δ. L'intensité du champ de la pesanteur est $G = 9{,}8$ N/kg.

1° Montrer que le fil entre en rotation et préciser le sens de ce mouvement sur une figure indiquant le vecteur $\vec{B}$ et le sens du courant.

2° Montrer que le fil se fixe dans une nouvelle position d'équilibre après avoir tourné d'un angle θ, que l'on déterminera en fonction de L, d, m, g, B et I.

3° *Application numérique* : Calculer la distance d pour que la rotation θ soit égale à 10°.

Rép. : 1° Sens indiqué par la règle des trois doigts.

2° $\sin\theta = \dfrac{BIL^2}{2mGd}$. 3° $d = 5{,}85$ cm.

CHAPITRE XVI

NOTION DE MOMENT MAGNÉTIQUE

A. — MOMENT MAGNÉTIQUE D'UNE BOUCLE DE COURANT.

1. Spire rectangulaire placée dans un champ magnétique uniforme.

La spire PQRS, parcourue par le courant d'intensité I, est mobile autour de sa médiane MM' et se trouve placée dans un champ magnétique uniforme d'induction $\vec{B}$ perpendiculaire aux côtés PQ et RS (fig. 1).

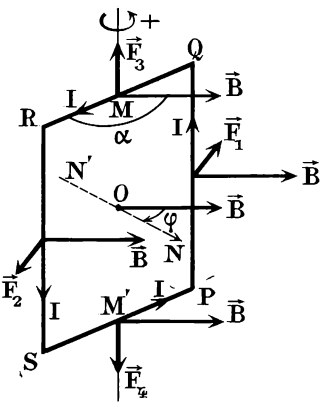


FIG. 1.

a) **Orientation de la spire.** — Soit O le centre du rectangle PQRS et N'ON la normale au plan de la spire.

Orientons positivement cette normale dans le sens de la progression d'un tire-bouchon tournant dans le sens du courant.

La demi-normale $\overrightarrow{ON}$, orientée dans le sens positif, est dite positive. Pour un œil placé sur la demi-normale positive et regardant le circuit, le courant circule dans le sens trigonométrique direct, c'est-à-dire en sens inverse des aiguilles d'une montre.

Nous définirons la position de la spire par l'angle orienté $\varphi = (\vec{B}, \overrightarrow{ON})$, après avoir choisi un sens positif des rotations autour de l'axe M'M.

b) **Forces électromagnétiques agissant sur le cadre.** — Ces forces agissent sur les côtés de la spire; elles sont données en direction, sens et intensité par la loi de Laplace.

Les forces $\vec{F}_3$ et $\vec{F}_4$ qui agissent sur les côtés QR et SP sont de sens opposés et leur support commun est confondu avec l'axe de rotation MM'.

Leurs modules $F_3 = B \times I \times QR \sin \alpha$ et $F_4 = B \times I \times SP \sin (\pi - \alpha)$ sont égaux et ces forces opposées, appliquées à la spire supposée indéformable, n'ont aucun effet sur son déplacement.

Les forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ qui agissent sur les côtés PQ et RS sont parallèles, de modules égaux et de sens opposés. Les courants PQ et RS étant perpendiculaires à l'induction $\vec{B}$, le sinus de la formule de Laplace est égal à l'unité et les modules des forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ sont respectivement

$$F_1 = B.I.PQ \quad \text{et} \quad F_2 = B.I.RS.$$

En projetant sur un plan perpendiculaire à l'axe MM' (fig. 2), on voit que la spire est soumise à un couple $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ dont le bras de levier est

$$d = PS\,|\sin \varphi|.$$

La valeur absolue du moment du couple est

$$|\mathcal{M}| = B.I.PQ.PS\,|\sin\varphi|.$$

Le produit PQ × PS mesure l'aire de la spire; nous pouvons donc écrire

$$|\mathcal{M}| = B.I.S\,|\sin \varphi|.$$

c) **Valeur algébrique du moment du couple.** — L'examen des figures (2) et (3) montre que le moment du couple et l'angle φ, sont de

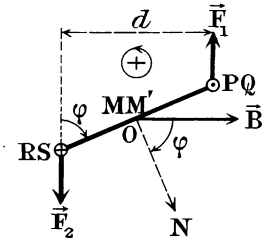


FIG. 2.

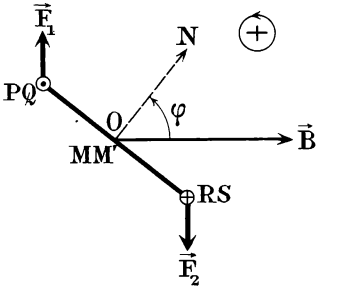


FIG. 3.

sens contraires. Or, l'angle φ, pouvant être compris entre $-\pi$ et $+\pi$, possède le même signe que son sinus.

Il en résulte que le moment du couple électromagnétique $\mathcal{M}$ et sin φ sont de signes contraires. Nous devons écrire

$$\boxed{\mathcal{M} = -B.I.S \sin \varphi}.$$

Cette expression est toujours valable, en grandeur et en signe, quels que soient le sens du courant et l'orientation du champ magnétique, pourvu que l'angle φ soit l'angle orienté défini par le vecteur $\vec{B}$ et la demi-normale positive $\overrightarrow{ON}$ au plan de la spire.

2. Généralisation : couple électromagnétique agissant sur une boucle de courant plane de forme quelconque,

Nous admettrons que le résultat obtenu dans le cas d'une spire rectangulaire reste valable pour une boucle plane de courant de forme quelconque et, en particulier, pour une boucle de forme circulaire.

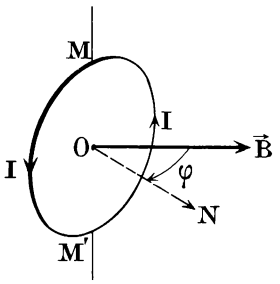


FIG. 4.

Le vecteur induction magnétique est perpendiculaire à l'axe MM′ qui, dans le plan de la boucle, passe par le centre O (fig. 4).

La demi-normale $\overrightarrow{ON}$, orientée par la règle du tire-bouchon, permet encore de définir la position de la spire par l'angle $\varphi = (\vec{B}, \overrightarrow{ON})$.

La boucle circulaire d'aire S, parcourue par le courant d'intensité I et plongée dans le champ magnétique uniforme d'induction $\vec{B}$ normale à l'axe de rotation de la spire, est soumise à un couple électromagnétique dont le moment est donné en grandeur et en signe par la formule

$$\mathcal{M} = -B.I.S \sin \varphi.$$

3. Vecteur moment magnétique.

On nomme **vecteur moment magnétique** d'une boucle plane de courant présentant un centre de symétrie O (fig. 5), **un vecteur $\vec{M}$ appliqué au centre O de la boucle, normal au plan de la boucle, de sens donné par la règle du tire-bouchon tournant dans le sens du courant, de module égal au produit de l'intensité du courant par l'aire S de la boucle :**

$$\boxed{M = I.S}.$$

Le module du moment magnétique, que l'on nomme souvent pour abréger « moment magnétique », s'exprime en **ampère.mètre carré** (Am^2) dans le système international. Le vecteur moment magnétique remplace la demi-normale positive $\overrightarrow{ON}$ dans la définition de l'angle φ qui détermine la position de la spire : $\varphi = (\vec{B}, \vec{M})$.

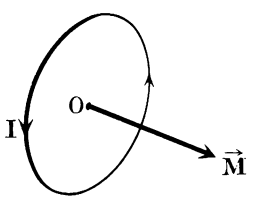


FIG. 5.

Le moment des forces électromagnétiques agissant sur une boucle de courant de moment magnétique $\vec{M}$, plongée dans un champ magnétique uniforme d'induction $\vec{B}$ et mobile autour d'un axe de son plan passant par son centre et

perpendiculaire au vecteur $\vec{B}$, s'exprime alors en grandeur et en signe par la formule

$$\mathcal{M} = -B.M.\sin(\vec{B}, \vec{M}).$$

4. Moment magnétique d'une bobine plate.

On nomme bobine plate une bobine de faible épaisseur obtenue en enroulant un certain nombre N de spires de fil conducteur isolé de manière à former un tore de faible section. Pratiquement, les spires forment des boucles de courant de forme identique, de même aire S, parcourues dans le même sens par le même courant d'intensité I et sensiblement situées dans un même plan.

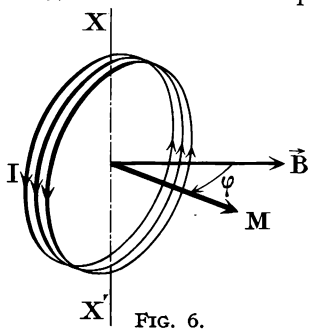


FIG. 6.

Le couple électromagnétique agissant sur une spire est de moment

$$\mathcal{M}_1 = -B.M_1 \sin(\vec{B}, \vec{M_1})$$

par rapport à l'axe de rotation XX' (fig. 6). Les moments magnétiques $\vec{M_1}$ de toutes les spires sont identiques. Le moment du couple électromagnétique agissant sur la bobine est égal à la somme des moments des couples agissant sur chacune des spires, c'est-à-dire au produit du moment du couple agissant sur une spire par le nombre de spires :

$$M = -B.N.M_1 \sin(\vec{B}, \vec{M_1}).$$

Nous sommes amenés à considérer que la bobine équivaut à une boucle de courant unique de moment magnétique $M = M_1 N = N\,I\,S$. Le moment du couple agissant sur la bobine est alors

$$\mathcal{M} = -B.M \sin(\vec{B}, \vec{M}), \qquad \text{avec} \qquad M = N.I.S.$$

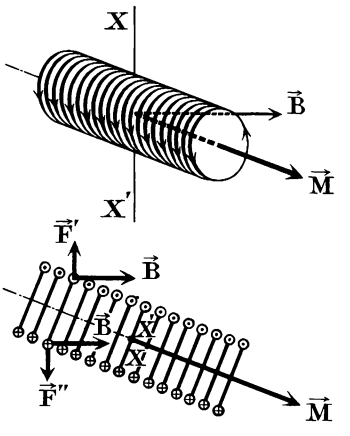


FIG. 7.

REMARQUE. — La même formule convient pour une bobine longue cylindrique (solénoïde) dont les spires, hélicoïdales, peuvent être assimilées à des boucles de courant circulaires et coaxiales si elles sont assez serrées. Chaque spire est soumise à un couple, que l'on peut représenter par deux forces, $\vec{F'}$ et $\vec{F''}$, situées dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation XX', plan qui contient également l'axe de la bobine et le vecteur induction magnétique $\vec{B}$ du champ uniforme. On sait (cours de Seconde, page 95) que **l'action d'un couple sur un solide est indépendante de la position du couple dans son**

plan. Tous les couples peuvent être déplacés dans leur plan commun et appliqués à la spire médiane. Tout se passe donc comme si la bobine se réduisait à une boucle unique de courant confondue avec la spire médiane, de moment magnétique $M = N.I.S$ dirigé selon l'axe de la bobine et de sens donné par la règle du tire-bouchon (fig. 7).

5. Orientation spontanée d'une boucle de courant.

Une boucle de courant libre de se mouvoir dans un champ magnétique uniforme se place dans une position d'équilibre telle que le moment résultant des forces électromagnétiques soit nul :

$$\mathcal{M} = -B.M \sin(\vec{B}, \vec{M}) = 0.$$

Il existe deux positions d'équilibre :

a) $(\vec{B}, \vec{M}) = 0$: position **stable** car l'effet d'une petite rotation θ

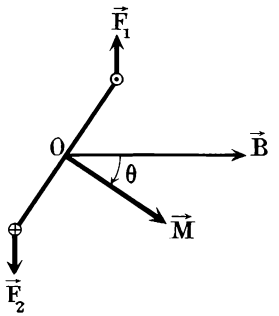


FIG. 8.

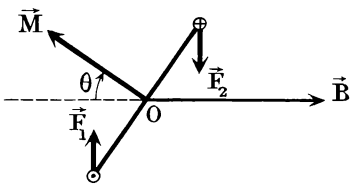


FIG. 9.

est d'engendrer un **couple de rappel** ramenant la boucle dans sa position d'équilibre (fig. 8).

b) $(\vec{B}, \vec{M}) = \pm\pi$: position **instable** puisqu'une petite rotation θ à partir de cette position a pour effet d'engendrer un **couple tendant à augmenter l'écart** (fig. 9).

Une boucle de courant, libre de se mouvoir dans un champ magnétique uniforme, s'oriente spontanément de telle manière que son vecteur moment magnétique, $\vec{M}$, prenne la même direction et le même sens que le vecteur induction magnétique, $\vec{B}$, du champ dans lequel elle se trouve plongée.

6. Expériences.

a) **Boucle de courant et bobine plate.** — La boucle de courant (fig. 10) réunit deux lames, l'une de cuivre, l'autre de zinc, traversant un bouchon de liège qui flotte sur une solution d'acide sulfurique. Le système constitue une pile de Volta en court-circuit. On peut aussi réunir les deux lames par une bobine plate.

Plongée dans le champ d'un aimant en U, la boucle s'oriente de manière que son vecteur moment magnétique $\vec{M}$ soit de même direction et de même sens que le vecteur $\vec{B}$ du champ.

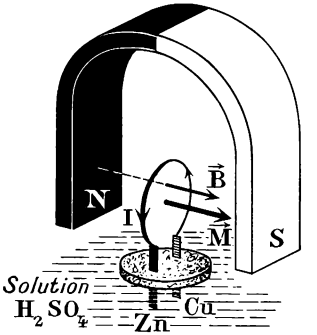


FIG. 10.

Elle s'oriente aussi sous l'effet du champ terrestre si l'on ôte l'aimant en U : l'une des faces de la boucle (face nord) se dirige vers le nord. **La face nord est celle que doit regarder un observateur pour voir le courant tourner dans le sens trigonométrique direct** (sens inverse des aiguilles d'une montre) (fig. 11).

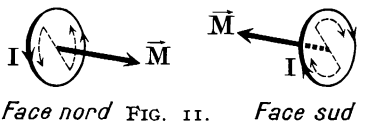


FIG. 11.

b) De même, un **solénoïde** mobile autour d'un axe vertical OO' s'oriente spontanément dans le champ terrestre comme une aiguille aimantée : il présente une face nord et une face sud. La face nord est attirée par le pôle sud d'un barreau aimanté et repoussée par le pôle nord; la face sud est repoussée par le pôle sud (fig. 12) et attirée par le pôle nord du barreau.

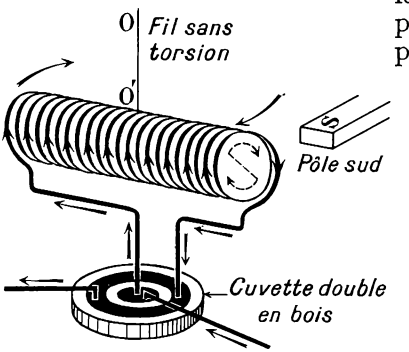


FIG. 12. — Le pôle sud de l'aimant repousse la face sud du solénoïde.

Exercice 25. — **Une bobine cylindrique de rayon R = 2 cm comprenant N = 100 spires circulaires coaxiales parcourues dans le même sens par un courant d'intensité I = 0,5 A, est mobile autour d'un axe XY perpendiculaire à son axe. La bobine est plongée dans un champ magnétique uniforme d'induction B = 0,01 T, perpendiculaire à l'axe XY. Le courant est amené dans la bobine par deux fils conducteurs fixés en X et Y. Lorsque le courant est coupé, la bobine se fixe de manière que son axe soit perpendiculaire au vecteur induction, B. Lorsque l'on établit le courant, la bobine tourne d'un angle de 45° par rapport à sa position initiale.**

Calculer la constante de torsion, C, des fils de suspension de la bobine.

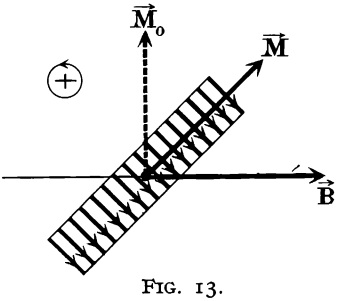


FIG. 13.

Lorsque le courant passe dans la bobine, son axe, support de son moment magnétique $\vec{M}$ tel que

$$M = N.I.S,$$

tend à se placer dans la direction du vecteur induction magnétique $\vec{B}$. La bobine est retenue dans ce mouvement par le couple de torsion exercé par les fils de suspension.

La position finale de la bobine est

caractérisée par l'angle $(\vec{B}, \vec{M}) = +\frac{\pi}{4}$ (fig, 13), et la bobine est alors soumise au couple électromagnétique de moment

$$\mathcal{M} = -B.M \sin(\vec{B}, \vec{M}) = -0{,}707\ B.M.$$

Soit $\vec{M_0}$ la position initiale du moment magnétique, telle que $(\vec{B}, \vec{M_0}) = \frac{\pi}{2}$.

La bobine tourne de l'angle $(\vec{M_0}, \vec{M}) = -\frac{\pi}{4}$; le couple de torsion, proportionnel à l'angle de rotation et de sens contraire à cet angle, est

$$\mathcal{M}_t = -C.(\vec{M_0}, \vec{M}) = +\frac{\pi}{4}C.$$

Écrivons que la somme algébrique des moments appliqués à la bobine est nulle dans la position d'équilibre :

$$(1) \qquad \frac{\pi}{4}C - 0{,}707\ B.M = 0.$$

Nous pouvons calculer la constante de torsion, C, des fils de suspension, en fonction de B = 0,01 T, de N = 100 spires, de I = 0,5 A et de

$$S = \pi R^2 = \pi \times 4 \times 10^{-4}\ m^2.$$

Il vient

$$C = 0{,}707 \times \frac{4\,B.N.I.S}{\pi},$$

soit

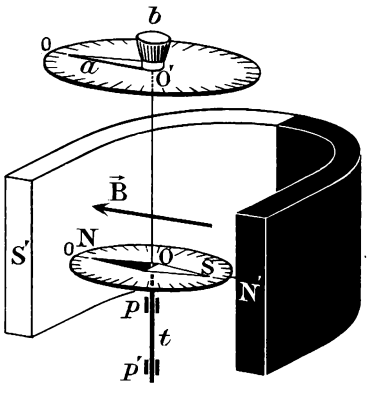
$$C = \frac{4 \times 0{,}707 \times 0{,}01 \times 100 \times 0{,}5 \times \pi \times 4 \times 10^{-4}}{\pi}.$$

La constante de torsion des fils de suspension est $C = 5{,}66 \times 10^{-4}$ mN/rd.

B. — MOMENT MAGNÉTIQUE D'UN BARREAU AIMANTÉ.

7. Magnétomètre à torsion.

Une aiguille aimantée, SN, solidaire d'une tige, *t*, guidée par les paliers *p* et *p'* est soutenue par un fil de torsion OO' dont l'extrémité supérieure O est soudée au bouton moleté *b*.



Le fil OO' n'est pas tordu.
FIG. 14.

Lorsque le fil OO' ne subit pas de torsion, l'aiguille *a*, solidaire du bouton *b*, est parallèle à l'aiguille aimantée (fig. 14).

Deux cercles divisés en degrés permettent de mesurer les rotations de l'aiguille *a* et de l'aiguille aimantée SN.

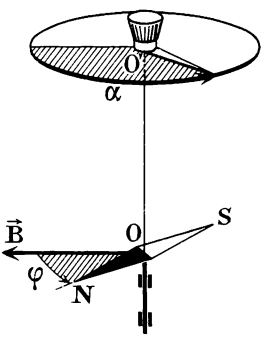
L'aiguille aimantée SN est placée entre les zones polaires d'un aimant en U, de manière que l'axe magnétique $\vec{SN}$ soit parallèle au vecteur induction magnétique $\vec{B}$, de même sens que ce vecteur.

On tourne le bouton moleté d'un angle α; le fil de torsion entraîne alors l'aiguille aimantée, qui, retenue par l'action du champ magnétique, tourne seulement de l'angle φ (fig. 15). **La différence $\alpha - \varphi$ mesure donc l'angle de torsion du fil**; connaissant la constante C de torsion de ce fil, on en déduit le moment du couple qu'il exerce sur l'aiguille aimantée :

$$\mathcal{M}_t = C(\alpha - \varphi).$$

L'aiguille aimantée est en équilibre autour de l'axe OO′ sous l'effet du couple de torsion $\mathcal{M}_t$, dirigé dans le sens du déplacement angulaire φ, et des forces magnétiques qui tendent à la ramener dans sa position initiale. Si l'on désigne par $\mathcal{M}$ le moment résultant des forces magnétiques, l'équilibre de l'aiguille aimantée se traduit par l'équation

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_t = C(\alpha - \varphi).$$



Le fil OO′ est tordu de l'angle $\alpha - \varphi$.
FIG. 15.

Nous voyons que **le couple de torsion est de même mesure que le moment résultant des forces magnétiques.**

Nous nous proposons d'étudier successivement l'influence, sur le moment résultant $\mathcal{M}$ des forces magnétiques, de l'angle $\varphi = (\vec{B}, \overrightarrow{SN})$, de la grandeur de l'induction $\vec{B}$ et du choix de l'aiguille aimantée SN montée sur le magnétomètre.

a) **Influence de l'angle $\varphi = (\vec{B}, \overrightarrow{SN})$.**

En agissant sur le bouton moleté *b*, nous pouvons donner à l'angle α des valeurs croissantes, de 10° en 10° par exemple. Pour chaque valeur de α, nous mesurons l'angle φ et nous calculons l'angle $\alpha - \varphi$ de torsion du fil OO′. Après avoir consigné les résultats dans le tableau suivant, on

$\varphi = (\vec{B}, \overrightarrow{SN})$	
$\sin \varphi$	
α	
$\mathcal{M} = C(\alpha - \varphi)$	
$\dfrac{\mathcal{M}}{\sin \varphi}$	constante K

constaterait que le rapport du moment des forces magnétiques au sinus de l'angle $\varphi = (\vec{B}, \overrightarrow{SN})$ est sensiblement constant.

Pour une aiguille donnée, plongée dans un champ magnétique uniforme d'induction donnée, le moment résultant des forces magnétiques est proportionnel au sinus de l'angle formé par le vecteur induction magnétique et l'axe magnétique de l'aiguille :

$$\mathcal{M} = K \sin\varphi.$$

b) **Influence de l'induction $\vec{B}$ du champ magnétique.**

En utilisant toujours le même magnétomètre à torsion (même aiguille et même fil de torsion) et en donnant toujours à l'angle φ la même valeur lors de l'équilibre, par exemple 60°, recommençons l'expérience en utilisant des aimants en U différents produisant entre leurs branches des inductions magnétiques différentes B_1, B_2, B_3, ... que nous aurons préalablement mesurées à l'aide d'une induction de référence B_0 (page 173). Nous constatons que les moments résultants des forces magnétiques sont sensiblement proportionnels aux inductions magnétiques qui les engendrent :

$$\varphi = 60^\circ : \qquad \frac{\mathcal{M}_1}{B_1} = \frac{\mathcal{M}_2}{B_2} = \frac{\mathcal{M}_3}{B_3} = \ldots$$

L'expérience précédente ayant montré que le moment résultant est proportionnel à $\sin\varphi$, nous pouvons conclure que **ce moment est proportionnel au produit B $\sin\varphi$ et écrire**

$$\mathcal{M} = M.B \sin\varphi \qquad (M, \text{ constante de proportionnalité}).$$

c) **Influence de l'aiguille aimantée.**

Les mêmes expériences peuvent être refaites avec un second magnétomètre à torsion, utilisant le même fil OO′ sur lequel on monte une aiguille aimantée différente. Pour chaque aiguille, on constate que le rapport

$$M = \frac{\mathcal{M}}{B \sin\varphi}$$

est constant, mais que cette constante varie d'une aiguille aimantée à l'autre. **Le terme M caractérise donc l'aiguille aimantée.**

Si l'on tient compte du fait que les forces magnétiques exercent sur l'aiguille aimantée un couple de rappel, de sens opposé à celui de l'angle $\varphi = (\vec{B}, \overrightarrow{SN})$, l'expression algébrique du moment de ces forces doit s'écrire ainsi :

$$\mathcal{M} = -B.M \sin(\vec{B}, \overrightarrow{SN}).$$

8. Moment magnétique d'une aiguille aimantée.

Le résultat précédent présente une grande analogie avec celui que nous avons obtenu pour une boucle de courant. Le terme $M = \dfrac{\mathcal{M}}{B \sin(\vec{B}, \overrightarrow{SN})}$ joue le même rôle que le moment magnétique $M = I.S$ d'une boucle

plane : on le nomme **moment magnétique de l'aiguille aimantée et on l'exprime en ampère.mètre carré** (Am^2).

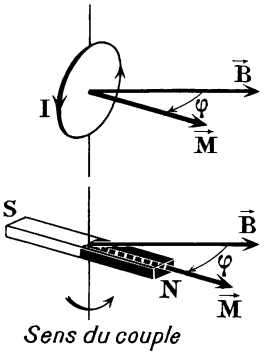


FIG. 16.

Dans le cas de l'aimant, l'axe magnétique $\overrightarrow{SN}$ joue le même rôle que la demi-normale positive au plan d'une boucle de courant (fig. 16). **Le vecteur moment magnétique $\vec{M}$ d'un aimant droit est un vecteur appliqué au milieu de l'aimant, de même direction et de même sens que l'axe magnétique $\overrightarrow{SN}$, de module égal à la grandeur du moment magnétique M.**

Un aimant droit mobile autour d'un axe perpendiculaire à son axe magnétique et plongé dans un champ magnétique uniforme d'induction $\vec{B}$ normale à l'axe de rotation est soumis à un couple de moment

$$\mathcal{M} = -B.M.\sin(\vec{B}, \vec{M})$$

par rapport à l'axe de rotation. Nous avons encore **deux positions d'équilibre :**

a) l'angle $(\vec{B}, \vec{M})$ est nul : position **stable;**

b) l'angle $(\vec{B}, \vec{M}) = \pm \pi$: position **instable.**

Dans le cas de la boucle de courant rectangulaire, nous avons pu montrer à partir de la loi de Laplace que le système des forces agissant sur la boucle équivaut à un couple. L'expérience montre que les forces magnétiques agissant sur un barreau aimanté droit se réduisent également à un couple : posons un barreau aimanté sur un large bouchon de liège et laissons flotter le système sur l'eau d'une cuvette (fig. 17). Nous constatons que l'aimant s'oriente sensiblement selon le méridien géographique en tournant sur lui-même, autour de son centre de gravité. Nous n'observons aucune translation dans une direction particulière et **nous sommes conduits à penser que la somme géométrique des forces magnétiques est nulle : ces forces forment donc un couple, ou un système équivalent à zéro.**

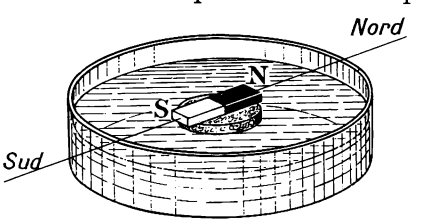


FIG. 17.

En ce qui concerne leur orientation dans un champ magnétique uniforme, il y a donc équivalence complète entre une boucle de courant et un barreau aimanté droit. Dans les deux cas, nous pouvons définir un moment magnétique $\vec{M}$; si le système est mobile autour d'un axe perpendiculaire au vecteur $\vec{M}$ et plongé dans un champ magnétique uniforme perpendicu-

laire à l'axe de rotation, il est soumis à un couple de rappel dont le moment par rapport à l'axe est donné en grandeur et en signe par la formule

$$\mathcal{M} = -B.M.\sin(\vec{B}, \vec{M}).$$

C. — HYPOTHÈSE DES MASSES MAGNÉTIQUES.

Considérons un barreau aimanté droit plongé dans un champ magnétique uniforme d'induction $\vec{B}$. Il est permis de supposer que l'extrémité nord se trouve entraînée dans la direction et le sens de $\vec{B}$ par tout un système de forces parallèles élémentaires réparties sur la surface « aimantée » de cette extrémité, c'est-à-dire capable d'attirer la limaille de fer.

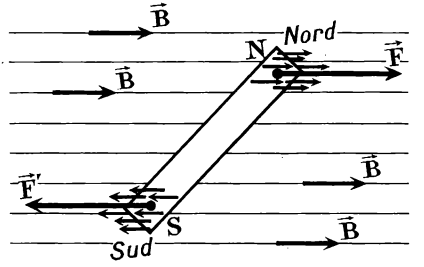


FIG. 18.

De même, l'extrémité sud subit l'action d'un système de forces parallèles, de même direction que $\vec{B}$, mais de sens contraire (fig. 18).

Chacun de ces systèmes de forces parallèles élémentaires admet une résultante :

— à l'extrémité nord : la force $\vec{F}$ appliquée au point N,

— à l'extrémité sud : la force $\vec{F}'$ appliquée au point S.

Les points S et N sont les pôles de l'aimant.

REMARQUE. — Si, comme nous l'avons fait jusqu'ici, on considère une aiguille aimantée très mince, les pôles sont très voisins des extrémités elles-mêmes et l'axe magnétique SN se confond, par raison de symétrie, avec la grande diagonale du losange.

9. Notion de masse magnétique.

Par analogie avec l'action d'un champ électrique sur une charge, nous pouvons supposer que la force $\vec{F}$ agissant sur le pôle nord N résulte de l'action du champ magnétique d'induction $\vec{B}$ sur une **« masse magnétique »** m portée par l'extrémité nord du barreau. Comme en Électrostatique, la force $\vec{F}$, l'induction $\vec{B}$ et la masse magnétique m vérifient la relation $\vec{F} = m\vec{B}$, **qui définit la masse magnétique comme étant le rapport** $m = \dfrac{\vec{F}}{\vec{B}}$ **de la force subie par un pôle à l'induction** $\vec{B}$ **du champ dans lequel il est plongé.**

Nous avons vu que les forces magnétiques qui agissent sur un barreau aimanté droit se réduisent à un couple. Il en résulte que $\vec{F}' = -\vec{F}$ et que la masse magnétique m' portée par le pôle sud S est

$$m' = \frac{\vec{F}'}{\vec{B}} = -\frac{\vec{F}}{\vec{B}} = -m.$$

Les deux pôles d'un aimant portent des masses magnétiques égales en valeur absolue et de signes contraires.

10. Expression du moment du couple. Unité de masse magnétique.

Le barreau aimanté, dont l'axe magnétique $\overrightarrow{SN}$ forme l'angle φ avec le vecteur $\vec{B}$, se trouve soumis au couple $(\vec{F}, \vec{F}')$ dont le bras de levier est $NH = SN\,|\sin\varphi|$ (fig. 19). Le moment de ce couple est

$$|\mathcal{M}| = F \times NH = m \times B \times SN\,|\sin\varphi|.$$

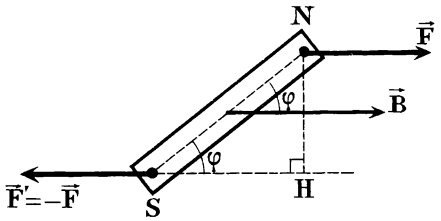


FIG. 19.

En posant $L = SN$ et en remarquant que le moment du couple est toujours de sens opposé à celui de l'angle $\varphi = (\vec{B}, \overrightarrow{SN})$, nous obtenons l'expression algébrique

$$\mathcal{M} = -mL.B\sin\varphi.$$

Nous savons que le moment de ce couple est donné en fonction du moment magnétique M par l'expression algébrique (§ B, 8)

$$\mathcal{M} = -M.B\sin(\vec{B}, \vec{M}) = -M.B\sin\varphi.$$

Nous voyons que **le moment magnétique d'un aimant est égal au produit de la valeur absolue de la masse magnétique d'un pôle par la distance des deux pôles :**

$$\boxed{M = mL}.$$

Le moment magnétique s'exprimant en ampère.mètre carré (Am^2) et la longueur L en mètres, **l'unité de masse magnétique, définie par la relation** $m = \frac{M}{L}$, **est l'ampère.mètre (Am).**

11. Action mutuelle entre pôles. Loi de Coulomb.

Nous utiliserons des barreaux très longs et très minces, dont les pôles, très proches des extrémités, peuvent être localisés avec une précision acceptable.

Il suffit de mesurer les moments magnétiques M et M′ de deux barreaux NS et N′S′ de longueurs L et L′ pour connaître les masses magnétiques m et m' des deux pôles nord :

$$m = \frac{M}{L} \quad \text{et} \quad m' = \frac{M'}{L'}.$$

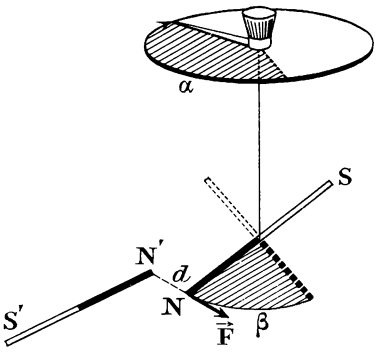


FIG. 20.

En utilisant une balance de torsion (fig. 20), il est possible d'évaluer la force F produite sur le pôle N par le pôle N' placé à la distance d du premier. Les barreaux étant très longs, on peut négliger les actions produites par les pôles S et S'; on vérifie, avec une précision d'ailleurs assez médiocre, les résultats suivants :

a) Les forces de répulsion, entre pôles de même nom, et d'attraction, entre pôles de noms contraires, admettent comme support la droite passant par les pôles considérés.

b) ***Loi de Coulomb :*** **Deux masses magnétiques ponctuelles *m* et *m'* exercent l'une sur l'autre une force F proportionnelle au produit *mm'* et inversement proportionnelle au carré de la distance, *d*, qui les sépare.**

Cette loi s'exprime par la formule suivante, analogue à la loi des actions entre charges électriques étudiée au chapitre II :

$$F = k\frac{mm'}{d^2}.$$

Si la force F est exprimée en newtons, les masses magnétiques m et m' en ampère.mètre et la distance d en mètres, la valeur de la constante k est 10^{-7} (S I).

12. Champ magnétique créé par un long barreau aimanté très mince.

Le barreau SN porte les masses magnétiques $+m$ au point N et $-m$ au point S. Le pôle nord N' d'un second barreau S'N', placé au point A et portant une masse magnétique m', est soumis à l'action de deux forces :

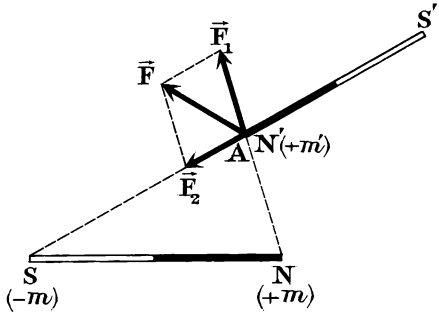


FIG. 21.

a) la force $\vec{F}_1$ exercée par le pôle N, de module

$$F_1 = 10^{-7}\frac{mm'}{d_1^2};$$

b) la force $\vec{F}_2$ exercée par le pôle S, de module

$$F_2 = 10^{-7}\frac{mm'}{d_2^2}.$$

Le pôle N' est donc soumis à la force $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$, que l'on peut construire par la règle du parallélogramme (fig. 21).

Si l'on désigne par $\vec{B}$ l'induction magnétique produite au point A par le barreau SN, la force $\vec{F}$ qui agit sur la masse magnétique m' est (§ C, 9)

$$\vec{F} = m'\vec{B}.$$

En l'absence du pôle d'épreuve N′ (fig. 22), il existe au point A un champ magnétique d'induction

$$\vec{B} = \frac{\vec{F}}{m'} = \frac{\vec{F}_1}{m'} + \frac{\vec{F}_2}{m'},$$

que l'on peut considérer comme la somme géométrique des inductions magnétiques $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$, de modules respectifs

$$B_1 = 10^{-7}\frac{m}{d^2} \qquad \text{et} \qquad B_2 = 10^{-7}\frac{m}{d_2^2},$$

créés respectivement au point A par les pôles N et S porteurs des masses magnétiques $+ m$ et $- m$.

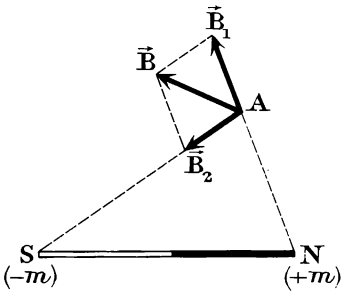


FIG. 22.

13. Conclusion.

L'hypothèse des masses magnétiques fournit une interprétation immédiate du couple des forces magnétiques agissant sur un barreau droit plongé dans un champ magnétique uniforme, en donnant une représentation de ces forces elles-mêmes.

Cette hypothèse donne un procédé de construction du vecteur induction magnétique $\vec{B}$ en tout point du champ que crée autour de lui un barreau aimanté.

Elle doit être considérée comme un **procédé de calcul** commode, mais l'existence des masses magnétiques ne peut pas être prouvée, puisqu'il est impossible d'isoler un pôle d'aimant (expérience de l'aimant brisé).

RÉSUMÉ

On nomme vecteur moment magnétique d'une boucle plane de courant présentant un centre de symétrie O, un vecteur $\vec{M}$ appliqué au centre O de la boucle, normal à son plan, de sens donné par la règle du tire-bouchon tournant dans le sens du courant, de module égal au produit de l'intensité du courant par l'aire S de la boucle : $M = I.S$.

Le moment magnétique s'exprime en ampère.mètre carré (Am^2).

Le moment des forces électromagnétiques agissant sur une boucle de courant de moment magnétique $\vec{M}$, plongée dans un champ magnétique uniforme d'induction $\vec{B}$ et mobile autour d'un axe de son plan passant par son centre et perpendiculaire au vecteur $\vec{B}$ s'exprime alors en grandeur et en signe par la formule $\mathcal{M} = - B.M.\sin(\vec{B}, \vec{M})$.

La même formule convient pour exprimer le moment des forces électromagnétiques agissant sur une bobine mobile autour d'un axe confondu avec un diamètre de la spire moyenne et perpendiculaire au vecteur $\vec{B}$. Si la bobine

comporte N spires d'aire S parcourues par un courant d'intensité I, le module de son moment magnétique est $M = N I S$.

Une boucle de courant, libre de se mouvoir dans un champ magnétique uniforme, s'oriente spontanément de telle manière que son vecteur moment magnétique se place dans la même direction et le même sens que le vecteur induction magnétique $\vec{B}$. Une boucle de courant, ou une bobine, s'oriente dans le champ magnétique terrestre comme un aimant droit; on peut alors distinguer une face nord et une face sud. La face nord est celle que doit regarder un observateur pour voir le courant tourner dans le sens trigonométrique direct.

On vérifie que le moment des forces magnétiques agissant sur un barreau droit plongé dans un champ magnétique uniforme et mobile autour d'un axe perpendiculaire à l'aimant et au vecteur induction $\vec{B}$ s'exprime par la relation $\mathcal{M} = -B.M.\sin(\vec{B}, \vec{M})$, si l'on désigne par $\vec{M}$ le moment magnétique de l'aimant, vecteur de même direction et de même sens que son axe magnétique $\overrightarrow{SN}$.

L'hypothèse des masses magnétiques, selon laquelle les pôles S et N, séparés par la distance L, portent respectivement des masses magnétiques $-m$ et $+m$, subissant les forces $-m\vec{B}$ et $+m\vec{B}$, fournit une interprétation du couple des forces magnétiques agissant sur l'aimant. Le moment magnétique apparaît comme le produit de la masse magnétique m par la distance des deux pôles : $M = mL$. On en déduit que l'unité de masse magnétique est l'ampère.mètre (Am). Cette hypothèse donne un procédé de construction du vecteur induction magnétique $\vec{B}$ en tout point du champ que crée autour de lui un barreau aimanté : le vecteur induction au point M situé à la distance d d'un pôle de masse magnétique m placé au point A est de direction AM, de sens $\overrightarrow{AM}$ pour un pôle nord, de sens $\overrightarrow{MA}$ pour un pôle sud. Son module est donné en teslas par la formule $B = 10^{-7} \times \frac{m}{d^2}$, où l'on exprime m en Am et la distance d en mètres.

Exercices.

1. — Un cadre rectangulaire de longueur $L = 10$ cm et de largeur $l = 5$ cm est suspendu par un fil xy, dont la constante de torsion est négligeable, dans un champ magnétique uniforme d'intensité 2.10^{-3} T. Le vecteur induction est parallèle à la largeur du cadre, qui est parcouru par un courant de 5 ampères. Le fil est confondu avec la grande médiane du cadre.

1° Quel est le moment par rapport à xy des forces électromagnétiques agissant sur le cadre dans cette position initiale? Quelle sera la position d'équilibre finale du cadre?

2° Reprendre le calcul du moment des forces électromagnétiques dans la position initiale quand le cadre est remplacé par une spire circulaire d'aire $S = 25$ cm², puis par une bobine plate comportant $N = 200$ spires circulaires d'aire S, les valeurs de l'induction B et de l'intensité du courant étant inchangées. Le fil de suspension, vertical, coïncide avec un diamètre de la bobine.

Rép. : 1° 5×10^{-5} m.N. 2° $2{,}5 \times 10^{-5}$ m.N, 5×10^{-3} m.N.

2. — Une spire rectangulaire, verticale, MNPQ, est constituée par un fil de cuivre. Les fils d'arrivée et de départ du courant sont montés de telle façon que la spire puisse tourner librement autour de l'axe vertical Z'Z passant par les milieux des côtés horizontaux MN et PQ.

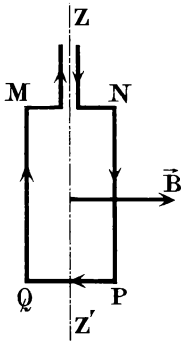


FIG. 23.

Cette spire est placée dans un champ magnétique uniforme. Le vecteur induction $\vec{B}$ est horizontal et parallèle à la spire en l'absence de courant.

Quand on fait circuler un courant électrique d'intensité I dans la spire, celle-ci tourne autour de l'axe Z'Z.

1° Indiquer sur la figure le sens de la rotation.

2° Quelle est sa nouvelle position d'équilibre après la rotation?

3° Dans une deuxième expérience, on arrête la spire dans une position intermédiaire quand elle a tourné d'un angle α. Calculer le moment des forces électro-magnétiques par rapport à l'axe de rotation.

Application numérique :

MN = PQ = 10 centimètres, MQ = NP = 20 centimètres,
B = 0,04 tesla, I = 0,2 ampère, $\alpha = 45°$.

Rép. : 1° 2° Le moment magnétique M de la spire se place dans la direction et le sens de B. 3° $1{,}13 \times 10^{-4}$ m.N; $\mathcal{M} = -\,B.S.I \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\,BSI \cos\alpha$.

3. — Un aimant de moment magnétique 0,005 SI est placé dans un champ magnétique uniforme d'induction B = 0,02 T dont la direction fait, avec le moment magnétique, l'angle φ. Quelle action mécanique subit l'aimant (préciser la nature, le sens, la grandeur de cette action)? Calculer cette action dans le cas où

$$\varphi = 0, \qquad \varphi = 90°, \qquad \varphi = 30°.$$

Rép. : 0, 10^{-4} m.N, 5×10^{-5} m.N.

4. — Un aimant rectiligne supposé linéaire, dont le moment magnétique est 15 Am^2, est placé dans un champ d'induction magnétique uniforme.

Pour maintenir cet aimant dans une direction perpendiculaire au vecteur induction magnétique du champ, il faut exercer un couple mécanique de moment 3.10^{-4} newton-mètre.

Quelle est l'intensité de l'induction magnétique?

Quel serait le moment d'un couple mécanique qui maintiendrait l'aimant à 135° de la position d'équilibre qu'il prendrait si on le laissait s'orienter librement dans le champ?

Rép. : 2×10^{-5} T, $2{,}12 \times 10^{-4}$ m.N.

5. — Les pôles S et N, supposés ponctuels, d'un aimant de moment magnétique M = 1,5 $A.m^2$ sont distants de 20 cm.

1° Quelle masse magnétique peut-on attribuer à chaque pôle de l'aimant?

2° Quelle est l'intensité de l'induction magnétique du champ produit par cet aimant :

a) en un point M situé sur l'axe des pôles, en dehors de l'aimant, à 5 cm du pôle nord?

b) en un point N situé sur la médiatrice du segment SN à 15 cm de ce segment?

Rép. : 1° 7,5 Am. 2° *a*) $2{,}88 \times 10^{-4}$ T; *b*) $2{,}56 \times 10^{-5}$ T.

CHAPITRE XVII

CHAMP MAGNÉTIQUE TERRESTRE

1. Vecteur induction magnétique terrestre.

Une aiguille aimantée, SN, soutenue en son centre de gravité par l'étrier E, est mobile autour de son pivot dans un plan vertical (fig. 1). L'étrier est suspendu à l'aide d'un fil de cocon, pratiquement sans constante de torsion. L'aiguille aimantée, libre d'occuper toute position autour de son centre de gravité, s'oriente de manière que son moment magnétique $\vec{M}$, confondu avec son axe magnétique $\overrightarrow{SN}$, soit de même direction et de même sens que le vecteur induction magnétique terrestre au lieu de l'expérience.

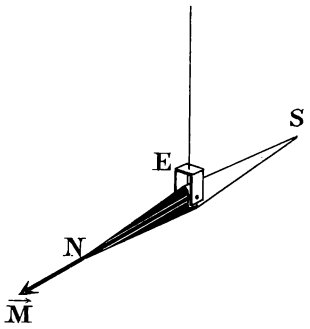


FIG. 1.

a) Si l'on examine les positions d'équilibre de l'aiguille en divers points d'une salle ne contenant pas de grosses masses de fer, on constate que ces positions d'équilibre sont sensiblement parallèles entre elles. Les lignes de champ sont donc des droites parallèles; nous pouvons conclure que **le champ magnétique terrestre est localement uniforme.**

b) L'axe magnétique de l'aiguille est contenu dans un **plan vertical,** que l'on nomme **méridien magnétique** du lieu de l'expérience. Ce plan est voisin, mais distinct, du plan vertical de direction nord-sud, que l'on nomme méridien géographique.

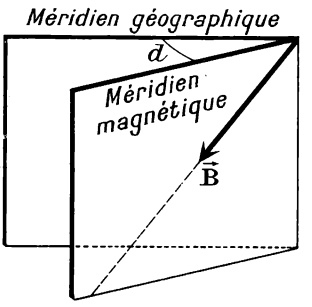


FIG. 2.

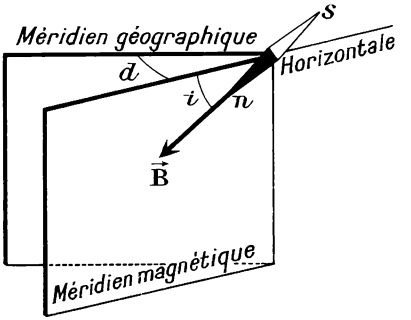
2. Déclinaison magnétique.

On nomme déclinaison magnétique le rectiligne du dièdre formé par le méridien géographique et le méridien magnétique en un même lieu (fig. 2). La déclinaison *d* est **occidentale** si le pôle nord de l'aiguille aimantée se place à l'ouest du méridien géographique; elle est **orientale** si le pôle nord se place à l'est du méridien géographique.

Actuellement, à Paris, la déclinaison est occidentale et sa valeur est voisine de 6°.

3. Inclinaison magnétique.

On nomme inclinaison magnétique l'angle inférieur ou au plus égal à un droit formé par la direction de l'induction magnétique terrestre et l'horizontale contenue dans le méridien magnétique.



Inclinaison positive.

FIG. 3.

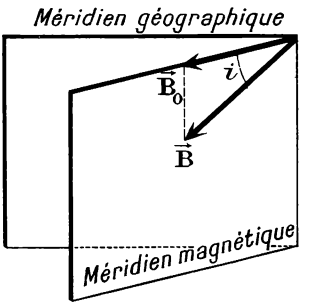


FIG. 4.

L'inclinaison magnétique est **positive**, si le pôle nord de l'aiguille aimantée se place au-dessous de l'horizontale (fig. 3), **négative**, si le pôle nord se place au-dessus.

Actuellement, à Paris, l'inclinaison magnétique est $i = +\ 64^\circ$.

4. Composante horizontale de l'induction magnétique terrestre.

La composante horizontale de l'induction magnétique terrestre est la projection $\vec{B}_0$ du vecteur induction magnétique $\vec{B}$ sur le plan horizontal du lieu de l'expérience (fig. 4). Le module B_0 de la composante horizontale est lié au module B de l'induction terrestre et à l'inclinaison i par la formule

$$\boxed{B_0 = B \cos i}\ .$$

La valeur de la composante horizontale est d'environ 2×10^{-5} T.

Exercice 26. — Calculer l'intensité de l'induction terrestre en un lieu où l'inclinaison est $i = +\ 64^\circ$, si la grandeur de la composante horizontale est $B_0 = 2 \times 10^{-5}$ T. Donner les valeurs de B et B_0 en gauss (G), sachant que 1 T = 10^4 G.

Connaissant la composante horizontale B_0 et l'inclinaison i, nous pouvons calculer le module B de l'induction magnétique terrestre :

$$B = \frac{B_0}{\cos i} = \frac{2 \times 10^{-5}}{\cos 64^\circ} = \frac{2 \times 10^{-5}}{0{,}438} = 4{,}6 \times 10^{-5}\ \text{T}.$$

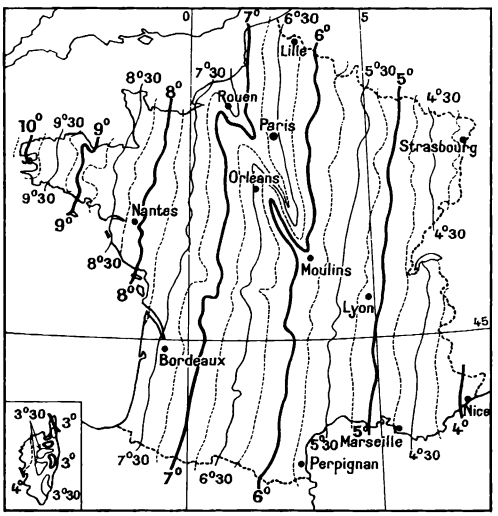
Exprimées en gauss, les valeurs de B et B_0 deviennent

$B = 4{,}6 \times 10^{-5} \times 10^4 = 0{,}46$ G ; $\quad B_0 = 2 \times 10^{-5} \times 10^4 = 0{,}2$ G.

5. Variations de l'induction magnétique terrestre.

L'induction magnétique terrestre varie, au même instant d'un lieu à un autre et, au cours du temps, en un même lieu.

a) **Variation avec le lieu.** — Au même instant, la déclinaison varie d'un point à l'autre à la surface de la Terre. La figure représente la carte magnétique de la France en janvier 1958. Les lignes tracées sur cette carte sont les lignes d'égale déclinaison.



FG. 5.

L'inclinaison, égale à — 90° au pôle magnétique sud, est sensiblement nulle au voisinage de l'Équateur et prend la valeur + 90° au pôle magnétique nord.

b) **Variation en un lieu donné au cours du temps.** — En un lieu donné, la déclinaison varie lentement avec le temps. A Paris, elle décroît actuellement d'environ 10′ d'arc par an. Les variations de l'inclinaison peuvent être de l'ordre de plusieurs degrés par siècle : en 1556, elle valait + 75° à Paris, où elle est actuellement de l'ordre de 64°.

En plus de ces **variations séculaires**, les éléments de l'induction magnétique terrestre subissent des **variations diurnes** et des **variations accidentelles** dues aux orages magnétiques accompagnant les aurores boréales.

6. Boussole.

La **boussole** est une aiguille aimantée montée sur un pivot et libre de tourner dans un plan horizontal. **Son axe magnétique, $\overrightarrow{SN}$, indique la direction du méridien magnétique,** dont on peut déduire la direction du méridien géographique si l'on connaît la déclinaison au lieu où l'on se trouve.

RÉSUMÉ

Une aiguille aimantée suspendue par son centre de gravité et libre de se mouvoir dans toutes les directions autour de ce point indique la direction et le sens du champ magnétique terrestre, pourvu qu'il n'existe pas de masses de fer ni d'aimants dans son voisinage.

Le champ magnétique terrestre est localement uniforme. En un lieu donné, l'induction magnétique terrestre est contenue dans un plan vertical nommé méridien magnétique.

Ce plan est voisin, mais distinct, du plan vertical de direction nord-sud, que l'on nomme méridien géographique.

On nomme déclinaison magnétique le rectiligne du dièdre formé par le méridien magnétique et le méridien géographique en un même lieu. La déclinaison est occidentale si le pôle nord de l'aiguille aimantée se place à l'ouest du méridien géographique; elle est orientale si le pôle nord se place à l'est du méridien géographique.

On nomme inclinaison magnétique l'angle inférieur ou au plus égal à un droit formé par la direction de l'induction magnétique terrestre et l'horizontale contenue dans le méridien magnétique.

La composante horizontale de l'induction magnétique terrestre est la projection $\vec{B}_0$ du vecteur induction magnétique $\vec{B}$ sur le plan horizontal du lieu de l'expérience : $B_0 = B \cos i$. Sa valeur est voisine de 2×10^{-5}T.

L'induction magnétique terrestre varie avec le lieu et, en un lieu donné, au cours du temps. On distingue des variations séculaires, des variations diurnes et des variations accidentelles dues aux orages magnétiques accompagnant les aurores boréales.

Exercices.

1. — En un lieu où l'inclinaison est 64°, calculer la composante verticale de l'induction magnétique terrestre, sachant que la composante horizontale est $B_h = 2 \times 10^{-5}$ T.

Rép. : $B_v = 4{,}1 \times 10^{-5}$ T.

2. — Dans le montage ci-contre, un cadre rectangulaire indéformable ABCD dont seuls ses côtés AB, AD et DC sont conducteurs, est accroché par le milieu de BC à un plateau d'une balance très sensible.

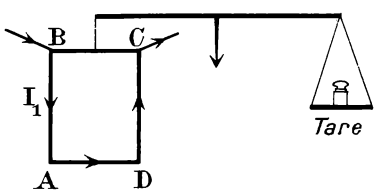


FIG. 6.

Les deux bras du fléau sont égaux et le système est initialement équilibré par une tare.

1° La résistance du cadre est 0,5 ohm (0,5 Ω). Quelle résistance faut-il lui associer en série, pour que l'ensemble, branché entre les bornes d'un générateur de force électromotrice 24 volts, de résistance intérieure 0,5 ohm, soit traversé par un courant d'intensité $I_1 = 10$ A?

2° Le côté AD du cadre est horizontal et perpendiculaire au plan du méridien magnétique terrestre. Il faut ajouter un poids de 2×10^{-5} newton du côté de la tare pour rétablir l'équilibre.

A) Le cadre ne pouvant se déplacer que dans le plan vertical, montrer que seule la compo-

sante horizontale, $\vec{B_0}$, de l'induction magnétique terrestre crée une force électromagnétique ayant une influence sur l'équilibre de la balance.

I_1 ayant le sens donné par le schéma, indiquer le sens de $\vec{B_0}$.

B) Calculer l'intensité de $\vec{B_0}$, le cadre étant traversé par le courant d'intensité 10 ampères; longueur de AD : 10 cm.

3° La balance étant sensible à un poids de 10^{-7} newton, quelle est la variation minimale de $\vec{B_0}$ qu'on puisse déceler avec ce montage, le cadre pouvant être traversé par un courant maximal de 20 ampères?

Rép. : 1° 1,4 ohm. 2° A) Les forces agissant sur AB et CD sont opposées. La composante verticale donne sur AD une force parallèle à l'axe de la balance. $\vec{B_0}$, dirigée vers le lecteur, donne une force verticale descendante. B) $B_0 = 2 \times 10^{-5}$ T. 3° $\Delta B_0 = 5 \times 10^{-8}$ T.

CHAPITRE XVIII

CHAMPS MAGNÉTIQUES PRODUITS PAR LES COURANTS

Une aiguille aimantée initialement parallèle à un fil conducteur tend à se placer perpendiculairement à ce fil lorsqu'il est parcouru par un courant. Cette expérience, réalisée par ŒRSTED en 1820, montre que **le passage d'un courant provoque l'établissement d'un champ magnétique dans la région de l'espace qui entoure le conducteur.**

1. Direction et sens du champ au voisinage d'un conducteur rectiligne long.

Plusieurs aiguilles aimantées suspendues par leurs centres de gravité à l'aide de fils sans torsion sont disposées autour d'un fil vertical XY de longueur au moins égale à 1 mètre.

Les centres de gravité G_1, G_2, G_3, ... des aiguilles sont placés sur un cercle situé dans un plan horizontal, le centre C du cercle coïncidant avec le milieu du fil XY.

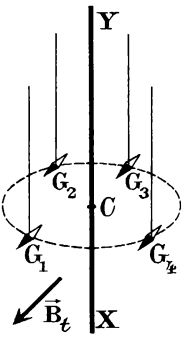


FIG. 1.

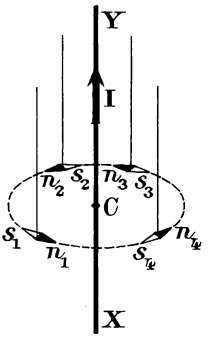


FIG. 2.

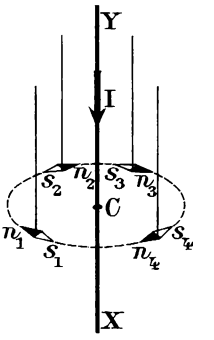


FIG. 3.

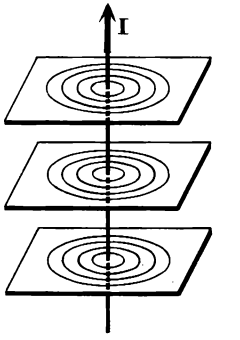


FIG. 4.

La distance des centres des aiguilles au fil XY, égale au rayon du cercle (C), est de l'ordre de quelques centimètres.

a) **Il ne passe aucun courant dans XY.** — Les aiguilles sont parallèles, leurs axes magnétiques indiquant la direction et le sens de l'induction terrestre $\vec{B}_t$ (fig. 1).

b) **Le fil XY est traversé par un courant ascendant de forte intensité** (supérieure à 10 A). — Les aiguilles tournent et se disposent tangentiellement au cercle (C) (fig. 2).

c) **On inverse le sens du courant.** — Les aiguilles se retournent; leurs axes magnétiques $\vec{sn}$ s'établissent en sens contraires, mais restent tangents au cercle (C) (fig. 3).

d) Si l'on répète l'expérience avec un **courant de faible intensité, ou si l'on accroît le rayon du cercle** (C), on constate que les aiguilles tendent à se placer tangentiellement au cercle (C), sans y parvenir : elles subissent encore l'action du champ magnétique terrestre, qui se compose avec celui du courant.

Par contre, **à faible distance d'un courant intense,** la disposition régulière des aiguilles le long du cercle (C) nous conduit à conclure que **l'action perturbatrice du champ terrestre est devenue négligeable** et que les aiguilles indiquent en chaque point, G, la direction et le sens du champ magnétique produit en ce point par le courant rectiligne XY.

e) **Spectre magnétique; lignes de champ.** — Les résultats précédents permettent de supposer l'existence de **lignes de champ circulaires, centrées sur le conducteur XY et situées dans des plans perpendiculaires à ce conducteur.**

Les spectres obtenus en saupoudrant de limaille de fer plusieurs feuilles de carton perpendiculaires au fil confirment cette hypothèse (fig. 4).

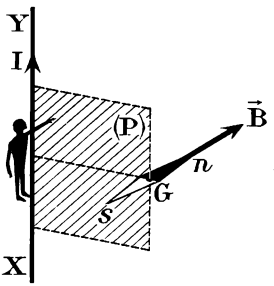


FIG. 5.

f) **Conclusion.** — Les expériences précédentes montrent que **le vecteur induction magnétique $\vec{B}$ en un point G du champ est perpendiculaire au plan (P) défini par ce point G et le conducteur rectiligne XY lui-même** (fig. 5).

Le sens de $\vec{B}$ est donné par la **règle de l'observateur d'Ampère** : l'observateur est couché sur le fil de manière que le courant pénètre par ses pieds et sorte par sa tête. Il regarde le point G. Son bras gauche, tendu dans le prolongement de ses épaules, indique le sens du vecteur $\vec{B}$.

2. Intensité de l'induction magnétique au voisinage d'un conducteur rectiligne très long.

Plaçons un magnétomètre (aiguille aimantée montée sur un pivot et mobile dans un plan horizontal au-dessus d'un cercle divisé en degrés), en un point situé à quelques centimètres du fil vertical XY, dans le méridien magnétique contenant ce fil (fig. 6).

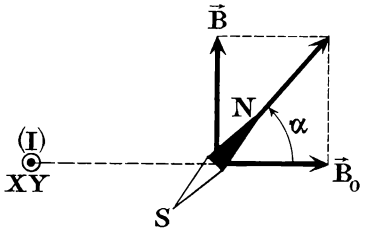


FIG. 6.

Le courant étant coupé, le moment magnétique du magnétomètre, vecteur de même direction et de même sens que son axe magnétique $\vec{SN}$, est contenu dans le plan du méridien magnétique.

Établissons un faible courant dans le circuit : nous observons que l'aiguille tourne d'un angle α et se fixe dans une position d'équilibre telle que son moment magnétique soit de même direction et de même sens que la résultante de la composante $\vec{B}_0$ de l'induction magnétique terrestre et de l'induction magnétique $\vec{B}$ du champ produit par le courant. Connaissant $B_0 = 2 \times 10^{-5}$ T et la valeur de l'angle α, nous pouvons calculer le module de l'induction B (chapitre XIV, § 11).

$$B = B_0 \operatorname{tg} \alpha = 2 \times 10^{-5} \operatorname{tg} \alpha \text{ (tesla)}.$$

Donnons à l'intensité du courant des valeurs croissantes I_1, I_2, I_3, ..., notons les angles α_1, α_2, α_3 ... correspondants et calculons les modules B_1, B_2, B_3 ... des inductions produites par ces courants. Nous constatons que le rapport $\frac{B}{I}$ garde sensiblement une valeur constante. Nous pouvons conclure que **l'induction magnétique produite en un point donné par un courant rectiligne est de module proportionnel à l'intensité du courant.**

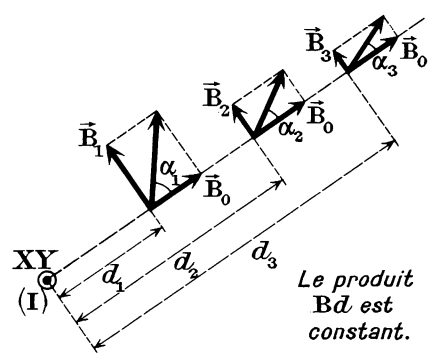


FIG. 7.

Conservons maintenant une intensité constante et plaçons le magnétomètre, toujours situé dans le méridien magnétique du fil XY, à des distances croissantes d_1, d_2, d_3 ... de ce fil. On désigne par d la distance entre le fil XY et le pivot du magnétomètre. Notons encore les angles de déviation α_1, α_2, α_3, ... et calculons les modules B_1, B_2, B_3, ... des inductions produites par le même courant à ces diverses distances (fig. 7).

Nous constatons que le produit $B.d$ garde sensiblement une valeur constante.

Le module de l'induction magnétique produite en un certain point par

un courant d'intensité donnée est donc inversement proportionnel à la distance d séparant ce point du fil conducteur.

Nous pouvons conclure que le module de l'induction magnétique produite en un certain point par un courant rectiligne de très grande longueur est proportionnel à l'intensité du courant et inversement proportionnel à la distance séparant ce point du fil conducteur :

$$B = K\frac{I}{d}.$$

REMARQUES. — 1° La constante K dépend du milieu qui entoure le fil. Elle prend sensiblement la même valeur dans le vide et dans l'air.

2° La formule $B = K\frac{I}{d}$ cesse d'être valable si le conducteur rectiligne est trop court. Cette formule, rigoureuse pour un fil de longueur infinie, est encore vérifiée pour une distance d de l'ordre du décimètre et un fil rectiligne de longueur au moins égale à 1 mètre.

3. Valeur de la constante K dans le vide et dans l'air.

Considérons deux fils rectilignes, infinis, parallèles, de section circulaire négligeable, séparés par la distance d (fig. 8).

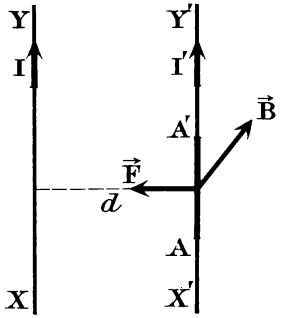


FIG. 8.

Le fil XY, parcouru par le courant d'intensité I, produit autour de lui un champ magnétique qui, au voisinage du conducteur X'Y', est perpendiculaire au plan des deux conducteurs, de sens donné par la règle de l'observateur d'Ampère et de module $B = K\frac{I}{d}$.

Un segment AA' de longueur L du fil X'Y' parcouru par un courant d'intensité I', de même sens que le courant I, est le siège d'une force de Laplace $\vec{F}$ appliquée en son milieu, perpendiculaire au vecteur induction $\vec{B}$ et au conducteur X'Y', de sens donné par la règle des trois doigts de la main gauche, et de module $F = B\,I'\,L$, puisque, dans ce cas, la direction du courant I' et celle de l'induction B sont perpendiculaires.

On constate que la force tend à rapprocher le fil X'Y' du fil XY.

Compte tenu de l'expression de B, le module de la force $\vec{F}$ devient

$$F = K\frac{I\,I'\,L}{d}.$$

Il résulte de la définition de l'ampère (ch. III, § 11) que, si les distances L et d sont égales à 1 mètre et si les intensités I et I' sont égales à 1 ampère, la force agissant sur la partie AA' du conducteur X'Y' doit être égale à 2×10^{-7} newton.

Nous en déduisons la valeur de la constante K dans le vide (et dans l'air) :

$$K = \frac{d\,F}{I\,I'\,L} = \frac{1 \times 2 \times 10^{-7}}{1 \times 1 \times 1} = 2 \times 10^{-7} \quad \text{(SI)}.$$

Le module de l'induction magnétique produite dans le vide (et dans l'air) à la distance *d* du fil conducteur, par un conducteur rectiligne infini de section négligeable est donc

$$\boxed{B = 2 \times 10^{-7} \frac{I}{d}},$$

avec B en **teslas**, I en **ampères** et *d* en **mètres**.

4. Champ magnétique produit par une bobine cylindrique.

Enroulons régulièrement du gros fil de cuivre sur un cylindre rigide, puis dégageons le cylindre; nous obtenons une bobine cylindrique, ou solénoïde. Plaçons cette bobine dans un circuit comprenant un générateur, un interrupteur, un ampèremètre et un rhéostat et disposons dans son voisinage un magnétomètre suspendu à un fil de cocon par son centre de gravité (fig. 9). Établissons le courant et faisons croître progressivement son intensité. Nous constatons que l'axe magnétique de l'aiguille aimantée, primitivement dirigé dans la direction de l'induction magnétique terrestre, tend à se placer dans une direction située dans le plan (P) défini par l'axe de la bobine et le centre de gravité de l'aiguille. Le vecteur induction magnétique du champ produit par la bobine est donc contenu dans ce plan (P).

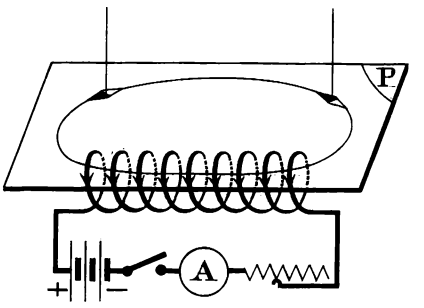


FIG. 9.

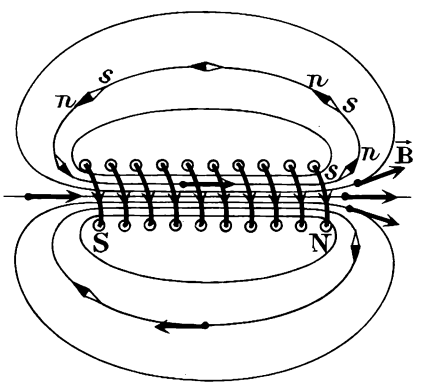


FIG. 10.

Matérialisons l'un des plans passant par l'axe de la bobine à l'aide d'une feuille de carton ou de plexiglass percée de trous pour le passage du fil de cuivre, (fig. 10). Saupoudrons cette feuille de limaille de fer et frappons-la avec le doigt : nous obtenons le spectre magnétique du champ de la bobine et les grains de limaille se disposent de

manière à dessiner les lignes de champ. Nous constatons que ces lignes sont des courbes fermées, **rectilignes et parallèles à l'axe à l'intérieur de la bobine (champ uniforme), et ressemblant aux lignes de champ d'un aimant droit à l'extérieur.** Quelques magnétomètres montés sur des pivots et disposés de place en place permettent de préciser le sens du vecteur induction $\vec{B}$: nous constatons que l'induction magnétique est dirigée vers la face nord de la bobine à l'intérieur et vers la face sud à l'extérieur.

La ligne de champ située sur l'axe de la bobine à l'intérieur reste rectiligne et se prolonge de part et d'autre, à l'extérieur, dans la même direction. Le sens de l'induction magnétique le long de cette ligne de champ axiale est donné par la **règle du tire-bouchon** : l'induction est dans le sens de progression d'un tire-bouchon tournant dans le sens du courant. On peut encore dire qu'un observateur regardant la face nord de la bobine et voyant le courant tourner dans le sens trigonométrique direct voit venir vers lui le vecteur induction magnétique.

5. Variation de l'induction magnétique le long de l'axe de la bobine.

Plaçons la bobine de manière que son axe soit perpendiculaire au méridien magnétique et disposons un magnétomètre monté sur un pivot de manière que le pivot soit sur l'axe. Lorsque le courant est coupé

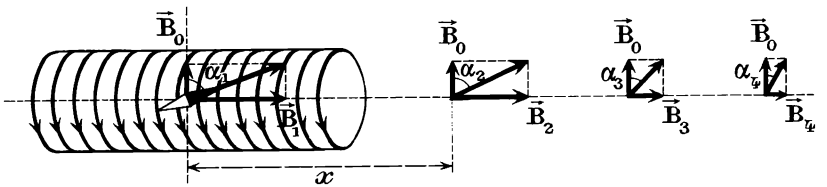


FIG. 11.

le moment magnétique de l'aiguille s'oriente perpendiculairement à l'axe de la bobine sous l'effet du champ terrestre. Lorsque le courant passe, l'aiguille tourne d'un angle α et se place dans la direction de la résultante de la composante horizontale du champ terrestre et du champ produit par la bobine (fig. 11). Comme au paragraphe 2, nous pouvons calculer l'induction B produite par le courant en fonction de l'angle α et de $B_0 = 2 \times 10^{-5}$ T :

$$B = B_0 \operatorname{tg} \alpha = 2 \times 10^{-5} \operatorname{tg} \alpha.$$

a) Le magnétomètre étant placé **en un point donné** de l'axe, l'expérience montre que **l'induction B est proportionnelle à l'intensité du courant qui circule dans la bobine** : $B = K I$.

b) Pour un courant d'intensité donnée, l'induction dépend de la position du magnétomètre sur l'axe : **elle garde sensiblement la**

même valeur en tout point de l'axe intérieur à la bobine, mais elle décroît très vite à l'extérieur, dès que l'on s'écarte de quelques centimètres des faces nord ou sud.

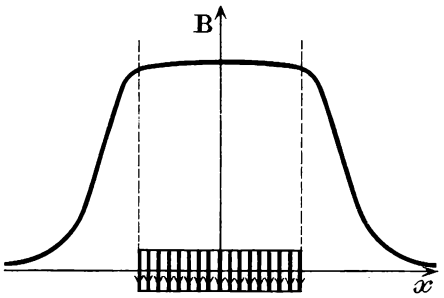


FIG. 12. — L'induction B est sensiblement constante à l'intérieur, sur l'axe de la bobine.

Portons en abscisses la position du pivot du magnétomètre, en prenant comme origine le point de l'axe situé au centre de la bobine, et portons en ordonnées la valeur de l'induction B. Nous obtenons la courbe de la figure 12.

c) Recommençons la même expérience en utilisant des bobines de même longueur et de même diamètre, parcourues par des courants de même intensité I, mais dont les spires, plus serrées, soient 2 ou 3 fois plus nombreuses.

Mesurons dans tous les cas l'induction produite au centre de la bobine. Nous constatons que la valeur de cette induction est sensiblement proportionnelle au nombre de spires. Comme nous avons utilisé des bobines de même longueur, nous pouvons dire que **l'induction magnétique au centre de la bobine est proportionnelle au nombre N_1 de spires par unité de longueur.**

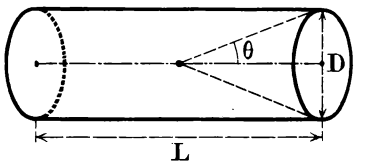


FIG. 13.

Le calcul de l'induction au centre de la bobine, que nous ne pouvons reproduire au niveau de ce cours, conduit à la formule

$$B = \mu_0 N_1 I \cos\theta.$$

L'angle θ est le demi-angle au sommet du cône sous lequel on voit l'une des faces en se plaçant au centre de la bobine (fig. 13). Si l'on désigne par L la longueur de la bobine et par D son diamètre, on a la relation

$$\cos\theta = \frac{L}{\sqrt{L^2 + D^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{D}{L}\right)^2}}.$$

Supposons que la longueur de la bobine soit grande par rapport à son diamètre, par exemple supérieure ou au moins égale à 10 D. Le rapport $\left(\frac{D}{L}\right)^2$ est inférieur à $\frac{1}{100}$ et peut être négligé. Dans ces conditions, $\cos\theta \approx 1$. Alors la formule se simplifie :

L'induction magnétique au centre d'une bobine cylindrique longue, dont la longueur vaut au moins dix fois le diamètre, est sensiblement donnée par la formule

$$B = \mu_0 N_1 I = \mu_0 \frac{N}{L} I.$$

Dans cette formule, N est le nombre de spires régulièrement enroulées sur la longueur L de la bobine. Le rapport $N_1 = \frac{N}{L}$ est le nombre de spires par unité de longueur.

Dans le système international, où l'on exprime la longueur L en mètres et l'induction B en teslas, la valeur de la constante μ_0, nommée **perméabilité magnétique du vide** (ou de l'air), est

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}.$$

6. Champ magnétique produit par une bobine plate.

Une bobine plate est une bobine cylindrique de faible longueur. En tout point, l'induction $\vec{B}$ est encore située dans le plan passant par ce point et contenant l'axe de la bobine. Le spectre magnétique, effectué en saupoudrant de la limaille sur un plan contenant l'axe de la bobine, montre que les lignes de champ sont des courbes fermées entourant les conducteurs (fig. 14).

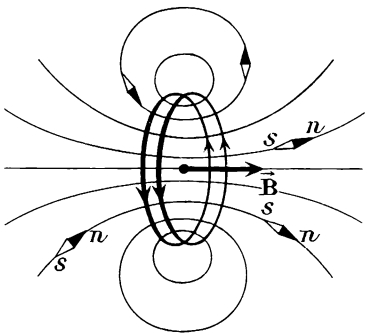


FIG. 14.

Nous n'observons plus de région de champ uniforme, comme dans le cas de la bobine longue; cependant, si l'on considère une **région proche du centre de la bobine**, on constate que les lignes de champ divergent peu et l'on admet souvent que le champ au voisinage du centre est **approximativement uniforme.**

Quelques magnétomètres montés sur pivots et disposés de place en place permettent de préciser le sens de l'induction magnétique : vers le centre de la bobine, le sens du vecteur $\vec{B}$ est encore donnée par la règle du tire-bouchon.

Une bobine plate peut être considérée comme la limite d'une bobine cylindrique dont la longueur tend vers zéro. Cette remarque permet de calculer l'induction B au centre de la bobine, à partir de la formule

$$B = \mu_0 N_1 I \cos\theta = \mu_0 \frac{N}{L} I \cos\theta,$$

où l'on remplace $\cos\theta$ par son expression en fonction de L et D : il vient

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} I \frac{L}{\sqrt{L^2 + D^2}} = \frac{\mu_0 N I}{\sqrt{L^2 + D^2}}.$$

Si l'on suppose que la longueur L de la bobine est négligeable devant son diamètre D, on obtient l'expression très simple

$$B = \frac{\mu_0 N I}{D}.$$

L'induction magnétique au centre est donc proportionnelle à l'intensité I du courant, au nombre N de spires et inversement proportionnelle au diamètre D de la bobine.

Exercice 27. — Un solénoïde (bobine cylindrique) très long qui comporte 1 000 spires par mètre est parcouru par un courant d'intensité I = 10 A. Calculer l'induction magnétique B au centre de la bobine.

Quelle modification subit cette induction magnétique si le conducteur de sortie du courant longe la bobine selon l'une des génératrices du cylindre comme l'indique la figure 15? Le rayon d'une spire est R = 1 cm.

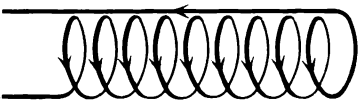


FIG. 15.

Calculons d'abord le module de l'induction magnétique produite par la bobine longue en son centre :
$B = \mu_0 N_1 I = 12{,}56 \times 10^{-7} \times 10^3 \times 10$, soit

$$B = 1{,}256 \times 10^{-2}\ T.$$

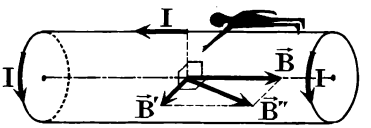


FIG. 16.

Cette induction, dirigée selon l'axe de la bobine, se compose avec l'induction produite par le fil rectiligne de retour du courant (fig. 16). La bobine étant très longue, ce fil de retour est également très long et nous pouvons appliquer la formule donnant l'induction au voisinage d'un fil rectiligne indéfini : cette induction est perpendiculaire à l'axe de la bobine et sa valeur à la distance R du fil est, avec

$$R = 0{,}01\ m,$$

$$B' = 2.10^{-7}\frac{I}{R} = 2 \times 10^{-7} \times \frac{10}{0{,}01} = 2 \times 10^{-3}\ T.$$

L'induction résultante $\vec{B}''$ est la somme géométrique de $\vec{B}$ et $\vec{B}'$. Elle est située dans un plan passant par l'axe de la bobine et perpendiculaire au plan contenant l'axe et le fil de retour. Son module est donné par le théorème de Pythagore :

$$B'' = \sqrt{B^2 + B'^2} = 10^{-3}.\sqrt{12{,}56^2 + 4} = 1{,}272 \times 10^{-2}\ T.$$

La présence du fil de retour ne produit donc qu'une faible modification du module de l'induction produite par la bobine. Mais l'induction résultante n'est plus dirigée selon l'axe : elle forme avec cet axe un angle α tel que

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{B'}{B} = \frac{2}{12{,}56} = 0{,}159.$$

L'induction résultante, B'', forme avec l'axe de la bobine un angle α sensiblement égal à 9°.

RÉSUMÉ

Un fil rectiligne de très grande longueur produit autour de lui un champ magnétique dont les lignes de champ sont des cercles situés dans des plans perpendiculaires au fil et centrés sur ce fil. Le vecteur induction magnétique en un point A du champ est perpendiculaire au plan défini par ce point et le fil rectiligne lui-même. Son sens est donné par la règle de l'observateur d'Ampère.

Le module de l'induction magnétique est proportionnel à l'intensité du courant et inversement proportionnel à la distance séparant le point A du fil conducteur.

Il résulte de la définition de l'ampère que l'induction magnétique produite dans le vide (et approximativement dans l'air) à la distance d d'un conducteur rectiligne indéfini parcouru par un courant d'intensité I est donnée par la formule

$$B = 2 \times 10^{-7} \frac{I}{d} \text{ (SI)}.$$

Le champ magnétique produit par une bobine cylindrique est sensiblement uniforme à l'intérieur de la bobine, où les lignes de champ sont des droites parallèles à l'axe.

A l'extérieur de la bobine, les lignes de champ ressemblent à celles d'un aimant droit.

Les lignes de champ sont des courbes fermées qui s'épanouissent au sortir de la face nord et se reforment en faisceau parallèle à l'entrée de la face sud.

Le module de l'induction magnétique au centre d'une bobine cylindrique très longue est proportionnel à l'intensité du courant et au nombre de spires bobinées par unité de longueur : $B = \mu_0 N_1 I$. Dans le système international, la valeur de la constante μ_0, dite perméabilité du vide, est $4\pi \times 10^{-7}$.

Exercices.

1. — Un solénoïde de 40 cm de longueur comportant 200 spires est parcouru par un courant d'intensité $i = 55{,}5$ mA.

Une aiguille aimantée mobile autour d'un axe vertical étant placée à l'intérieur du solénoïde, on oriente celui-ci de façon que, en l'absence du courant, la direction de l'aiguille soit perpendiculaire à l'axe du solénoïde. Évaluer par sa tangente l'angle α dont l'aiguille est déviée quand le courant passe. Quelle devrait être l'intensité du courant dans le solénoïde pour que $\text{tg } \alpha = 1$?

La composante horizontale du champ terrestre est 2.10^{-5} T.

Rép. : $\text{tg } \alpha = 1{,}74$; 31,9 mA.

2. — On dispose de deux bobines plates, B_1, B_2, identiques, de 100 spires circulaires de même fil, enroulées sur un rayon moyen de 1 cm.

B_1 et B_2 sont verticales et centrées en un même point O.

Leurs axes sont perpendiculaires et les bobines peuvent être alimentées, à l'aide d'un montage approprié, par un courant $I = 0{,}4$ A.

Un petit aimant centré en O, monté sur un pivot vertical, est mobile dans un plan horizontal.

a) B_1 seule est alimentée.

Quelle est l'induction magnétique en O?

Quelle est la position d'équilibre de l'aimant?

b) B_1 et B_2 sont alimentées.

Quelle est la position d'équilibre de l'aimant?

On fera un schéma soigné et l'on négligera l'induction magnétique terrestre.

Rép. : *a*) $2{,}512 . 10^{-3}$ T, selon l'axe de B_1. *b*) 45°.

3. — Un long fil AB est tendu horizontalement, parallèlement au méridien magnétique. A 2 centimètres sous ce fil, on place une aiguille aimantée mobile autour d'un axe vertical. Quand on établit le courant, elle tourne d'un angle de 60°. Quelle est l'intensité du courant qui parcourt le fil? La composante horizontale du champ magnétique terrestre est 2×10^{-5} T.

Rép. : 3,46 A.

4. — Une bobine cylindrique de résistance 136 ohms comporte 12 spires par centimètre. Cette bobine est disposée de façon que son axe supposé horizontal soit perpendiculaire au plan du méridien magnétique; en son centre est placée une petite aiguille aimantée horizontale, suspendue à un fil sans torsion. Les extrémités de la bobine sont réunies par des fils conducteurs de résistance négligeable aux bornes d'un générateur de force électromotrice (f. é. m.) E = 3 volts et de résistance intérieure $r = 1\ \Omega$. L'aiguille aimantée dévie alors de 60° à partir de sa position d'équilibre initiale.

a) Faire un schéma montrant la position de l'aiguille par rapport aux directions du plan méridien magnétique et de l'axe de la bobine, en indiquant le sens du courant qui parcourt la bobine.

b) En déduire l'intensité de la composante horizontale B_0 de l'induction magnétique terrestre.

c) L'aiguille porte en son milieu un petit miroir vertical qui donne d'une source lumineuse ponctuelle une image réelle ponctuelle sur une règle située à 1 m du miroir. Avant le passage du courant, le rayon lumineux incident est perpendiculaire au plan du miroir. Dire quelle intensité il faudrait faire passer dans la bobine pour que l'image ponctuelle se déplace de 1 cm sur la règle.

Rép. : *b*) $1{,}9 . 10^{-5}$ T. *c*) 63,2 microampères.

5. — Deux fils conducteurs verticaux indéfinis F_1, F_2 distants l'un de l'autre de *d* centimètres sont parcourus par un courant d'intensité *i* ampères. Un plan P horizontal les coupe en O_1 et O_2. Tout point A de O_1O_2 est repéré par sa distance $O_1A = r$.

1° Exprimer en fonction de *r* et de *i* les intensités B_1, B_2 et B de l'induction magnétique créée en A respectivement par le conducteur F_1, le conducteur F_2 et l'ensemble des deux conducteurs F_1 et F_2.

On envisagera les deux cas suivants :

a) *i* a le même sens dans F_1 et F_2 (de bas en haut);

b) *i* a dans F_1 un sens opposé à celui qu'il a dans F_2.

Faire les schémas correspondants. On prendra $d = 10$ cm.

2° Une très petite aiguille aimantée suspendue à un fil sans torsion est placée en O, milieu de O_1O_2 La composante horizontale de l'induction magnétique terrestre vaut 2.10^{-5} T. Le plan F_1F_2 est celui du méridien magnétique. Les courants dans les conducteurs F_1 et F_2 ont même intensité *i* mais sont de sens contraire. Les deux fils sont distants de 1 m. On constate que l'aiguille aimantée fait un angle $\alpha = 2°13'20''$ avec O_1O_2. En déduire l'intensité *i* du courant et souligner l'intérêt de ce dispositif.

Avec quelle précision *i* est-il connu si l'angle α est mesuré par la méthode de Poggendorf : le spot est repéré à 0,1 mm près sur une échelle graduée placée à 2 mètres du fil supportant la petite aiguille aimantée et le miroir?

Rép. : 1° $B_1 = \dfrac{2i}{10^7 r}$, $B_2 = \dfrac{2i}{10^7 (d - r)}$, *a*) $B = \dfrac{2i}{10^7} \dfrac{d - 2r}{r(d - r)}$, *b*) $B = \dfrac{2i}{10^7} \dfrac{d}{r(d - r)}$.

2° 0,968 A, précision $\dfrac{6}{10\,000}$; intérêt : mesurer l'intensité du courant dans la ligne sans avoir à la couper pour y placer un ampèremètre.

CHAPITRE XIX

TRAVAIL DES FORCES ÉLECTROMAGNÉTIQUES. NOTION DE FLUX MAGNÉTIQUE. THÉORÈME DE MAXWELL

Les conducteurs parcourus par un courant et plongés dans un champ magnétique sont soumis à des forces électromagnétiques qui produisent du travail lorsque le circuit se déplace.

1. Déplacement d'un conducteur rectiligne horizontal dans un champ magnétique uniforme d'induction magnétique verticale.

La boucle de courant rectangulaire PQRT est constituée par deux rails conducteurs TX et RY, réunis par le conducteur mobile PQ et par les conducteurs Rmm' et Tnn', isolés et rapprochés l'un de l'autre de manière à fermer la boucle. La boucle PQRT, d'aire, S, variable selon la position du conducteur mobile PQ, est contenue dans un plan horizontal et se trouve plongée dans un champ magnétique uniforme d'induction $\vec{B}$ verticale ascendante.

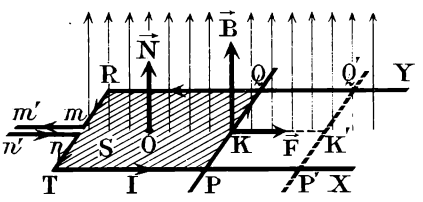


FIG. 1.

a) **Supposons d'abord que le courant circule dans le sens TPQR.** La demi-normale positive $\overrightarrow{ON}$ au plan de la boucle de courant, dont le sens est donné par la règle du tire-bouchon, est **de même sens que le vecteur $\vec{B}$** : (fig. 1). Le conducteur PQ est le siège d'une force de Laplace, $\vec{F}$, horizontale, parallèle aux rails, de sens donné par la règle des trois

doigts de la main gauche. Sous l'action de la force $\vec{F}$, dirigée vers la droite, le conducteur PQ glisse sur les rails et vient occuper la position P'Q'.

Le courant étant perpendiculaire au vecteur $\vec{B}$, le module de cette force, appliquée au milieu K de PQ, est, ici, $F = B.I.PQ$.

Au cours du déplacement, le point d'application K subit le déplacement $KK' = PP' = QQ'$, de même sens et de même direction que la force. Celle-ci fournit un **travail moteur**, donc **positif**, de grandeur

$$W = F.\overline{KK'} = B.I.\overline{PQ}.\overline{KK'} = B.I.\overline{PQ}.\overline{PP'}.$$

Le produit $PQ.PP'$ mesure l'aire balayée par le conducteur mobile pendant son déplacement, aire égale à la différence entre l'aire finale S' de la boucle et son aire initiale S :

$$\overline{PQ}.\overline{PP'} = S' - S.$$

Le travail de la force électromagnétique peut se mettre sous la forme

$$W = B\,I\,(S' - S) = I\,(B.S' - B.S).$$

Cette expression est toujours valable en grandeur et en signe.

1° Si le conducteur PQ s'écarte de TR, l'aire de la boucle augmente et l'expression $B.S' - B.S$ est positive : le travail de la force $\vec{F}$ est moteur et doit être représenté par un nombre W positif.

2° Si l'on rapproche le conducteur PQ de TR, l'aire de la boucle diminue et l'expression $B.S' - B.S$ est négative : la force $\vec{F}$ est résistante et son travail doit être représenté par un nombre W, négatif. Dans les deux cas, le signe du travail est le même que celui de l'expression $B.S' - B.S$.

CONCLUSION. — Si la demi-normale positive au plan de la boucle de courant est de même sens et de même direction que le vecteur $\vec{B}$, le travail de la force de Laplace agissant sur le conducteur mobile PQ est donné en grandeur et en signe par l'expression $W = I\,(B.S' - B.S)$.

b) **Supposons maintenant que le courant circule dans le sens RQPT.** — La demi-normale positive $\overrightarrow{ON}$ au plan de la boucle est verticale descendante, donc de **sens opposé au vecteur induction** $\vec{B}$ (fig. 2) :

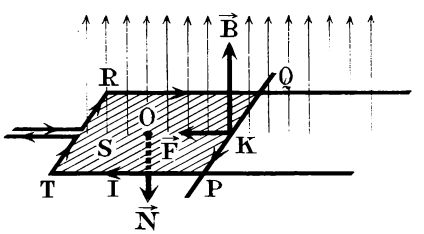


FIG. 2.

La force de Laplace tend à entraîner le conducteur PQ vers le côté RT. Le travail de la force de Laplace est moteur si l'aire de la boucle décroît et résistant si cette aire croît.

Ce travail est donné en grandeur et en signe par la formule

$$W = -I\,(B.S' - B.S).$$

Nous nous proposons maintenant de montrer que l'introduction d'une grandeur algébrique nouvelle, le **flux magnétique**, permet d'obtenir une expression unique du travail de la force électromagnétique, valable dans tous les cas en grandeur et en signe.

2. Notion de flux magnétique.

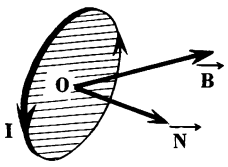


FIG. 3.

Le flux magnétique Φ embrassé par une boucle plane de courant, d'aire S, de demi-normale positive $\overrightarrow{ON}$ orientée en fonction du sens du courant par la règle du tire-bouchon, plongée dans un champ magnétique uniforme d'induction $\vec{B}$ (fig. 3), est égal au produit de l'aire de la boucle par le module de l'induction magnétique et par le cosinus de l'angle $(\vec{B}, \overrightarrow{ON})$:

$$\boxed{\Phi = B.S \cos(\vec{B}, \overrightarrow{ON})}.$$

Si le plan de la boucle de courant est perpendiculaire au vecteur $\vec{B}$, deux cas sont possibles :

a) **$\vec{B}$ et $\overrightarrow{ON}$ sont de même sens** (fig. 1), l'angle $(\vec{B}, \overrightarrow{ON})$ est nul et son cosinus est égal à $+1$; le flux embrassé par la boucle d'aire S est positif, de valeur $\Phi = B.S$.

b) **$\vec{B}$ et $\overrightarrow{ON}$ sont de sens contraires** (fig. 2), l'angle $(\vec{B}, \overrightarrow{ON})$ est un angle plat et son cosinus est égal à -1; le flux embrassé par la boucle d'aire S est négatif, de valeur $\Phi = -B.S$.

Le travail de la force électromagnétique agissant sur le conducteur mobile PQ est donné :

a) par la formule $W = I\,(B.S' - B.S)$ dans le cas de la figure 1 où le flux passe de la valeur $\Phi = B.S$ à la valeur $\Phi' = B.S'$;

b) par la formule $W = -I\,(B.S' - B.S) = I\,[(-B.S') - (-B.S)]$ dans le cas de la figure 2 où le flux passe de la valeur $\Phi = -B.S$ à la valeur $\Phi' = -B.S'$.

Nous voyons que, **dans les deux cas, le travail de la force de Laplace est donné en grandeur et en signe par la formule générale**

$$W = I\,(\Phi' - \Phi),$$

où Φ' et Φ expriment respectivement les valeurs finale et initiale du flux magnétique embrassé par la boucle de courant.

3. Unité de flux magnétique.

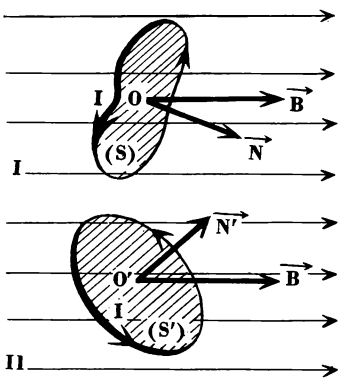
L'unité de flux magnétique du système international est le **weber** (Wb), dont nous pouvons donner la définition suivante : *Le weber est le flux embrassé par une boucle plane de courant dont l'aire est égale à* 1 *mètre carré, plongée dans un champ magnétique uniforme d'induction* B *égale à* 1 *tesla et perpendiculaire au plan de la boucle.*

La définition légale du weber, basée sur le phénomène d'induction électromagnétique, sera donnée au chapitre XXII.

Il résulte de cette définition que la formule $\Phi = B.S\cos(\vec{B}, \overrightarrow{ON})$ donne le flux en webers si l'on exprime l'induction B en teslas et l'aire S en mètres carrés.

4. Expression générale du travail des forces électromagnétiques. Théorème de Maxwell.

Nous limiterons l'énoncé de ce théorème au cas d'une boucle plane de courant capable de se déformer dans son plan ou de se déplacer en restant tout entière plongée dans un champ magnétique uniforme d'induction $\vec{B}$.



I : État initial : $\Phi = BS\cos(\vec{B}, \overrightarrow{ON})$
II : État final $\Phi' = BS'\cos(\vec{B}, \overrightarrow{O'N'})$
Travail : $W = I(\Phi' - \Phi)$

FIG. 4.

Au cours de la déformation ou du déplacement de la boucle, les forces de Laplace qui agissent tout le long de son contour produisent un travail total W.

On démontre (nous admettrons que le résultat obtenu au § 2 reste valable dans tous les cas) :

Pendant la déformation ou le déplacement d'une boucle plane de courant parcourue par l'intensité I et plongée tout entière dans un champ magnétique uniforme d'induction $\vec{B}$, le travail des forces électromagnétiques agissant tout le long du contour de la boucle est égal au produit de l'intensité du courant par la variation du flux magnétique embrassé par la boucle de courant.

La variation du flux magnétique est obtenue en retranchant le flux initial $\Phi = B.S\cos(\vec{B}, \overrightarrow{ON})$ du flux final $\Phi' = B.S'\cos(\vec{B}, \overrightarrow{O'N'})$. Le travail des forces électromagnétiques est (fig. 4)

$$\boxed{W = I(\Phi' - \Phi)}.$$

Exercice 28. — A titre d'exercice, vérifions le théorème de Maxwell dans le cas d'une boucle plane de courant, d'aire S, pouvant tourner autour de l'axe XY de son plan, et plongée dans un champ magnétique uniforme d'induction $\vec{B}$ perpendiculaire à l'axe de rotation (fig. 5). Nous étudierons le cas d'une rotation élémentaire (très petite), ε, conduisant de la position initiale $\varphi = (\vec{B}, \overrightarrow{ON})$ à la position finale $\varphi' = (\vec{B}, \overrightarrow{ON'})$.

Soit $\vec{M}$ le moment magnétique de la boucle, vecteur de mêmes sens et direction que $\overrightarrow{ON}$. Dans sa position initiale, la boucle de courant subit l'action d'un couple dont le moment par rapport à l'axe de rotation est

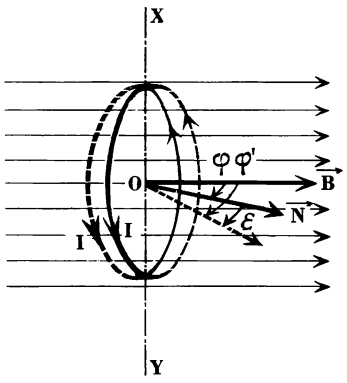


FIG. 5.

$$\mathcal{M} = -B.M \sin (\vec{B}, \overrightarrow{ON}) = -B.M \sin \varphi$$

(ch. XVI, § 3). Dans sa position finale, la boucle subit un couple de moment

$$\mathcal{M}' = -B.M \sin \varphi'.$$

Le couple subit donc une petite variation au cours de la rotation. Cependant, si la rotation

$$\varepsilon = \varphi' - \varphi$$

est très petite, le sinus de l'angle φ varie très peu et nous commettons une faible erreur relative en supposant que le moment reste constant et égal à sa valeur initiale. Dans ces conditions, le travail du couple pendant la rotation élémentaire est

$$w = \mathcal{M}\,\varepsilon = -B.M\,\varepsilon \sin\varphi = -B.I.S\,\varepsilon \sin\varphi.$$

La variation de flux à travers la boucle de courant est

$$\Phi' - \Phi = B.S \cos\varphi' - B.S \cos\varphi = B.S \cos(\varphi + \varepsilon) - B.S \cos\varphi.$$

Compte tenu de la relation trigonométrique

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b,$$

l'expression de cette variation de flux devient

$$\Phi' - \Phi = B.S\ (\cos\varphi \cos\varepsilon - \sin\varphi \sin\varepsilon - \cos\varphi).$$

Si nous tenons compte maintenant du fait que l'angle ε est très petit, nous pouvons appliquer les formules d'approximation :

$$\cos\varepsilon \approx 1; \qquad \sin\varepsilon \approx \varepsilon \text{ (rd)}.$$

L'expression de la variation de flux devient

$$\Phi' - \Phi = -B.S\,\varepsilon \sin\varphi;$$

l'application du théorème de Maxwell permet alors de calculer le travail du couple au cours de la rotation :

$$w = I(\Phi' - \Phi) = -B.S.I\,\varepsilon \sin\varphi.$$

Nous obtenons bien le même résultat que par le calcul direct.

Considérons maintenant une rotation quelconque de la boucle, conduisant de la position initiale φ_1 à la position finale φ_2. Nous pouvons décomposer cette rotation en un très grand nombre de petites rotations élémentaires ε.

Le travail total au cours de la rotation $\varphi_2 - \varphi_1$ est égal à la somme Σw des travaux élémentaires; chacun de ces travaux élémentaires est égal au produit de l'intensité du courant dans la boucle par la variation de flux correspondante. Le travail total est

$$W = \Sigma w = \Sigma I \Delta \Phi = I \Sigma \Delta \Phi.$$

La somme des variations élémentaires de flux étant égale à la variation totale de flux lors du passage de la position initiale φ_1 à la position finale φ_2, nous voyons que le travail du couple électromagnétique est bien donné par le théorème de Maxwell :

$$W = I (\Phi_2 - \Phi_1) = I.B.S (\cos \varphi_2 - \cos \varphi_1).$$

Application numérique : On donne $B = 0{,}1$ T, $S = 20$ cm$^2 = 2 \times 10^{-3}$ m^2, $I = 10$ A, $\varphi_1 = \frac{\pi}{4}$ (rd) et $\varphi_2 = 0$. Il vient

$$W = 10 \times 0{,}1 \times 2 \times 10^{-3} (1 - 0{,}707) = 5{,}86 \times 10^{-4} \text{ J}.$$

5. Flux embrassé par une bobine cylindrique.

La bobine, parcourue par le courant d'intensité I, est formée par la réunion de N boucles de courant coaxiales dont les demi-normales positives $\vec{n}$, portées par l'axe de la bobine, sont toutes de même sens.

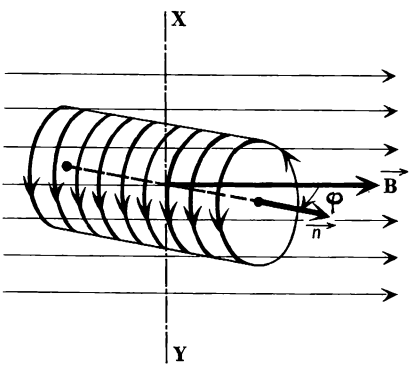


FIG. 6.

Considérons une bobine mobile autour d'un axe XY perpendiculaire à son axe géométrique et plongée dans un champ magnétique uniforme d'induction $\vec{B}$ normale à l'axe de rotation (fig. 6).

Le flux dans une spire de la bobine est

$$\Phi_1 = B.S \cos (\vec{B}, \vec{n}) = B.S \cos \varphi.$$

Lorsque la bobine tourne autour de son axe et occupe la position définie par l'angle

$$\varphi' = (\vec{B}, \vec{n'}),$$

la nouvelle valeur du flux dans une spire de la bobine devient

$$\Phi_1' = B.S \cos \varphi'.$$

Le travail des forces électromagnétiques agissant sur le contour de la boucle au cours de la rotation est

$$W_1 = I (B.S \cos \varphi' - B.S \cos \varphi).$$

Toutes les spires ont effectué la même rotation et le travail des forces électromagnétiques agissant sur l'ensemble de la bobine est N fois plus grand que le travail des forces agissant sur une seule spire :

$$W = N.W_1 = I (B.S.N \cos \varphi' - B.S.N \cos \varphi).$$

On voit que l'on peut encore appliquer le théorème de Maxwell, à condition de considérer le flux magnétique dans l'ensemble de la bobine comme égal à

$$\Phi = B.S.N \cos \varphi.$$

En introduisant le vecteur $\vec{n}$ indiquant la direction et le sens de la demi-normale positive commune aux plans de toutes les spires, on voit que **le flux embrassé par une bobine cylindrique longue ou plate comportant N spires d'aire S, plongée dans un champ magnétique uniforme d'induction $\vec{B}$ est**

$$\boxed{\Phi = B.S.N \cos (\vec{B}, \vec{n})}.$$

Le travail des forces électromagnétiques agissant sur l'ensemble de la bobine au cours d'une rotation conduisant à la position finale $(\vec{B}, \vec{n}')$ est donné par le théorème de Maxwell :

$$W = I (\Phi' - \Phi).$$

6. Règle du flux maximal embrassé par la face sud.

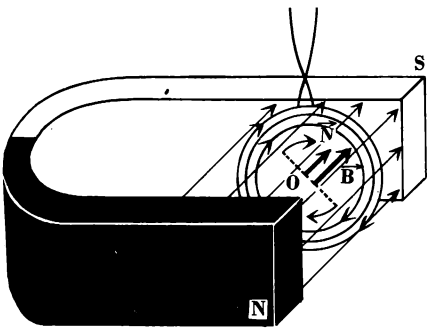


FIG. 7. — Lorsque le courant passe, la bobine se place de manière à embrasser un flux maximal par sa face sud.

Considérons une bobine plate suspendue par deux fils très souples et proches l'un de l'autre, servant également à y conduire le courant. Disposons cette bobine dans une position quelconque entre les branches d'un aimant en U et établissons le courant (fig. 7). Quelle que soit la position initiale, nous observons que la bobine tourne sur elle-même de manière à se placer dans sa position d'équilibre stable (ch. XVI, § 5), telle que sa demi-normale positive $\overrightarrow{ON}$, soit de même direction et de même sens que le vecteur induction, $\vec{B}$. Dans cette position, **le flux magnétique pénètre dans la bobine par sa face sud**; la formule

$$\Phi = B.S.N \cos (\vec{B}, \overrightarrow{ON})$$

montre que la valeur algébrique du flux est alors maximale, puisque l'angle $(\vec{B}, \overrightarrow{ON})$ est nul et que son cosinus est égal à + 1. Reprenons maintenant l'expérience du paragraphe 1, où nous avons une boucle rectangulaire de courant présentant un conducteur mobile PQ

glissant sur les rails TX et RY, le système étant plongé dans un champ magnétique uniforme d'induction $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la boucle.

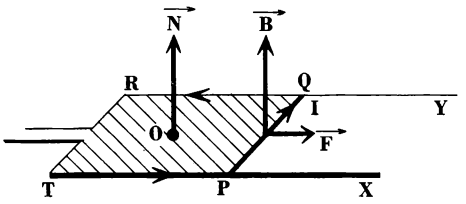


FIG. 8. — Le flux entre par la face sud. L'aire de la boucle tend à croître.

Si le courant circule dans le sens TPQR, la demi-normale positive $\overrightarrow{ON}$ est de même direction et de même sens que le vecteur induction $\vec{B}$ (fig. 8); le flux magnétique pénètre dans la boucle par sa face sud : il est positif; on observe que le déplacement spontané du conducteur PQ tend à augmenter l'aire de la boucle de courant.

Spontanément, la déformation de la boucle tend à faire croître un flux positif, c'est-à-dire entrant par la face sud.

Au contraire, si le courant circule dans le sens RQPT, le vecteur $\overrightarrow{ON}$ est de sens contraire au vecteur $\vec{B}$ (fig. 9). Le flux dans la boucle est négatif et pénètre par la face nord. Dans ce cas, on observe que le conducteur PQ se rapproche de TR. **Spontanément, la déformation de la boucle tend à faire décroître en valeur absolue un flux négatif, c'est-à-dire entrant par la face nord.**

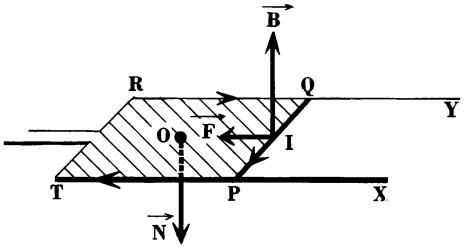


FIG. 9. — Le flux entre par la face nord. L'aire de la boucle tend à décroître.

Dans tous les cas, on peut dire qu'une déformation ou un déplacement spontanés d'une boucle de courant s'effectuent dans le sens d'un accroissement algébrique du flux embrassé par le circuit. On peut dire encore que **le circuit tend à embrasser un flux maximal par sa face sud.**

7. Notion de flux coupé.

Considérons encore l'expérience du paragraphe § 1. Lorsque le conducteur PQ vient dans la position P'Q', il balaie une surface

$$\Delta S = \overline{PQ} . \overline{PP'}$$

(fig. 10). Le travail produit par la force de Laplace est égal, en valeur absolue, à

$$|W| = B.I.\overline{PQ} . \overline{PP'} = B.I.\Delta S.$$

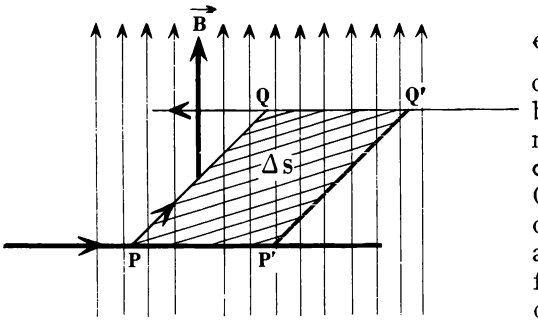


FIG. 10. — Valeur absolue du flux coupé : $|\Delta\Phi| = B\,\Delta S$.

La grandeur $|\Delta\Phi| = B.\Delta S$, égale au produit du module de l'induction $\vec{B}$ par l'aire balayée par le conducteur mobile, se nomme **flux coupé** par ce conducteur. On remarque que le flux coupé est égal à la valeur absolue de la variation de flux dans le circuit. La règle du flux maximal permet d'attribuer un signe au flux coupé et de le considérer en toute généralité comme une grandeur algébrique. Nous savons en effet qu'un déplacement **spontané** du conducteur mobile correspond à un accroissement du flux dans le circuit : dans ce cas, le travail de la force de Laplace est un **travail moteur**, donc positif.

Il suffit donc d'attribuer au flux coupé le même signe que le travail de la force électromagnétique agissant sur le conducteur mobile, pour que la valeur de ce flux coupé soit algébriquement égale à la variation de flux dans le circuit :

$$\Delta\Phi = \Phi' - \Phi.$$

Dans ces conditions, le travail des forces électromagnétiques agissant sur le circuit est algébriquement égal au produit de l'intensité du courant par le flux coupé par le conducteur mobile :

$$W = I.\Delta\Phi.$$

On démontre que **le flux coupé par les divers conducteurs mobiles, pendant une déformation ou un déplacement d'un circuit de forme quelconque, est égal à la variation algébrique du flux embrassé par le circuit au cours du déplacement ou de la déformation.** Nous admettrons ce théorème sans démonstration.

Cet énoncé, très général, permet de calculer le travail des forces électromagnétiques en considérant seulement le flux coupé par les parties mobiles du circuit, sans avoir à se préoccuper de calculer le flux dans l'ensemble du circuit.

Exercice 29. — Un cercle conducteur est relié au pôle positif d'un accumulateur et le rayon mobile OA, de longueur R = 10 cm, en contact avec le cercle en A, est relié au pôle négatif de l'accumulateur. La résistance du circuit est supposée constante, de valeur r = 1 ohm et le générateur, de résistance négligeable, présente une force électromotrice E = 12 volts. Le cercle (C) est plongé dans un champ magnétique uniforme d'induction B = 0,2 tesla, perpendiculaire au plan du cercle.

On demande de calculer le flux coupé par le rayon mobile et le travail produit par les forces électromagnétiques lorsque le rayon mobile décrit un quart de tour.

La loi de Pouillet permet de calculer l'intensité du courant dans le circuit : $I = \frac{E}{r} = 12$ ampères.

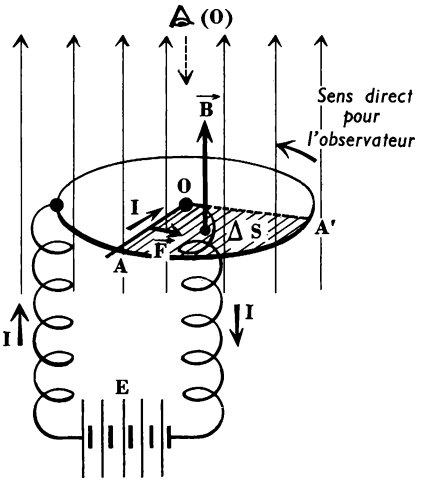


FIG. 11.

Le seul élément mobile du circuit est le rayon OA; la variation de flux dans le circuit est donc égale au flux coupé par cet élément mobile. Pour pouvoir attribuer un signe au flux coupé, nous appliquerons la règle des trois doigts de la main gauche : la force de Laplace tend à faire tourner le rayon mobile dans le sens trigonométrique direct pour un observateur qui voit le vecteur induction $\vec{B}$ se diriger vers lui.

Si le rayon effectue un quart de tour dans le sens direct, le travail de la force électromagnétique est moteur et le flux coupé est positif. Si ce rayon effectue son mouvement dans le sens rétrograde, le travail de la force de Laplace est résistant et le flux coupé est négatif.

L'aire balayée par le rayon mobile OA pendant un quart de tour est

$$\Delta S = \frac{\pi}{4} R^2$$

et la valeur absolue du flux coupé est

$$|\Delta \Phi| = B.\Delta S = \frac{\pi}{4}.B.R^2.$$

Avec B = 0,2 T, R = 0,1 m, il vient

$$|\Delta \Phi| = \frac{3{,}14 \times 0{,}2 \times 0{,}01}{4} = 1{,}57 \times 10^{-3} \text{ Wb}.$$

Le flux coupé, égal à la variation de flux dans le circuit, est donc $1{,}57 \times 10^{-3}$ Wb si le conducteur mobile vient de OA en OA' dans le sens direct et de $-1{,}57 \times 10^{-3}$ Wb si le conducteur décrit un quart de tour dans le sens rétrograde. Nous pouvons remarquer que nous ne saurions pas calculer la valeur du flux dans le circuit, dont la forme est très compliquée et qui n'est pas entièrement plongé dans le champ magnétique. Le travail des forces électromagnétiques est $W = I.\Delta \Phi$.

Avec I = 12 A, nous avons $|W| = 12 \times 1{,}57 \times 10^{-3} = 1{,}88 \times 10^{-2}$ joule. Ce travail est positif pour une rotation de sens direct et négatif pour une rotation de sens rétrograde; dans ce cas, nous aurions $W = -1{,}88 \times 10^{-2}$ joule.

RÉSUMÉ

Le flux magnétique Φ embrassé par une boucle plane, d'aire S et de demi-normale positive $\overrightarrow{ON}$, plongée dans un champ magnétique uniforme d'induction $\vec{B}$ est égal au produit de l'aire de la boucle par le module de l'in-

duction magnétique et par le cosinus de l'angle formé par les vecteurs $\vec{B}$ et $\overrightarrow{ON}$: $\Phi = B.S \cos(\vec{B}, \overrightarrow{ON})$.

L'unité de flux magnétique est le weber (Wb), égal au flux embrassé par une boucle plane d'aire égale à 1 mètre carré, plongée dans un champ magnétique uniforme d'induction égale à 1 tesla et perpendiculaire au plan de la boucle.

Pendant la déformation ou le déplacement d'une boucle de courant parcourue par un courant d'intensité I et plongée toute entière dans un champ magnétique uniforme d'induction $\vec{B}$, le travail des forces de Laplace agissant tout le long du contour de la boucle est égal au produit de l'intensité du courant par la variation du flux magnétique embrassé par la boucle de courant

$$W = I(\Phi' - \Phi).$$

Toute déformation ou tout déplacement spontanés d'une boucle de courant ou d'une bobine, plongés dans un champ magnétique, s'effectuent dans le sens d'un accroissement du flux magnétique embrassé par le circuit : un flux entrant par la face nord (négatif) tend à décroître en valeur absolue, tandis qu'un flux entrant par la face sud (positif) tend à croître jusqu'à atteindre sa valeur maximale.

Lorsque la variation de flux dans un circuit est due au déplacement d'un conducteur mobile, tous les autres restant fixes, la variation de flux dans le circuit est égale au flux coupé par le conducteur mobile pendant son déplacement.

Le travail de la force électromagnétique agissant sur le conducteur mobile est égal au produit de l'intensité du courant qui parcourt ce conducteur par le flux coupé au cours du déplacement : $W = I.\Delta\Phi$.

Exercices.

1. — Deux rails parallèles XX′ et YY′, distants de 20 cm, sont reliés en X et Y aux borne, d'un accumulateur de f. é. m. 6 volts. Le circuit est fermé par un conducteur mobile MNs posé sur les rails perpendiculairement à leur direction. La résistance du circuit, indépendante de la position de MN, est 0,5 ohm. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme d'induction B = 0,1 T, formant un angle de 60° avec la normale au plan du circuit, orientée en fonction du sens du courant par la règle du tire-bouchon. On demande de calculer le travail de la force électromagnétique agissant sur le conducteur MN dans les trois cas suivants :

a) le conducteur se déplace de 10 cm en s'écartant de XY et en restant perpendiculaire aux rails;

b) le point M étant fixe, le point de contact N s'approche de la borne Y et parcourt 10 cm;

c) le point M est fixe et le point de contact N s'écarte de Y d'une distance de 10 cm.

Rép. : *a*) $1{,}2 \times 10^{-2}$ J; *b*) $-0{,}6 \times 10^{-2}$ J; *c*) $0{,}6 \times 10^{-2}$ J.

2. — Un solénoïde d'axe horizontal comporte 100 spires d'aire S = 10 cm². Ses bornes sont soudées à deux lames, l'une de cuivre, l'autre de zinc, qui traversent un large bouchon de liège flottant sur une solution d'acide sulfurique. La f. é. m. de la pile de Volta ainsi constituée est 1 volt, et la résistance totale du circuit est 1 ohm.

Initialement, l'axe du solénoïde est perpendiculaire au plan du méridien magnétique. On demande de calculer :

a) la position finale du système abandonné à lui-même;

b) le travail des forces électromagnétiques au cours du déplacement;

c) le moment du couple qui sollicite la bobine dans la position initiale.

La composante horizontale de l'induction magnétique terrestre est 2×10^{-5} T.

Rép. : *a*) Le solénoïde tourne sa face nord vers le Nord.

b) 2×10^{-6} J; *c*) 2×10^{-6} m.N.

3. — Un solénoïde comportant 100 spires est parcouru par un courant de 10 ampères. Son axe est horizontal et il est mobile autour d'un axe vertical. On produit brusquement autour de lui un champ magnétique uniforme, d'induction B = 0,05 tesla, dont les lignes d'induction sont parallèles à l'axe du solénoïde, mais de sens contraire au sens de l'induction magnétique créé par ce solénoïde.

a) Quelle sera la position du solénoïde?

b) Quel est le travail effectué par les forces électromagnétiques au cours de la rotation? Diamètre des spires : 8 centimètres.

Rép. : *a*) Le solénoïde tourne de 180°. *b*) 0,5 J.

4. — Un solénoïde, de longueur 50 cm, comprenant 2 500 spires circulaires ayant chacune un diamètre de 5 cm, est parcouru par un courant d'intensité égale à 2,5 ampères.

1° Dessiner un schéma représentant la forme des lignes d'induction à l'intérieur et à l'extérieur du solénoïde. Indiquer sur ce schéma le sens du courant et le sens des lignes d'induction. Énoncer une règle reliant ces deux sens.

Calculer l'intensité de l'induction magnétique au centre du solénoïde.

2° L'axe du solénoïde est horizontal. Dans un petit intervalle ménagé entre deux spires contiguës, vers le milieu du solénoïde, on dispose une tige de cuivre verticale, MN, mobile

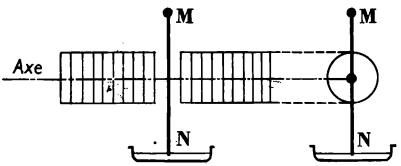


FIG. 11.

autour du point M. Un courant constant de 10 ampères, la parcourt de bas en haut. Le contact en N est assuré par une solution de sulfate de cuivre.

a) Préciser la direction et le sens de la force électromagnétique qui s'exerce sur cette tige.

b) Calculer l'intensité de cette force quand la tige MN rencontre l'axe du solénoïde. On admettra que l'induction magnétique est uniforme dans tout le volume intérieur de la partie centrale du solénoïde.

c) Quel est le travail des forces électromagnétiques lorsque la barre MN se déplace de la position verticale jusqu'à se trouver tangente à la section droite du solénoïde? On admettra que, au cours de ce déplacement, l'intensité du courant conserve la valeur constante 10 ampères et que l'intensité de l'induction magnétique à l'extérieur du solénoïde est négligeable.

Rép. : 1° $1{,}57 \times 10^{-2}$ T. 2° *b*) $7{,}85 \times 10^{-3}$ N. *c*) $1{,}54 \times 10^{-4}$ J.

CHAPITRE XX

AIMANTATION DU FER ET DE L'ACIER

A. — INTENSITÉ D'AIMANTATION.

1. Aimantation temporaire du fer doux et aimantation permanente de l'acier.

Deux barreaux de mêmes dimensions, l'un en fer, l'autre en acier, sont glissés à l'intérieur de deux bobines identiques montées en série et parcourues par le même courant, I. Ces deux barreaux, qui ne possèdent aucune aimantation avant l'expérience, **deviennent des aimants lorsqu'ils**

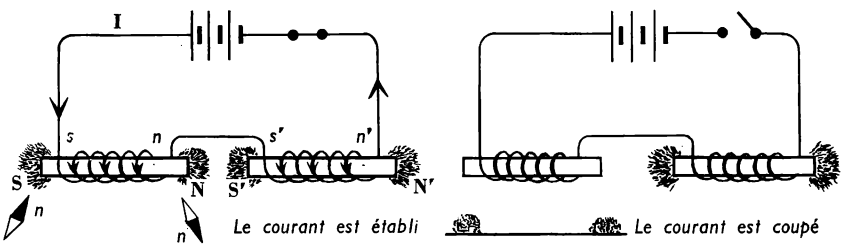


FIG. 1.

sont plongés dans les champs magnétiques des bobines : leurs extrémités attirent et retiennent la limaille de fer (fig. 1).

Si l'on coupe le courant, on observe que la limaille retenue par le barreau de fer tombe sur la table, tandis que le barreau d'acier conserve son aimantation : la limaille y reste fixée.

Nous savons reconnaître les faces nord et sud des deux bobines. En utilisant des aiguilles aimantées montées sur des pivots, nous pouvons constater que les barreaux de fer et d'acier, plongés dans les champs magnétiques produits par les bobines, **deviennent des aimants dont les axes magnétiques** $\overrightarrow{SN}$ et $\overrightarrow{S'N'}$ **ont même support et même sens que les axes magnétiques** $\overrightarrow{sn}$ et $\overrightarrow{s'n'}$ **des bobines excitatrices elles-mêmes.**

L'aimantation du fer disparaît en même temps que le champ excitateur produit par le passage du courant : c'est une **aimantation temporaire,**

le barreau de fer doux, aimanté lors du passage du courant, constitue un **électro-aimant.**

L'aimantation de l'acier subsiste après la disparition du champ excitateur : c'est une **aimantation permanente.**

2. Attraction du fer par un aimant.

Lorsque nous approchons un aimant, NS, d'un barreau de fer, celui-ci se trouve plongé dans le champ magnétique de l'aimant et il devient lui-même un aimant, *sn*, dont le pôle sud, par exemple, se trouve en face

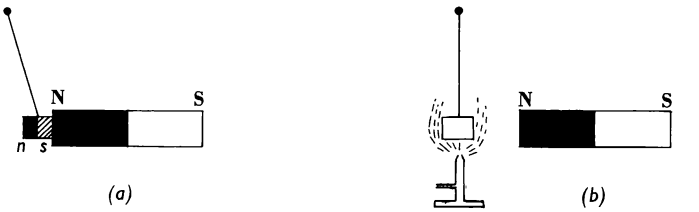


FIG. 2.

du pôle nord de l'aimant NS. On observe l'attraction de ces deux pôles et le fer adhère à l'aimant (fig. 2, *a*).

Chauffons le morceau de fer au rouge et approchons l'aimant : aucune attraction ne se produit plus (fig. 2, *b*).

Des mesures précises ont permis de vérifier que le fer perd toutes ses propriétés magnétiques aux températures supérieures à 775 °C (point de Curie).

Pour obtenir un barreau vierge de toute aimantation, il suffit donc de le porter au rouge pendant quelques minutes.

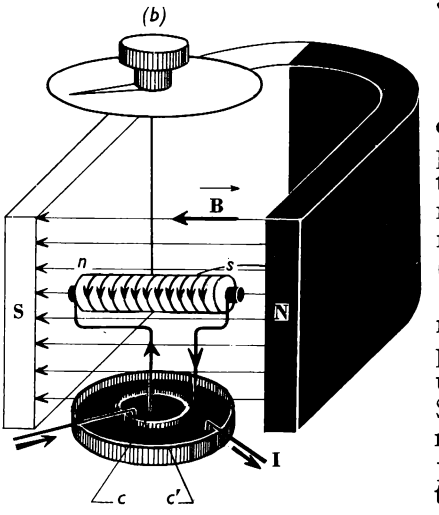


FIG. 3.

3. Moment magnétique d'un électro-aimant.

Le magnétomètre à torsion décrit au chapitre XVI, paragraphe 7, peut être équipé d'un petit électro-aimant dont la bobine est alimentée par les deux cuvettes de mercure concentriques (*c*) et (*c'*) (fig. 3).

Lorsque le courant passe, l'axe magnétique *sn* du système s'oriente parallèlement aux lignes du champ uniforme produit par l'aimant en U. Si l'on impose au bouton (*b*) une rotation α, l'électro-aimant, retenu par l'action du champ magnétique, tourne seulement de θ et se place dans une position d'équilibre telle

que le moment $\mathcal{M}_r = C(\alpha - \theta)$ du couple de torsion qui l'entraîne soit égal en valeur absolue au moment $\mathcal{M} = M.B\sin\theta$ du couple électromagnétique qui le retient :

$$C(\alpha - \theta) = M.B\sin\theta.$$

Si l'on a préalablement mesuré B (induction entre les branches de l'aimant en U) et C (constante de torsion du fil), il suffit de connaître les angles α et θ pour pouvoir calculer le moment magnétique M de l'électro-aimant :

$$M = \frac{C(\alpha - \theta)}{B\sin\theta}.$$

La bobine excitatrice comporte N spires d'aire S parcourues par un courant I; son moment magnétique est $M_0 = S.N.I$. On peut vérifier que le moment magnétique de l'électro-aimant est beaucoup plus grand que celui de la bobine sans fer. Le plus souvent, il est possible de négliger M_0 devant M et de considérer que le moment magnétique, M, total se confond avec celui du barreau de fer doux. Si l'on effectue une série de mesures de M avec des courants excitateurs d'intensités croissantes, on peut vérifier que le moment magnétique du barreau croît d'abord très vite, puis tend vers une valeur maximale, M_s, qui reste constante malgré l'augmentation éventuelle de l'intensité du courant. On dit que le fer est **aimanté à saturation.**

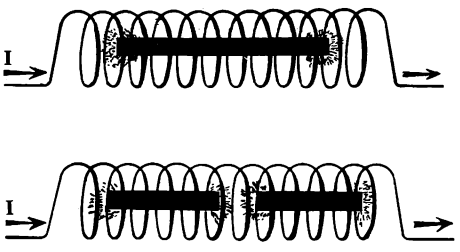


FIG. 4.

4. Intensité d'aimantation dans le fer.

L'expérience de l'aimant brisé pourrait être refaite avec un barreau de fer doux plongé dans le champ magnétique d'une bobine (fig. 4). En poursuivant la division du barreau de fer en fragments de plus en plus petits et en constatant que chacun d'eux se conduit comme un aimant complet, nous serions amenés à conclure que **tout élément de volume Δv situé dans le fer constitue un petit aimant élémentaire possédant un moment magnétique $\overrightarrow{\Delta M}$** (fig. 5).

FIG. 5.

On nomme **intensité d'aimantation au point A le moment magnétique par unité de volume dans un petit élément de volume entourant le point A.** L'intensité d'aimantation est donc le quotient du moment magnétique $\overrightarrow{\Delta M}$ de l'élément par son volume Δv :

$$\vec{J} = \frac{\overrightarrow{\Delta M}}{\Delta v}.$$

A l'intérieur d'un long barreau aimanté droit de volume v et de moment magnétique $\vec{M}$, on admettra qu'en tout point, l'aimantation est uniforme, c'est-à-dire qu'elle possède même direction, même sens et même module. Dans ce cas, le vecteur intensité d'aimantation est, en tout point du barreau,

$$\vec{J} = \frac{\vec{M}}{v}.$$

Dans le système international, le moment magnétique s'exprime en ampères.mètre carré et le volume s'exprime en mètres cubes. L'unité d'intensité d'aimantation est le quotient de l'unité de moment magnétique par l'unité de volume, c'est-à-dire l'**ampère par mètre** (A/m).

5. Courbe de première aimantation.

L'expérience montre que l'intensité d'aimantation, $\vec{J}$, d'un long barreau de fer doux ou d'acier emplissant entièrement l'intérieur d'un solénoïde varie en fonction de l'induction magnétique,

$$B_0 = 4\pi.10^{-7} N_1 I,$$

du champ excitateur créé par le solénoïde comportant N_1 spires par mètre, parcourues par un courant d'intensité I.

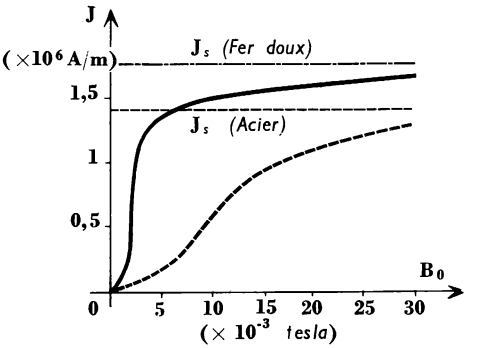


FIG. 6.

Si l'on opère avec un barreau n'ayant jamais été aimanté, ou que l'on a chauffé au rouge pour faire disparaître toute trace d'aimantation antérieure, on peut obtenir la **courbe de première aimantation** (fig. 6).

On donne au courant, initialement nul, qui parcourt la bobine, des valeurs croissantes.

L'intensité d'aimantation croît comme l'indique la courbe en trait plein, pour un barreau de fer doux. On voit que la croissance de J, d'abord très rapide, se ralentit très vite. L'intensité d'aimantation tend vers une **valeur maximale, J_s, nommée intensité de saturation.**

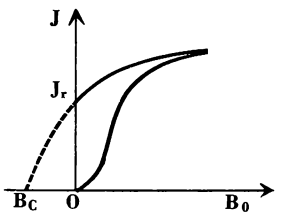


FIG. 7. — Aimantation rémanente et champ coercitif.

La courbe en pointillés concerne un échantillon d'acier trempé : on observe que, pour la même induction excitatrice, la croissance de J est d'abord plus lente qu'avec un barreau de fer doux et que l'intensité de saturation est un peu plus faible.

Si l'on réduit progressivement le courant jusqu'à zéro, l'intensité d'aimantation dimi-

nue, mais ne s'annule pas complètement. Il subsiste une **intensité d'aimantation rémanente** J_r, faible dans le cas du fer doux, beaucoup plus importante dans le cas de l'acier trempé.

L'intensité d'aimantation s'annule lorsque l'induction magnétique excitatrice B_0 atteint une valeur B_C **de sens opposé à l'aimantation rémanente.**

B_C est l'induction **du champ magnétique coercitif.**

On dit que l'intensité d'aimantation présente le phénomène **d'hystérésis,** c'est-à-dire que ses variations ne suivent pas immédiatement celles de l'induction B_0 du champ excitateur, mais les suivent seulement avec un certain retard.

6. Cycle d'hystérésis.

Si le solénoïde est parcouru par un courant alternatif, c'est-à-dire changeant périodiquement de sens, l'induction B_0 du champ excitateur change de sens en même temps que le courant; l'intensité d'aimantation décrit un cycle nommé **cycle d'hystérésis.**

L'observation du phénomène peut être faite à l'aide d'un oscillographe électronique dont le tube est muni de deux bobines perpendicu-

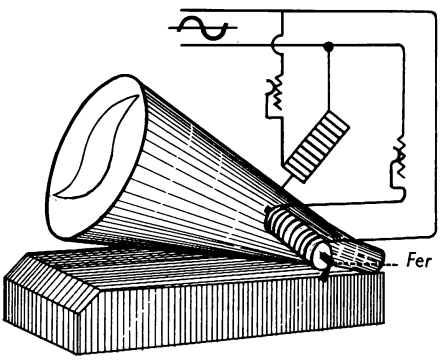
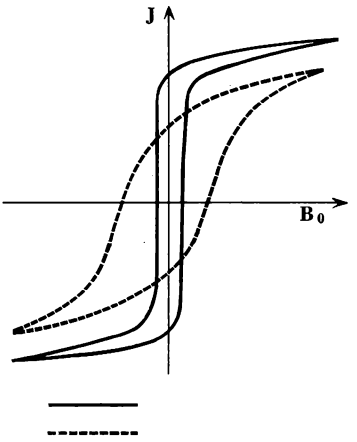


FIG. 8.



trait plein : fer doux
pointillés : acier trempé

FIG. 9.

laires entre elles et perpendiculaires à la direction moyenne du faisceau d'électrons (fig. 8). Si l'on introduit un barreau de fer ou d'acier dans la bobine horizontale, on montre (nous l'admettrons) que le spot décrit le cycle d'hystérésis relatif au barreau utilisé. Cette expérience permet de comparer commodément les cycles obtenus pour le fer doux et l'acier trempé (fig. 9).

Le phénomène d'hystérésis s'accompagne d'un dégagement de chaleur et l'on démontre que la quantité de chaleur produite au cours d'un

cycle est proportionnelle à l'aire de ce cycle. **La chaleur d'hystérésis correspond à de l'énergie perdue,** que l'on s'efforce de réduire autant que possible dans les machines électriques en utilisant des tôles de **ferrosilicium** dont le cycle est très étroit.

B. — INDUCTION MAGNÉTIQUE DANS LE FER.

7. Existence d'une induction magnétique dans le fer.

Une bobine (*b*) comportant quelques centaines de spires est suspendue par les fils souples AA′ et CC′, également utilisés pour y conduire le courant.

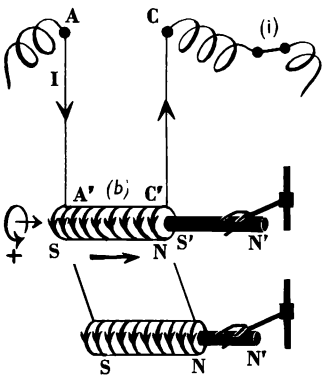


FIG. 10.

Un barreau de fer doux, de section un peu inférieure à la section intérieure de la bobine, est placé devant celle-ci, parallèlement à son axe, et maintenu dans cette position par une pince et un support.

Lorsqu'on ferme l'interrupteur (*i*) un courant d'intensité I s'établit dans la bobine. On observe que la bobine (*b*) se déplace de telle manière que le barreau de fer emplisse tout l'intérieur de (*b*) (fig. 10).

La bobine, parcourue par le courant I de sens positif, produit autour d'elle un champ magnétique capable d'exciter l'aimantation du fer doux, qui devient un aimant et présente un pôle sud S′ au pôle nord N de la bobine.

Les spires, plongées dans le champ magnétique créé par le barreau de fer aimanté, sont soumises à des forces électromagnétiques dont le travail peut être calculé en appliquant le **théorème de Maxwell.**

Dans sa position initiale, la bobine contenait de l'air et elle était traversée par un flux magnétique Φ_0.

Dans sa position finale, elle contient du fer et elle est traversée par un flux Φ.

L'intensité du courant qui la parcourt étant la même au début et à la fin du mouvement, lors de l'arrêt, le travail des forces électromagnétiques est

$$W = I\ (\Phi - \Phi_0).$$

Ce travail est **moteur,** donc **positif.** Il en résulte que **le flux magnétique final, Φ, est supérieur au flux initial, Φ_0.**

CONCLUSIONS. — *a*) **Il existe un flux magnétique dans la bobine lorsque l'air qui la remplit est remplacé par du fer.**

b) Le flux Φ dans le fer est supérieur au flux Φ_0 que produirait dans l'air le passage du même courant.

Il existe donc une induction magnétique, $\vec{B}$, dans le fer; cette induction est supérieure à celle, $\vec{B_0}$, que produirait dans l'air le même circuit parcouru par le même courant.

NOTA. — Ce résultat sera confirmé, lors de l'étude de l'induction électromagnétique, par l'expérience décrite au paragraphe A, 5, page 259.

8. Notion de perméabilité magnétique.

L'induction magnétique à l'intérieur d'un solénoïde **très long**, comportant N_1 spires par mètre, parcouru par un courant d'intensité I est

$$B_0 = \mu_0 N_1 I,$$

avec $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ (SI).

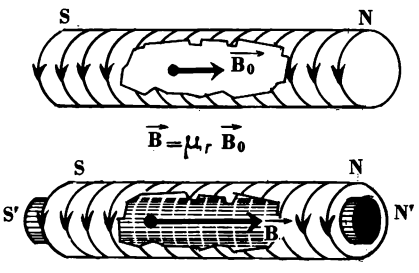


FIG. 11.

Introduisons à l'intérieur du solénoïde **un barreau de fer qui l'emplisse exactement.** Nous admettrons que l'induction reste uniforme à l'intérieur du fer (fig. 11), c'est-à-dire que les lignes d'induction restent parallèles à l'axe de la bobine. L'intensité de l'induction magnétique augmente et devient

$$B = \mu_r B_0,$$

le coefficient μ_r, supérieur à 1, désignant la **perméabilité relative du fer par rapport à l'air** (ou au vide), nous pouvons écrire :

$$B = \mu_r \mu_0 N_1 I.$$

Le produit

$$\mu = \mu_r \mu_0 = 4\pi.10^{-7}.\mu_r$$

est la **perméabilité du fer dans le système international** et l'induction magnétique produite dans le fer par le courant I traversant le solénoïde est

$$\boxed{B = \mu N_1 I}.$$

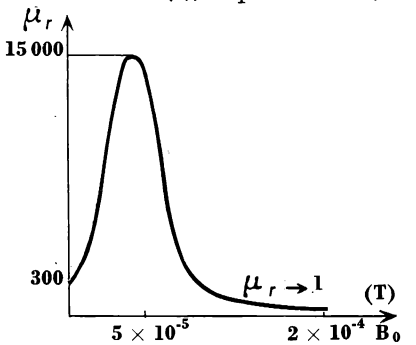


FIG. 12.

La perméabilité relative $\mu_r = \dfrac{B}{B_0}$ du fer n'est pas constante. Elle dépend de l'induction B_0 que la bobine produirait si le noyau de fer était remplacé par l'air ou le vide.

La figure 12 indique les variations de μ_r en fonction de B_0 pour un échantillon de fer doux.

9. Modification des lignes de champ en présence de fer. Continuité des lignes de champ. Conservation du flux magnétique.

Nous avons vu qu'il existe une induction magnétique à l'intérieur du fer : nous devons donc admettre que les lignes de champ se prolongent dans le métal et constituent dans tous les cas des courbes fermées. En particulier, nous devons admettre qu'il existe également des lignes de champ à l'intérieur d'un aimant.

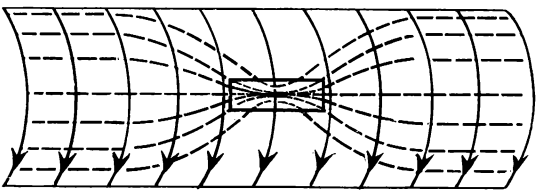


FIG. 13. — Les pointillés représentent les lignes de champ rendues visibles à l'aide de la limaille de fer.

Plaçons un très petit noyau de fer à l'intérieur d'un solénoïde très long (fig. 13), ou dans la région de champ uniforme d'un aimant en U (fig. 14). Nous constatons que les lignes de champ convergent pour pénétrer dans le noyau de fer, où elles doivent être resserrées et s'épanouissent à nouveau en sortant du fer.

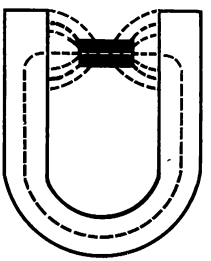


FIG. 14.

Le fer apparaît comme un milieu plus favorable que le vide ou l'air à l'établissement du champ magnétique, puisque les lignes de champ tendent à s'y concentrer.

On met à profit cette propriété du fer pour constituer des **circuits magnétiques** guidant les lignes de champ, dont l'essentiel du trajet est dans le métal, et qui ne sortent du fer que pour traverser, dans une direction convenable, des entrefers étroits. Nous rencontrons cette disposition dans les ampèremètres, les moteurs et les dynamos, où les circuits magnétiques produisent dans les entrefers des **inductions radiales** de modules constants (pages 184 et 245).

L'usage de circuits magnétiques en fer présente encore l'avantage d'obtenir de fortes inductions magnétiques en ne faisant intervenir que de faibles courants excitateurs, du fait de la grande perméabilité du métal.

Puisque les lignes de champ sont des courbes fermées, les tubes de champ formés par l'ensemble des lignes s'appuyant sur une courbe fermée (c) sont des tubes fermés.

Nous admettrons que **toutes les sections d'un même tube de champ sont traversées par le même flux magnétique, quelle que soit la forme du tube et les**

milieux divers dans lesquels il se poursuit. Si l'on considère uniquement des sections normales où l'on puisse considérer le champ comme uniforme (fig. 15), la conservation du flux se traduit par l'égalité de tous les produits B.S :

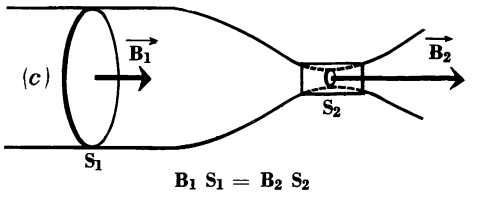


FIG. 15. — Conservation du flux dans un tube de champ.

$$B_1.S_1 = B_2.S_2 = B_3.S_3 = B_4.S_4 = \ldots$$

Il en résulte que **l'induction B augmente dans les régions où le tube se resserre et diminue dans celles où le tube s'épanouit.** Si l'on suppose que l'excitation magnétique ne varie pas, on doit admettre que le tube se resserre dans les régions de grande perméabilité et s'épanouit aux endroits de perméabilité plus faible.

Comparons en effet deux régions de même excitation magnétique, B_0, mais de perméabilités relatives différentes μ_{r1} et μ_{r2}. Comme le flux se conserve, nous avons

$$\mu_{r1} B_0 . S_1 = \mu_{r2} B_0 . S_2.$$

La section du tube varie en fonction inverse de la perméabilité.

C. — APPLICATIONS DES ÉLECTRO-AIMANTS.

10. Électro-aimants.

Un électro-aimant se compose d'un noyau de fer doux autour duquel on dispose des bobines excitatrices nommées **enroulements.**

Lorsque le courant passe dans les enroulements, le fer du noyau devient un aimant temporaire capable d'attirer une armature de fer. Le fer doux ne possèdant qu'une faible aimantation rémanente, on peut considérer que toute aimantation disparaît lors de l'interruption du courant : l'armature se trouve alors libérée.

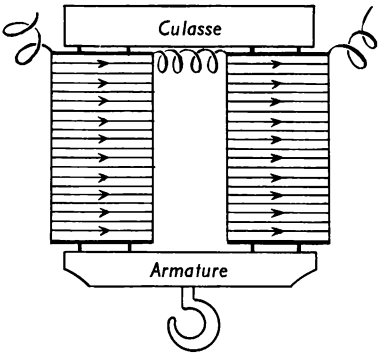


FIG. 16. — Électro-aimant.

On donne souvent aux électro-aimants la forme d'un aimant en U de manière que les deux pôles attirent en même temps l'armature (fig. 16).

Lorsque l'armature se trouve collée sur les pôles, le système constitue un circuit magnétique fermé où les lignes de champ restent à l'intérieur du fer, c'est-à-dire dans un milieu de grande perméabilité. L'induction magnétique est très intense et l'appareil est capable de lever de lourdes charges.

La force portante de l'électro-aimant, c'est-à-dire la force nécessaire pour séparer l'armature des pôles, est donnée par la formule

$$F = \frac{B^2.S}{2\,\mu_0},$$

avec $\mu_0 = 4\,\pi \times 10^{-7}$,

la force F étant exprimée en newtons, B étant l'induction dans le noyau exprimée en teslas et S mesurant, en mètres carrés, la surface de contact des pôles avec l'armature.

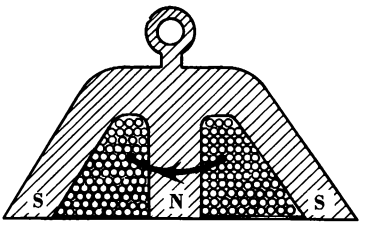


FIG. 17. — Coupe d'un électro-aimant de levage. Le pôle sud forme une calotte concentrique entourant le pôle nord.

On fabrique des **électro-aimants de levage** dont les pôles, concentriques, s'appliquent sur les pièces de fer à soulever qui jouent le rôle d'armature (fig. 17). Ces électro-aimants peuvent remplacer le crochet au bout du câble d'une grue.

De même, les pièces de fer soumises à l'action d'une machine à rectifier sont fréquemment maintenues en place sur une **platine magnétique** faisant intervenir de puissants électro-aimants.

11. Réalisation de champs magnétiques intenses.

Les champs intenses sont obtenus entre les armatures de gros électro-aimants, comme celui du C. N. R. S. à Bellevue, qui peut établir un champ dont l'induction peut atteindre 7 teslas entre les armatures tronconiques convenablement rapprochées.

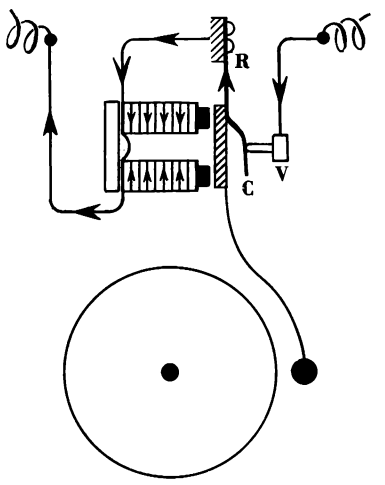


FIG. 18.

12. Sonnerie électrique.

Lorsque l'armature est écartée des pôles de l'électro-aimant, le contact C repose sur l'extrémité de la vis V et le circuit électrique est fermé. Le courant passe dans les bobines de l'électro-aimant qui attire l'armature et rompt le contact électrique (fig. 18).

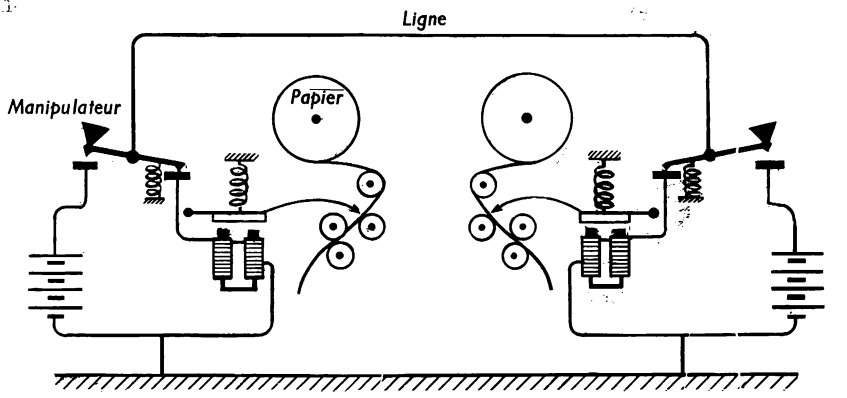
L'attraction de l'armature cesse aussitôt et le ressort R écarte l'armature des pôles : le contact C retombe sur la vis V et le courant passe à nouveau. Il en résulte que l'armature est à nou-

veau attirée et le contact rompu entre V et C .... Le phénomène de contact intermitent se produit ainsi tant que l'on maintient le contact entre la sonnerie et la pile.

13. Télégraphe électrique.

Au repos, le manipulateur de chaque poste met la ligne en série avec les électro-aimants, qui se trouvent ainsi en position de réception (fig. 19).

Lorsque l'un des opérateurs agit sur son manipulateur, il met sa propre pile en série avec l'électro-aimant de l'autre poste par l'intermédiaire de la ligne, le retour du courant s'effectuant par le sol. Tant que cette action subsiste, l'électro-aimant attire son armature qui entraîne avec elle un stylet encreur : ce stylet reste en contact avec le papier aussi longtemps que l'opérateur continue de presser son manipulateur. Selon la durée de cette pression, le stylet marque donc un trait ou un point sur la bande de papier entraînée par un mouvement d'horlogerie.



Sol servant de ligne de retour.

FIG. 19.

La transmission des messages s'effectue à l'aide d'un alphabet spécial, l'alphabet Morse, où les lettres sont figurées par des assemblages de traits et de points :

·− A	−··· B	−·−· C	−·· D	· E	··−· F	−−· G
···· H	·· I	·−−− J	−·− K	·−·· L	−− M	−· N
−−− O	·−−· P	−−·− Q	·−· R	··· S	− T	··− U
···− V	·−− W	−··− X	−·−− Y	−−·· Z		

RÉSUMÉ

Des barreaux de fer et d'acier, plongés dans les champs magnétiques produits par des bobines, deviennent des aimants dont les axes magnétiques ont même support et même sens que les axes magnétiques des bobines excitatrices elles-mêmes.

L'aimantation du fer doux disparaît en même temps que le champ excitateur produit par le passage du courant : c'est une aimantation temporaire.

L'aimantation de l'acier subsiste après la disparition du champ excitateur : c'est une aimantation permanente.

On nomme intensité d'aimantation en un point à l'intérieur d'un aimant le moment magnétique par unité de volume dans un petit élément de volume entourant le point considéré. L'intensité d'aimantation est le quotient du moment magnétique de l'élément par son volume v :

$$J = \frac{M}{v}.$$

L'intensité d'aimantation d'un barreau de fer ou d'acier dépend de l'induction magnétique B_0 du champ excitateur. Si l'on fait croître ce champ, l'intensité d'aimantation tend vers une valeur maximale, J_S, dite intensité de saturation.

Si le champ excitateur disparaît, le barreau conserve une aimantation rémanente, d'intensité J_R qui ne disparaît que sous l'action d'un champ coercitif d'induction B_C dirigé en sens inverse de l'aimantation rémanente. Si l'on introduit un noyau de fer à l'intérieur d'un solénoïde très long comportant N_1 spires par mètre et parcourues par un courant d'intensité I, l'induction magnétique $B_0 = \mu_0 N_1 I$ qui existait dans l'air ou le vide est remplacée par une induction uniforme supérieure $B = \mu_r B_0$. Le coefficient μ_r est la perméabilité relative du fer par rapport à l'air ou au vide. On nomme perméabilité du fer, dans le système international, le produit

$$\mu = \mu_r . \mu_0 = 4\pi . 10^{-7} \mu_r .$$

Un électro-aimant se compose d'un noyau de fer doux autour duquel on dispose des bobines excitatrices nommées enroulements. La force portante d'un électro-aimant, c'est-à-dire la force avec laquelle les pôles de l'électro-aimant retiennent l'armature, est donnée en fonction de l'induction B (teslas) dans le fer et de l'aire de contact S (mètres carrés) des pôles et de l'armature par la formule $F = \frac{B^2.S}{2\mu_0}$, la force portante étant exprimée en newtons.

Les électro-aimants servent au levage des pièces de fer, permettent de réaliser des champs magnétiques intenses dans des entrefers étroits et sont utilisés dans les sonnettes électriques et le télégraphe.

Exercices.

1. — Le moment magnétique d'un barreau aimanté droit est $M = 0{,}2$ A.m². La longueur du barreau est 20 cm et le côté de la section, carrée, mesure 1 cm. On suppose l'aimantation uniforme. Quelle est la valeur de l'intensité d'aimantation en un point du barreau ?

Rép. : $J = 10\,000$ A/m.

2. — L'intensité d'aimantation, supposée uniforme, à l'intérieur d'un barreau droit, est $J = 50\,000$ A/m. La longueur du barreau est 15 cm et sa section est 0,5 cm^2.

a) Calculer le moment magnétique du barreau.

b) Quelle masse magnétique peut-on attribuer à chacun des pôles du barreau, en les supposant confondus avec les extrémités?

c) Quelle serait l'intensité de l'induction du champ magnétique produit par ce barreau, dans le vide, en un point situé sur son axe magnétique, à 5 cm devant le pôle nord?

Rép. : a) 0,375 Am^2; *b*) 2,5 Am; *c*) $9{,}4 \times 10^{-5}$ T.

3. — Quelle est la force portante d'un électro-aimant dont les pôles présentent une surface d'aire S = 20 cm^2 en contact avec l'armature, si l'induction magnétique dans le fer est B = 1 T?

Rép. : 795 N.

4. — L'intérieur d'un solénoïde, de longueur L = 50 cm, de section S = 10 cm^2, est rempli par un noyau cylindrique de fer doux à l'exception d'une coupure, pratiquée dans le fer perpendiculairement à l'axe, sur toute la largeur du noyau, d'épaisseur 5 mm. Cette coupure se trouve au milieu de la bobine, qui comporte 500 spires parcourues par un courant d'intensité 2 A. Un essai, effectué avec de la limaille de fer, montre que, dans la coupure, les lignes de champ restent sensiblement parallèles à l'axe de la bobine. On introduit dans la coupure le conducteur actif d'une balance de Cotton, de longueur AA′ = 2 cm, parcouru par un courant d'intensité 5 A. Ce conducteur AA′, horizontal, est perpendiculaire aux lignes de champ. Pour équilibrer la balance, dont les bras de levier sont égaux, il faut disposer dans le plateau une masse égale à 10,2 grammes. On demande de calculer :

a) l'induction B dans la coupure;

b) l'induction B_0 qui existerait en cet endroit si l'on ôtait les deux parties du noyau de fer;

c) le flux magnétique à travers une section de la bobine située dans la coupure;

d) une valeur approchée du flux dans une section de la bobine située dans le fer et une valeur approchée de la perméabilité relative de ce métal dans les conditions de l'expérience.

Rép. : a) 1 T; *b*) $2{,}5 \times 10^{-3}$ T; *c*) 10^{-3}Wb; *d*) les lignes de champ traversant la coupure sans diverger sensiblement, le flux est pratiquement égal à 10^{-3}Wb dans une section du fer, $\mu_r = 400$.

CHAPITRE XXI

APPAREILS DE MESURE MAGNÉTOÉLECTRIQUES

Les appareils de mesure **magnéto-électriques** (galvanomètre à cadre mobile, ampèremètre, voltmètre) se composent tous d'un cadre parcouru par le courant à mesurer et plongé dans le champ magnétique produit par un aimant permanent. Le cadre est rappelé dans sa position initiale par un dispositif élastique de torsion.

Il existe également des appareils **dynamo-électriques**, où le champ magnétique est produit par un électro-aimant, et des appareils **ferro-magnétiques** faisant intervenir l'aimantation du fer sous l'effet du courant à mesurer.

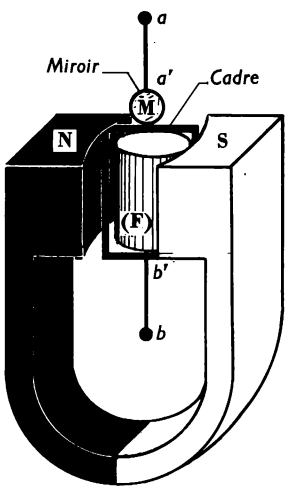


FIG. 1. — Galvanomètre.

1. Description du galvanomètre à cadre mobile.

Le cadre, généralement rectangulaire, dont les côtés mesurent deux à quatre centimètres, comporte une centaine de spires de fil de cuivre très fin (fig. 1). Il est maintenu entre deux points fixes, *a* et *b*, par les fils conducteurs *aa'* et *bb'*, dirigés selon l'une des médianes du cadre. Ces fils ont un double rôle : ils conduisent le courant dans le cadre et ils s'opposent à la rotation autour de l'axe *ab* en exerçant sur le cadre un couple de rappel proportionnel à l'angle de torsion.

Le cadre se déplace dans l'espace compris entre les pièces polaires de l'aimant NS et le noyau cylindrique (F) de fer doux. Cette disposition

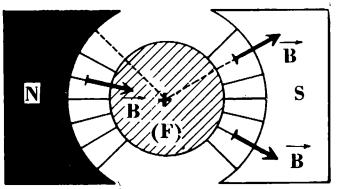


FIG. 2. — Champ radial de module constant.

modifie les lignes de champ qui, dans la région où elles sont coupées par le cadre, sont sensiblement radiales : leurs prolongements rencontrent normalement l'axe de rotation *ab*. De plus, la mesure montre que l'induction magnétique $\vec{B}$ est de module sensiblement constant dans toute la région que peut occuper le cadre : on dit que celui-ci se déplace dans un **champ radial d'induction constante** (fig. 2).

Le miroir M, solidaire du cadre, permet d'observer les petites rotations de l'équipage mobile par la **méthode de Poggendorf** : le miroir est disposé en face de la source S dont l'image produite par la lentille L se forme sur la règle graduée R, après réflexion sur le miroir (fig. 3).

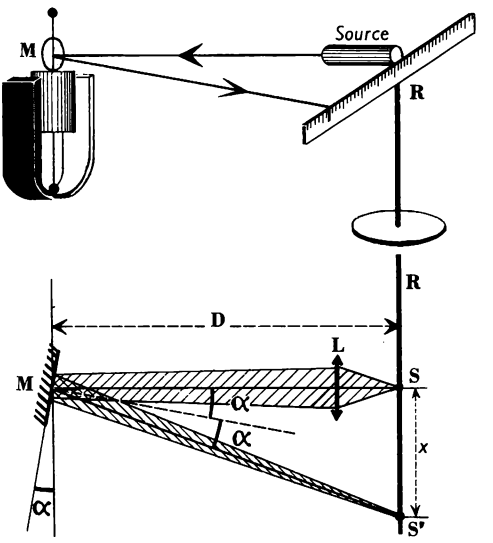


FIG. 3.

Lorsque le cadre du galvanomètre n'est parcouru par aucun courant, l'image S' se forme sur le zéro de la règle, le faisceau lumineux frappant normalement le miroir et étant renvoyé par celui-ci dans sa direction initiale.

Lorsque le cadre est parcouru par un courant, on observe qu'il tourne et se fixe dans une nouvelle position d'équilibre. Si l'on désigne par α l'angle de rotation du cadre (et du miroir), le faisceau réfléchi tourne de l'angle 2α, et l'image S' vient à la distance x de la source S. Connaissant la distance D séparant le miroir de la règle et mesurant le déplacement x du spot, on peut calculer l'angle de rotation α, défini par la relation

$$\boxed{\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{x}{D}}.$$

Très souvent, l'angle de rotation α est assez petit pour que l'on puisse confondre l'angle 2α, exprimé en radians, et sa tangente. On obtient alors la valeur de l'angle de rotation du cadre (en radians) par la formule

$$\boxed{\alpha \approx \frac{x}{2D}},$$

les longueurs x et D étant exprimées avec la même unité, d'ailleurs quelconque.

La méthode de Poggendorf permet de mesurer de très petites rotations, indécelables par une autre méthode. Elle permet de constater, avec une grande précision, l'absence de rotation du cadre, prouvant ainsi que l'appareil n'est traversé par aucun courant (pont de Wheatstone). Dans ce dernier cas, on dit que l'on utilise le galvanomètre comme un **appareil de zéro.**

2. Équation d'équilibre du cadre traversé par un courant.

Étudions les forces de Laplace agissant sur les côtés d'une spire MNPQ parcourue par un courant d'intensité I et plongée dans un champ radial d'induction $\vec{B}$ de module constant B. Le conducteur MN, est soumis à la force $\vec{F'}$, de module $F' = B \times I \times MN$ perpendiculaire au plan du cadre, puisque perpendiculaire à la fois au vecteur $\vec{B}$ et à la direction du courant. (Dans ce cas, l'angle du vecteur $\vec{B}$ et du courant est un angle droit et son sinus est égal à 1). De même, la force $\vec{F''}$ qui agit sur le conducteur PQ est une force perpendiculaire au plan du cadre, de module $F'' = B \times I \times PQ = F'$ puisque les côtés MN et PQ sont égaux. La règle des trois doigts de la main gauche montre que ces forces sont de sens opposés et constituent un couple de moment

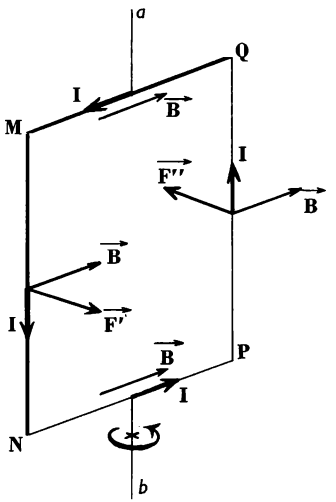


FIG. 4.

$$\mathcal{M}_1 = B \times I \times MN \times PQ = B.I.S,$$

en désignant par S l'aire de la spire.

Les côtés MQ et NP sont parallèles au vecteur induction magnétique et les forces de Laplace qui agissent sur ces conducteurs sont nulles. Le cadre se compose de N spires d'aire S placées identiquement par rapport au champ, traversées par le même courant I circulant dans le même sens : chacune d'elles est soumise à l'action d'un couple de moment $\mathcal{M}_1$ et le cadre entier est soumis à l'action d'un couple de moment

$$\mathcal{M} = N\mathcal{M}_1 = B.S.N.I,$$

qui tend à le faire tourner, par exemple, dans le sens positif de la figure 4. Au cours de cette rotation, les fils de suspension sont tordus d'un angle α et exercent un couple de rappel proportionnel à cet angle. Le moment de ce couple de sens négatif, est

$$\mathcal{M}'. = -C\alpha,$$

en désignant par C la constante de torsion de ces fils (constante exprimée en mN/rd).

L'équilibre du cadre se produit pour un angle de torsion α tel que la somme algébrique des moments soit nulle :

$$B.S.N.I - C\alpha = 0.$$

On en déduit l'expression de l'angle α en fonction du courant I qui traverse le cadre :

$$\boxed{\alpha = \frac{B.S.N}{C} I}.$$

3. Sensibilité du galvanomètre.

Considérons le cadre en équilibre sous l'effet d'un courant d'intensité I, dans la position définie par l'angle

$$\alpha = \frac{B.S.N}{C} I. \qquad (1)$$

Donnons à l'intensité du courant un petit accroissement ΔI. Cette intensité devient $I' = I + \Delta I$; le cadre tourne d'un petit angle supplémentaire $\Delta\alpha$. Il occupe la position définie par l'angle $\alpha' = \alpha + \Delta\alpha$, tel que

$$\alpha' = \frac{B.S.N}{C} I'. \qquad (2)$$

Retranchons membre à membre les termes de l'équation (1) des termes correspondants de l'équation (2) :

$$\alpha' - \alpha = \frac{B.S.N}{C} (I' - I).$$

Le rapport $s = \frac{\Delta\alpha}{\Delta I} = \frac{\alpha' - \alpha}{I' - I}$, que l'on exprime en **radians par ampère** (rd/A), mesure la **sensibilité** de l'appareil. En effet, d'une manière générale, **la sensibilité d'un appareil de mesure est définie comme le rapport de la variation de l'indication de l'instrument** (ici $\Delta\alpha$) **à la variation correspondante de la grandeur mesurée** (ici ΔI).

Une grande sensibilité correspond à une grande valeur de ce rapport et, dans ce cas, il suffit d'une petite variation de la grandeur mesurée (I) pour provoquer une variation importante, aisément mesurable, de l'indication de l'appareil (α).

La sensibilité du galvanomètre est $\boxed{s = \frac{\Delta\alpha}{\Delta I} = \frac{B.S.N}{C}}$.

Nous voyons que sa valeur est constante, **indépendante en particulier de l'intensité initiale I.** On augmente la sensibilité en faisant croître l'induction B (usage d'aimants puissants), en augmentant le nombre des spires du cadre et la surface de chaque spire et en réduisant la constante de torsion des fils de suspension (usage de fils très fins et même de rubans de bronze dont l'épaisseur n'excède pas $\frac{1}{100}$ mm). Mais l'appareil devient fragile dans la mesure où l'on impose le poids d'un cadre plus lourd à des fils plus fins; la finesse des fils *aa'* et *bb'* limite l'intensité du courant qui peut les traverser sans dommage à une valeur très faible, de l'ordre du microampère. Enfin, un cadre lourd et de grandes dimensions oscille longtemps avant de se fixer dans sa position d'équilibre, ce qui peut être gênant si l'on doit effectuer de nombreuses mesures.

Mesure pratique de la sensibilité. — Comme dans le cas de la balance, on ne fait guère usage de la définition théorique de la sensibilité donnée ci-dessus. **On considère la plus faible variation de l'intensité provoquant un déplacement décelable du spot sur la règle graduée,** par exemple un déplacement de 1 millimètre. On dira que la sensibilité d'un galvanomètre usuel est de l'ordre de 10^{-8} ampère par millimètre : cela signifie que, sous l'effet d'une variation de l'intensité égale à 10^{-8} A, ou 0,01 microampère, le spot se déplace de 1 mm.

4. Suppression des oscillations. Résistance critique.

Montons en série une pile de f. é. m. 1,5 volt, une résistance de 1 000 000 ohms, un interrupteur et le galvanomètre (fig. 5). Établissons, puis coupons le courant. Le galvanomètre dévie, puis revient au zéro, autour duquel il oscille longtemps avant de se fixer.

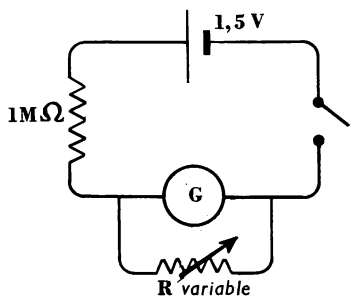


FIG. 5.

Montons en dérivation entre les bornes du galvanomètre une résistance variable (boîte à décades) pouvant prendre toutes les valeurs comprises entre 1 et 10 000 ohms par bonds de 1 ohm. Donnons à la boîte la valeur 10 000 Ω et recommençons l'expérience : le spot oscille encore avant de se fixer au zéro. Réduisons progressivement la résistance de la boîte : nous observons l'existence d'une **résistance critique** R_c, au-dessus de laquelle le spot revient en oscillant, mais **à partir et au-dessous de laquelle il prend sa position d'équilibre sans osciller.**

La résistance critique R_c est donc **la plus grande résistance que l'on peut monter en dérivation entre les bornes de l'appareil pour qu'il prenne sa position d'équilibre sans osciller.** Le galvanomètre, muni de sa résistance critique, est **apériodique.** C'est toujours dans ces conditions que l'on utilise un galvanomètre, que l'on équipe de sa résistance critique avant de procéder à la mesure de la sensibilité.

5. Galvanomètre balistique.

Un galvanomètre balistique est un galvanomètre dont **le cadre est artificiellement alourdi** à l'aide de deux petites surcharges ponctuelles.

Montons ce galvanomètre dans un circuit comprenant une pile (1,5 V), une résistance de 1 000 000 ohms et un interrupteur à pression, du type manipulateur Morse (fig. 6). Le galvanomètre est équipé de sa résistance critique R_c.

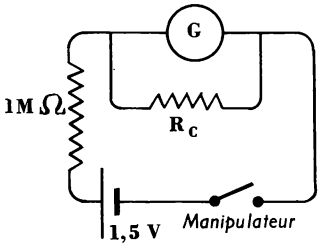


FIG. 6.

Appuyons sur le manipulateur pendant un temps très bref, par exemple $\frac{1}{10}$ s puis relâchons la pression. Le galvanomètre est parcouru par un **courant de très brève durée, pendant laquelle il ne dévie pratiquement pas** : nous observons une **déviation du spot,** qui se produit **après le passage du courant dans le cadre.** On dit que le galvanomètre fonctionne en balistique.

Le passage dans le cadre de la quantité d'électricité Q produit un **choc qui lance le cadre.** On démontre (nous l'admettrons) que **l'amplitude x de la déviation mesurée sur la règle, est proportionnelle à la quantité d'électricité Q qui a traversé l'appareil avant que le déplacement se produise :**

$$\boxed{x = KQ}.$$

Le galvanomètre balistique permet de mesurer de très petites quantités d'électricité : nous en verrons l'usage dans l'étude de la quantité d'électricité produite au cours d'un phénomène d'induction électromagnétique page 264 et dans l'étude du condensateur (ch. XXIV, § A).

6. Milliampèremètre.

Le milliampèremètre est un galvanomètre dont le cadre, de petites dimensions ($S = 1$ cm^2), est monté sur des pivots reposant dans deux petites cuvettes d'agate. Chaque pivot est muni d'un **ressort spiral,** en bronze, ayant pour effet de conduire le courant et de rappeler le cadre dans sa position d'équilibre en l'absence de courant (fig. 7). Le cadre est solidaire d'une aiguille qui se déplace devant une graduation. L'équation d'équilibre

$$\alpha = \frac{B.S.N}{C} I$$

est toujours valable, mais **la sensibilité est plus faible** à cause de la petitesse de l'aire S du

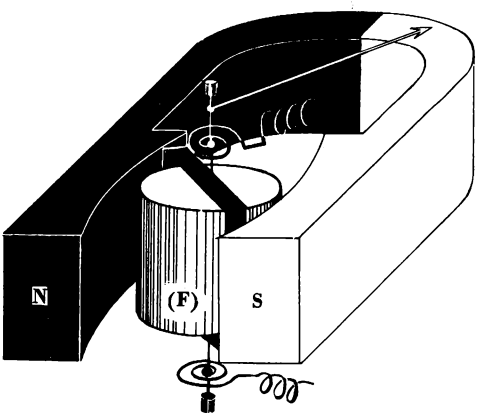


FIG. 7.

cadre et parce que les deux ressorts possèdent ensemble une constante de torsion C beaucoup plus grande que les fils ou les rubans d'un galvanomètre. Dans les appareils courants, une intensité de l'ordre du milliampère provoque une rotation de 90° et l'aiguille décrit alors tout le cadran. On sait réaliser de bons appareils, dans lesquels ce résultat est obtenu pour une intensité de l'ordre de quelques microampères (microampèremètres).

La déviation de l'aiguille étant proportionnelle à l'intensité du courant, les graduations portées par le cadran sont équidistantes et la lecture est aussi facile au début, au centre et à la fin de l'échelle.

L'aiguille est très fine (aiguille couteau) et se déplace devant un miroir plan. Lorsque l'aiguille cache son image, l'œil de l'observateur se trouve dans une position correcte et l'erreur de parallaxe est évitée.

7. Ampèremètre.

Un ampèremètre (fig. 8) se compose d'un milliampèremètre (de résistance R), muni d'un shunt au $n^{ième}$, de résistance $s = \frac{R}{n-1}$ (ch. IX, § 5), qui dérive à l'extérieur de l'appareil la fraction $\frac{n-1}{n}$ du courant d'intensité I à mesurer, le milliampèremètre ne recevant lui-même que l'intensité $i = \frac{I}{n}$.

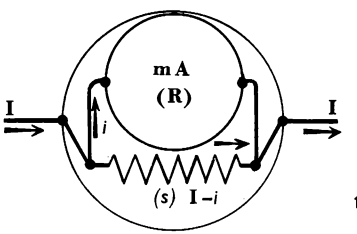


FIG. 8. — Ampèremètre, composé d'un milliampèremètre et d'un shunt intérieur.

Exercice 30. — Le cadre d'un milliampèremètre, de résistance R = 50 Ω, comporte 50 spires d'aire S = 1 cm², se déplaçant dans un champ magnétique radial d'induction constante B = 0,05 T. Quelle doit être la constante de torsion, C, des ressorts spiraux pour que la déviation maximale, de 90°, soit obtenue pour un courant dans le cadre d'intensité i = 1 mA?

On veut transformer ce milliampèremètre en ampèremètre de calibre 5 A. Quelle doit être la résistance du shunt monté entre les bornes du milliampèremètre?

L'équation d'équilibre du cadre, $\alpha = \frac{BSN}{C} i$, peut s'écrire

$$C = \frac{BSN}{\alpha} i.$$

Connaissant l'induction B = 0,05 T, l'aire S = 1 cm² = 10^{-4} m², le nombre N = 50 spires, l'intensité i = 1 mA = 10^{-3} A et l'angle d'équilibre correspondant α = 90° = 1,57 rd, nous pouvons calculer la constante de torsion C des spiraux :

$$C = \frac{5 \times 10^{-2} \times 10^{-4} \times 50 \times 10^{-3}}{1{,}57} = 1{,}59 \times 10^{-7} \text{ m.N/rd.}$$

Lorsque l'appareil présente sa déviation maximale, le milliampèremètre est parcouru par un courant d'intensité $i = 1$ mA; le courant total doit être $I = 5$ A.

Le rapport du courant total au courant qui traverse le milliampèremètre est $n = \frac{5}{0{,}001} = 5\,000$. La résistance du shunt doit être

$$s = \frac{R}{n - 1} = \frac{50}{4\,999} = 0{,}010\,002 \text{ ohm.}$$

REMARQUE. — Un ampèremètre présente en général plusieurs calibres correspondant aux diverses valeurs des shunts incorporés à l'appareil. Il est possible d'utiliser l'appareil au-delà de son calibre maximal en utilisant un shunt supplémentaire extérieur.

8. Voltmètre.

Un milliampèremètre muni d'une très forte résistance additionnelle montée en série, devient un voltmètre (fig. 9).

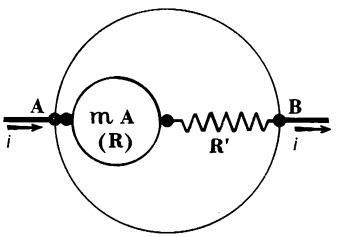


FIG. 9. — Voltmètre.

Soit R la résistance du milliampèremètre et R′ la résistance additionnelle. Lorsque le système est parcouru par le courant i, la d.d.p. entre ses bornes est

$$U_A - U_B = (R + R')\, i.$$

On voit que cette d.d.p. est proportionnelle à l'intensité i mesurée par le déplacement de l'aiguille du milliampèremètre. Le cadran peut être gradué en volts; l'appareil mesure la d.d.p. établie entre ses bornes.

Exercice 31. — **Un milliampèremètre, de résistance R = 50 ohms, de calibre 1 milliampère, est transformé en voltmètre à l'aide d'une résistance additionnelle R′ montée en série. On veut obtenir les calibres 1, 3, 10, 30, 100 volts. Calculer les valeurs correspondantes de la résistance R′. Dessiner le schéma du montage de ces résistances.**

Lorsque l'appareil dévie de l'angle maximal, le milliampèremètre et la résistance R′, montés en série, sont traversés par un courant d'intensité $i = 1$ mA $= 10^{-3}$ A. La différence de potentiel aux bornes du système doit être égale au calibre du voltmètre; désignons ce calibre par U. D'après la loi d'Ohm, le calibre est lié à la résistance R′ par l'expression

$$U = (R + R')\, i = 10^{-3}\,(50 + R').$$

Isolons R′ :

$$R' = 1\,000\,U - 50.$$

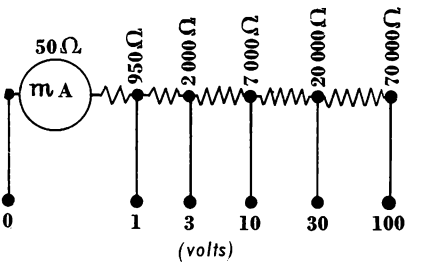


FIG. 10.

Les résistances additionnelles nécessaires (fig. 10) sont :

a)	pour U = 1 V :	R′ = 950;
b)	pour U = 3 V :	R′ = 2 950;
c)	pour U = 10 V :	R′ = 9 950;
d)	pour U = 30 V :	R′ = 29 950;
e)	pour U = 100 V :	R′ = 99 950.

On peut remarquer que la résistance totale du voltmètre est 1 000 Ω, 3 000 Ω, 10 000 Ω, 30 000 Ω, 100 000 Ω, pour les calibres 1V, 3V, 10V, 30 V, 100 V. On dit que la résistance du voltmètre est 1 000 ohms par volt.

Un voltmètre de bonne qualité doit présenter une résistance par volt aussi grande que possible.

9. Classe d'un appareil de mesure.

Les indications d'un ampèremètre ou d'un voltmètre ne sont jamais exactes, car il existe des **frottements aux contacts des pivots sur les cuvettes.** Ces frottements ne dépendent pas de la position de l'aiguille sur le cadran, c'est-à-dire de la valeur de la mesure.

Il en résulte que la borne d'incertitude sur la position de l'aiguille est toujours la même, quelle que soit la mesure, et peut être représentée par un pourcentage du calibre utilisé. Ce pourcentage se nomme **classe de l'instrument.**

Exercice 32. — On effectue des mesures avec un ampèremètre de classe 1,5 sur le calibre 5 A. Calculer la borne d'incertitude sur chaque mesure, en supposant négligeable l'erreur de parallaxe.

La borne de l'incertitude absolue commise sur chaque mesure est

$$5 \times \frac{1{,}5}{100} = 0{,}075 \text{ A.}$$

Nous l'obtenons en faisant le produit de la classe par le calibre et en divisant par 100 le résultat obtenu.

Si nous avons utilisé l'ampèremètre pour mesurer une intensité de l'ordre de 1 A, la borne de l'incertitude relative, ou précision de la mesure, est $\frac{0{,}075}{1} = 7{,}5$ %.

Si nous l'avons utilisé pour mesurer un courant d'intensité 4 A, la précision de la mesure devient

$$\frac{0{,}075}{4} = 1{,}875 \text{ \%, soit environ 2 \%.}$$

Pour obtenir de bonnes mesures, il est donc nécessaire d'utiliser l'instrument au voisinage du maximum de l'échelle employée. Pratiquement, on doit utiliser un appareil de mesure dans le troisième tiers de l'échelle, à la rigueur dans la seconde moitié; on modifie, s'il est nécessaire, les conditions de la mesure pour aboutir à ce résultat.

Les appareils courants sont de classe 1,5 ou 2. La classe 1 caractérise de très bons appareils, déjà très coûteux. La classe 0,5 est celle des appareils de contrôle, instruments de grand prix conservés dans des écrins et destinés à vérifier périodiquement la justesse d'appareils plus ordinaires.

RÉSUMÉ

Les appareils de mesure magnéto-électriques se composent tous d'un cadre parcouru par le courant à mesurer (ou par une fraction connue de ce courant), cadre plongé dans le champ magnétique produit par un aimant permanent et rappelé dans sa position initiale par un dispositif élastique de torsion. Les pièces polaires sont taillées de manière à obtenir un champ radial d'induction constante.

La rotation α du cadre d'un galvanomètre est mesurée par la méthode de Poggendorf; elle est proportionnelle à l'intensité i qui parcourt le cadre :

$$\alpha = \frac{B.S.N}{C} i.$$

Le galvanomètre est un appareil de zéro, mais il peut être utilisé pour mesurer de très faibles courants, d'intensité inférieure au microampère.

Le milliampèremètre est un galvanomètre dont le cadre, de très petites dimensions, est monté sur des pivots solidaires de ressorts spiraux, ayant pour effet de conduire le courant et de rappeler le cadre dans sa position d'équilibre.

Un milliampèremètre muni d'un shunt devient un ampèremètre. On le transforme en voltmètre en le montant en série avec une très forte résistance additionnelle.

La borne d'incertitude sur la position de l'aiguille correspondant à une intensité donnée est représentée par un pourcentage du calibre utilisé, nommé classe de l'instrument.

Exercices.

1. — 1° On dispose d'un milliampèremètre à cadre mobile gradué de 0 à 50 milliampères. Sa résistance intérieure est $g = 5$ ohms. Quelles sont les valeurs des résistances nécessaires et comment faut-il les brancher, pour transformer cet appareil :

a) en voltmètre destiné à la mesure des différences de potentiel comprises entre 0 et 5 volts;

b) en un ampèremètre destiné à la mesure d'intensités allant de 0 à 5 ampères?

2° Ce milliampèremètre est un appareil à cadre mobile à champ radial. Le cadre comporte 200 spires rectangulaires de dimension moyenne 4 × 2 centimètres carrés. L'induction du champ radial est 1 tesla. Le cadre dévie de 60° pour un courant de 50 milliampères. Quelle est la valeur, K, de la constante de torsion du fil de suspension du cadre?

Rép. : 1° *a*) 95 ohms, *b*) 0,050 5 ohm; 2° $7{,}64 \times 10^{-3}$ m.N/rd.

2. — Le cadre rectangulaire ABCD d'un galvanomètre comprend 500 spires isolées faites d'un fil dont la section circulaire a un diamètre $d = 0{,}1$ millimètre et dont le métal a une résistivité $\rho = 1{,}57.10^{-8}\ \Omega$ m. Les côtés AB et CD sont horizontaux, les côtés BC et DA verticaux. On donne : AB = CD = 2 centimètres; BC = DA = 3 centimètres.

1° Calculer la valeur g de la résistance du cadre.

2° Le cadre de ce galvanomètre est mobile autour de son axe vertical, dans une région où l'induction magnétique est radiale (en chaque point de cette région, le vecteur induction est perpendiculaire à l'axe de rotation et son support rencontre cet axe); dans la partie balayée par les côtés verticaux du cadre, l'intensité de l'induction magnétique est $B = 0{,}1$ tesla.

Quelle doit être la valeur de la constante de torsion du fil de la suspension du cadre pour que ce dernier dévie de 30°, à partir de sa position de zéro, lorsqu'il est parcouru par un courant de 0,5 miliampère?

Rép. : 1° 100 ohms. 2° $2{,}866 \times 10^{-5}$ m.N/rd.

3. — 1° Le cadre mobile d'un galvanomètre comprend 500 tours de fil fin conducteur isolés et enroulés suivant un rectangle ABCD. La longueur des côtés horizontaux AB et CD est 0,5 cm. La longueur des côtés verticaux BC et DA est 2 cm. Le champ d'induction magnétique $\vec{B}$ est uniforme et parallèle au côté AB; son intensité est $B = 0{,}1$ tesla.

L'intensité du courant qui passe dans le fil du cadre est 0,1 microampère. On demande de calculer la valeur du moment du couple de forces qui s'exerce sur ce cadre, en fonction de l'angle α du plan du cadre avec la direction du champ B.

2° Les rotations du cadre sont mesurées par la méthode optique sur une règle graduée en millimètres et placée à 1 m du miroir porté par le cadre du galvanomètre. La sensibilité du galvanomètre est 10^9 mm/A, c'est-à-dire qu'un courant de 10^{-9} A passant dans le cadre provoque un déplacement de 1 mm du spot lumineux sur la règle.

Calculer la valeur de la constante de torsion du fil. On suppose qu'en l'absence de courant, le plan du cadre est parallèle à la direction du champ $\vec{B}$.

Rép. : 1° $5 \times 10^{-10} \cos \alpha$ (m.N). 2° 10^{-8} m.N/rd.

4. — Un solénoïde long (S) comporte $N_1 = 1\,000$ spires par mètre. Au centre de cette bobine on dispose un cadre circulaire, d'aire $S = 4$ cm^2, comportant $N = 100$ spires, mobile, autour d'un axe diamétral XY perpendiculaire à l'axe du solénoïde.

Ce cadre est rappelé dans sa position d'équilibre, parallèle à l'axe du solénoïde, par deux fils de torsion tendus dans la direction XY et servant aussi à conduire le courant dans le cadre.

Le cadre, de résistance $r = 49$ ohms, est monté en série avec une résistance $R = 9\,950$ ohms, et l'ensemble $r + R$ est monté en dérivation entre les bornes P et Q du solénoïde dont la résistance est 1 ohm.

Tout l'ensemble fait partie d'un circuit parcouru par un courant de 5 A, qui arrive en P, se partage entre le solénoïde (S) et le cadre et sort par la borne Q. On observe que le cadre tourne d'un angle $\alpha = 60°$.

a) Quelle est la constante de torsion des fils de suspension?

b) Établir la relation qui existe entre l'intensité I du courant entrant en P et sortant en Q et la rotation α du cadre.

Application : $\alpha = 20°$, calculer I.

Rép. : *a*) $C = 6 \times 10^{-8}$ m.N/rd. *b*) $I = \sqrt{\dfrac{37{,}5}{\cos \alpha} \cdot \dfrac{\alpha}{\pi}}$, 2,1 A.

CHAPITRE XXII

INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

A. — ÉTUDE QUALITATIVE.

1. Le phénomène d'induction électromagnétique.

Plaçons un barreau aimanté au voisinage d'une bobine de 1 000 spires de manière que son axe magnétique coïncide avec l'axe de la bobine. Réunissons les bornes de la bobine à celles d'un galvanomètre à aiguille dont le zéro est au milieu de la graduation : nous observons que l'aiguille reste au zéro, comme il est naturel puisque le circuit ne contient aucun générateur.

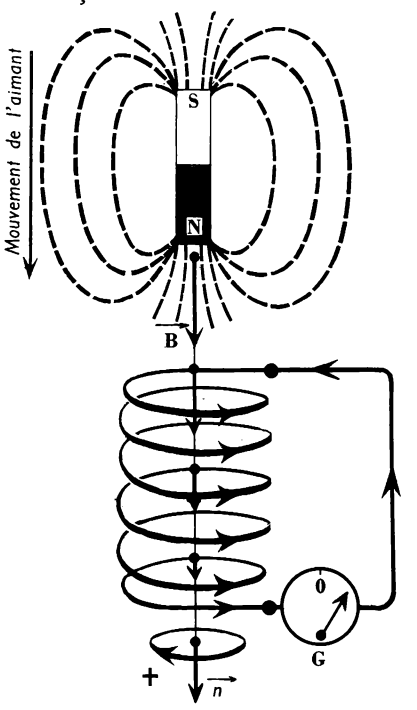


FIG. 1.

Approchons l'aimant de la bobine, ou la bobine de l'aimant : nous voyons l'aiguille du galvanomètre dévier dans un certain sens, puis revenir au zéro lorsque l'aimant revient au repos (fig. 1).

Écartons l'aimant, ou la bobine : l'aiguille du galvanomètre dévie en sens inverse et revient au zéro lorsque l'aimant se fixe dans sa nouvelle position.

Interprétation. — Choisissons un sens positif $\vec{n}$ sur l'axe de la bobine. Le vecteur $\vec{n}$ indique le sens positif de la normale au plan de chaque spire et la règle du tire-bouchon permet alors de définir le sens positif du courant qui parcourt la bobine.

Lorsque la bobine est dans le champ de l'aimant, elle est traversée par un flux positif si $\vec{n}$ et $\vec{B}$ sont de même sens, négatif dans le cas contraire.

Si la bobine se déplace par rapport à l'aimant, le flux qui la traverse varie, car le vecteur induction $\vec{B}$ diminue rapidement à mesure que l'on s'écarte de l'un des pôles; on observe qu'elle est parcourue par un courant.

Au contraire tant que la bobine reste immobile par rapport à l'aimant, elle est traversée par un flux constant; elle n'est alors le siège d'aucun courant.

CONCLUSION. — Toute variation du flux magnétique dans un circuit fermé entraîne donc l'apparition dans ce circuit d'un courant, dit induit, qui dure aussi longtemps que la variation de flux elle-même.

Comme nous n'avons disposé aucun générateur dans le circuit, nous devons conclure que la bobine, traversée par un flux magnétique variable, devient elle-même un générateur, siège d'une force électromotrice, dite induite.

C'est le phénomène d'induction électromagnétique.

2. Sens de la force électromagnétique induite.

L'axe magnétique $\overrightarrow{SN}$ d'un aimant coïncide avec l'axe d'une bobine (*b*). Prenons le sens de $\vec{B}$ comme sens de la normale positive $\vec{n}$ au plan de chaque spire : la règle du tire-bouchon donne alors le sens positif du courant dans la bobine et dans le galvanomètre relié à ses bornes.

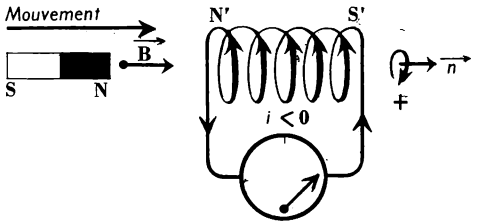


FIG. 2. — Le flux Φ croît.

a) Figure 2. — Approchons le barreau aimanté de la bobine : elle est traversée par un flux positif croissant et la déviation du galvanomètre indique que le courant induit est de sens négatif. Nous avons simultanément les deux inégalités suivantes :

$$\Delta\Phi > 0 \quad \text{et} \quad i < 0.$$

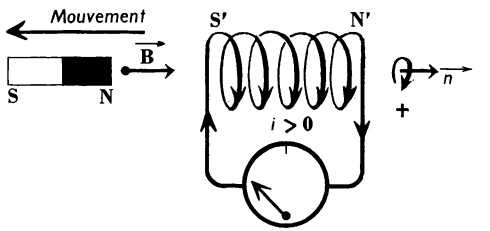


FIG. 3. — Le flux Φ décroît.

b) Figure 3. — Écartons le barreau aimanté de la bobine : elle est traversée par un flux positif décroissant et la déviation du galvanomètre, qui s'effectue dans le sens contraire, indique le passage d'un courant de sens positif. Nous avons les inégalités suivantes :

$$\Delta\Phi < 0 \quad \text{et} \quad i > 0.$$

Les sens positifs du flux et du courant ayant été associés par la règle du tire-bouchon, nous constatons que le courant induit est constamment de signe opposé à celui de la variation du flux inducteur.

Le courant induit circulant dans la bobine produit lui-même un champ magnétique (chapitre XVIII). Ce champ traverse toutes les spires et y engendre un **flux magnétique propre**, ou auto-induit φ, **de même signe que le courant induit** i.

La bobine est donc traversée par un flux total résultant de la superposition du flux propre et du flux inducteur dû à l'aimant.

Nous avons les inégalités suivantes :

$$\Delta\Phi > 0 \quad \text{entraîne} \quad i < 0 \quad \text{et} \quad \varphi < 0,$$
$$\Delta\Phi < 0 \quad \text{entraîne} \quad i > 0 \quad \text{et} \quad \varphi > 0.$$

Nous devons conclure que **le flux propre, engendré par le courant induit, s'oppose aux variations du flux magnétique inducteur : il prolonge un flux inducteur décroissant et s'oppose à un flux croissant.**

La bobine, parcourue par le courant induit, présente une face nord et une face sud. Nous constatons que la bobine présente une face nord à l'approche d'un pôle nord et une face sud à un pôle nord qui s'éloigne.

Nous savons que deux pôles ou faces de même nom se repoussent et que deux pôles ou faces de noms contraires s'attirent. Nous devons conclure que **le courant induit est de sens tel qu'il s'oppose, par les forces magnétiques qu'il engendre, aux déplacements qui lui donnent naissance.**

Plus généralement, les remarques précédentes se traduisent par un énoncé unique, connu sous le nom de **loi de Lenz** :

Le courant induit s'oppose, par ses effets électromagnétiques, à la cause qui lui donne naissance.

3. Variation du flux par déformation du circuit induit.

On nomme **circuit induit** le circuit traversé par un flux extérieur (flux inducteur). Ce circuit est le siège du courant induit. Nous le supposerons formé de deux rails XX′ et YY′, parallèles et situés dans un plan horizontal, réunis en X et Y à travers un galvanomètre G et réunis d'autre part par le conducteur mobile MN.

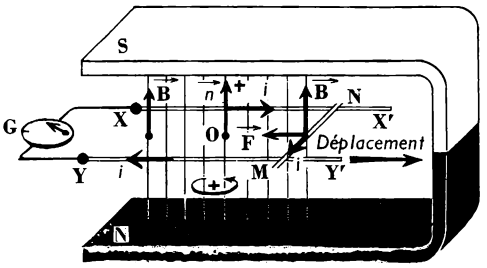


FIG. 4.

L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme d'induction $\vec{B}$ verticale ascendante (fig. 4).

Choisissons le sens positif ascendant comme sens positif de la normale au plan du circuit. La règle du tire-bouchon nous permet alors de reconnaître le sens YMNX comme sens positif du courant.

Écartons vivement le conducteur MN des extrémités X et Y : nous constatons que le galvanomètre indique le passage d'un courant de sens négatif (sens XNMY).

Rapprochons vivement le conducteur MN de XY : le galvanomètre indique le passage d'un courant de sens positif (sens YMNX).

Les lois qualitatives nous donnent deux manières de prévoir le sens du courant induit :

***a*) Par le sens du flux propre.** — Lorsque le conducteur MN s'écarte des extrémités XY, l'aire du circuit augmente et le flux qui le traverse est un flux positif croissant. Le flux propre doit être de sens négatif, c'est-à-dire de sens opposé à celui des vecteurs $\vec{B}$ et $\vec{n}$: le flux propre est vertical descendant et la règle du tire-bouchon indique que le courant induit doit circuler dans le sens négatif XNMY.

***b*) Par la règle d'opposition au déplacement du conducteur MN.** — Ce conducteur doit subir l'action d'une force de Laplace résistante, donc dirigée vers l'intérieur du circuit si nous écartons MN de XY. La règle des trois doigts de la main gauche montre alors que le courant doit parcourir le conducteur mobile dans le sens NM et le sens du courant induit est XNMY.

4. Variation de l'induction magnétique du champ inducteur.

La bobine intérieure (*b*) est plongée dans le champ magnétique uniforme qui s'établit à l'intérieur de la bobine (*b'*) parcourue par le courant I' (fig. 5).

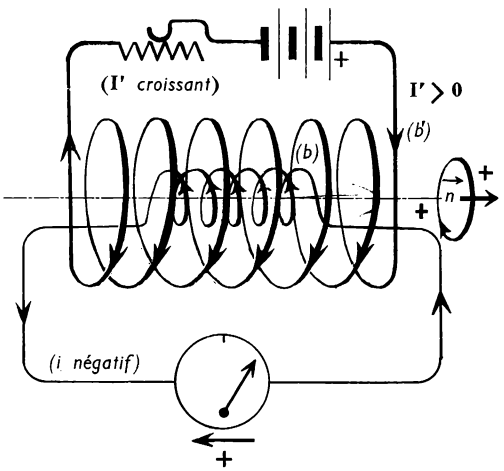


FIG. 5.

Choisissons un sens positif $\vec{n}$ sur l'axe commun des deux bobines. Le sens positif de circulation du courant, donné par la règle du tire-bouchon, est le même pour les spires des deux bobines.

Supposons que le courant I' dans (*b'*) soit positif. Faisons croître vivement l'intensité de ce courant en agissant sur le curseur du rhéostat R. **Le galvanomètre monté entre les bornes de la bobine (*b*) indique le passage d'un courant induit de sens négatif pendant le déplacement du curseur.**

La loi de Lenz permet de prévoir le sens de ce courant : la bobine (*b*) est traversée par un flux croissant ($\Delta\Phi > 0$). Elle est parcourue par un courant induit ayant pour effet de produire un flux propre négatif ($\varphi < 0$) ; ce courant induit doit parcourir les spires de (*b*) dans le sens négatif.

NOTA. — Les expériences du § 2 pourraient être refaites en remplaçant l'aimant par une bobine parcourue par un courant constant : nous obtiendrions les mêmes résultats, la bobine reliée au galvanomètre étant le siège d'un courant induit, lorsque la seconde bobine, jouant le rôle de l'aimant, subirait un déplacement par rapport à la première.

5. Variation de la perméabilité du milieu.

La bobine extérieure (b') est fixe et parcourue par le courant constant I' (fig. 6). La bobine (b), reliée au galvanomètre (G), est immobile à l'intérieur de (b') : elle n'est parcourue par aucun courant et le galvanomètre reste au zéro (elle est, en effet, traversée par un flux constant). On enfonce un barreau de fer doux à l'intérieur de la bobine (b) et l'on constate que le galvanomètre indique le passage d'un courant, I. On retire le barreau de fer et le galvanomètre indique le passage d'un courant de sens contraire. Pendant l'introduction du barreau, le milieu intérieur à la bobine (b) est modifié : l'air est remplacé par du fer.

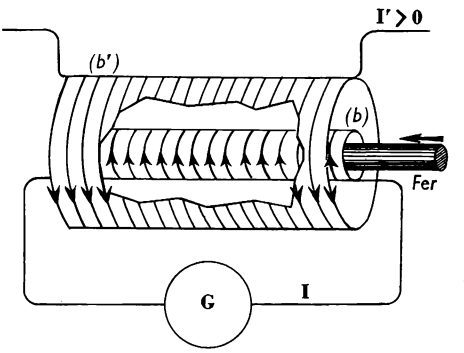


FIG. 6. — On enfonce le fer. La bobine intérieure est parcourue par un courant I de sens opposé à I'.

L'apparition d'un courant induit et le sens de ce courant, prouvent que **l'introduction du barreau produit un accroissement du flux inducteur,** tandis que **son extraction entraîne une diminution de ce flux.**

Cette expérience montre bien que le fer est un milieu plus favorable que l'air à l'établissement du flux magnétique. Nous avons vu (ch. XX, § 8) que la perméabilité du fer est beaucoup plus grande que celle de l'air ou du vide.

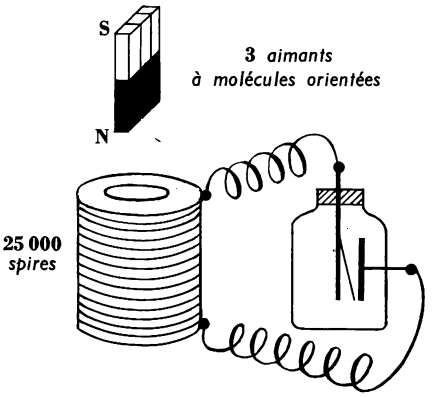


FIG. 7.

6. Force électromotrice induite dans un circuit ouvert.

Les expériences précédentes mettent en évidence l'existence d'un courant induit dans un circuit fermé embrassant un flux magnétique variable; nous devons conclure que cette variation de flux

engendre dans le circuit une f.é.m. induite. Il se pose alors la question de savoir si cette f.é.m. existe indépendamment du courant, lorsque, le circuit étant ouvert, aucun courant ne peut s'y établir.

Relions les bornes d'une bobine de 25 000 spires (bobine Leyboldt par exemple), d'une part à l'électrode liée aux feuilles d'un électroscope, d'autre part à la cage de l'appareil (fig. 7).

Constituons un aimant puissant en réunissant trois aimants à molécules orientées liés ensemble de manière que leurs axes magnétiques soient de même sens.

Plongeons l'aimant dans la bobine : nous observons une légère déviation de l'électroscope, pendant la durée du mouvement. Retirons l'aimant : nous avons un nouvel écart des feuilles d'or.

Cette expérience prouve qu'il **apparaît une différence de potentiel électrique entre les bornes de la bobine, bien que le circuit soit ouvert** et qu'il ne puisse exister de courant induit. **L'existence de la f.é.m. induite est donc indépendante du fait que le circuit soit ouvert ou fermé** : elle n'est pas liée à l'existence du courant induit.

Reprenons l'expérience du paragraphe 3, en supposant maintenant que les points X et Y ne soient pas réunis à travers le galvanomètre (fig. 8). Nous devons admettre que la force électromotrice se produit malgré la coupure du circuit : **lorsque le conducteur MN se déplace, il coupe du flux et devient le siège d'une force électromotrice induite.** Le sens de cette f.é.m. est celui du courant qu'elle engendrerait si le circuit était fermé : s'il pouvait exister un courant induit, il réagirait sur le flux inducteur pour donner une force de Laplace de sens opposé au déplacement du conducteur MN.

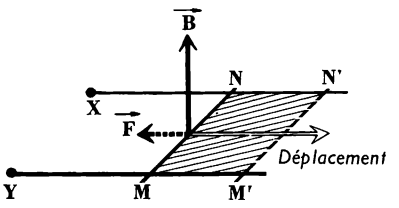


FIG. 8. — La force $\vec{F}$ existerait et serait opposée au déplacement si le circuit était fermé. A circuit ouvert, il apparaît une d.d.p. $U_Y - U_X$ entre X et Y.

Nous sommes amenés à énoncer une seconde loi qualitative de l'induction électromagnétique :

Tout conducteur qui se déplace dans un champ magnétique en coupant du flux est le siège d'une force électromotrice induite. Le signe de cette f.é.m. est celui du courant qu'elle engendrerait si elle agissait seule dans un circuit fermé contenant le conducteur mobile.

B. — LOI QUANTITATIVE.

Reprenons l'expérience du paragraphe 1 (déplacement d'un barreau aimanté selon l'axe d'une bobine de 1 000 spires), en suspendant le barreau comme l'indique la figure 9, à l'aide d'un fil enroulé à sa partie supérieure sur le cylindre d'un petit treuil. Cette disposition permet de déplacer le barreau d'un mouvement régulier, plus ou moins rapide selon la vitesse avec laquelle on agit sur la manivelle du treuil.

Laissons descendre très lentement le barreau aimanté, par exemple à raison d'un tour de manivelle par seconde, et notons la déviation du galvanomètre. Recommençons l'expérience avec une vitesse double, en faisant toujours décrire à l'aimant le même trajet : la déviation de l'aiguille est à peu près deux fois plus grande que dans le premier cas, mais la durée de l'expérience est évidemment deux fois plus courte. Recommençons l'expérience en liant ensemble deux aimants identiques d'axes magnétiques de même sens, descendant à raison d'un tour par seconde : nous obtenons encore une déviation à peu près double de celle obtenue dans le premier cas.

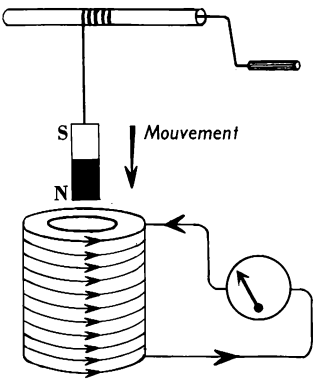


FIG. 9. — Le courant induit croît en même temps que la vitesse du barreau aimanté.

Ces expériences, très imprécises, nous permettent cependant de reconnaître les facteurs du phénomène d'induction électromagnétique. Nous pouvons dire que la f.é.m. induite est proportionnelle à l'intensité du courant induit, mesurée par le galvanomètre, puisque la résistance du circuit est invariable. Lorsque, toutes choses égales par ailleurs, nous déplaçons le même aimant deux fois plus vite, nous produisons dans la même bobine la même variation de flux magnétique dans un temps deux fois plus bref : la vitesse de variation du flux est deux fois plus grande et nous obtenons une f.é.m. deux fois plus grande également.

Lorsque nous déplaçons deux aimants à la fois dans le même temps que nous le faisions d'abord avec un seul, nous produisons dans ce temps une variation double de flux dans la bobine : la vitesse de variation de flux est encore deux fois plus grande; on observe bien une f.é.m. sensiblement double.

Nous sommes amenés à conclure que la force électromotrice induite est **une fonction croissante de la vitesse de variation du flux magnétique dans le circuit.** Les résultats précédents suggèrent même qu'il existe une **proportionnalité** entre la f.é.m. induite et la vitesse de variation du flux.

7. Loi quantitative de l'induction électromagnétique.

Des expériences précises montrent que **la force électromotrice induite est proportionnelle à la variation de flux magnétique dans le circuit induit et inversement proportionnelle à la durée de cette variation.** On peut encore dire que la f.é.m. induite est **proportionnelle à la vitesse de variation du flux** dans le circuit :

$$|e| = k\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|.$$

Le circuit étant orienté, nous savons que la f.é.m. e et la variation de flux $\Delta\Phi$ sont de signes contraires. L'intervalle de temps Δt étant toujours positif, nous obtenons la loi quantitative algébrique de l'induction électromagnétique :

$$\boxed{e = -k\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}.$$

Le signe — traduit ici le fait que le courant induit, s'il existe, s'oppose par ses effets magnétiques à la variation de flux qui le produit.

8. Valeur de la constante k dans le système international.

Reprenons encore l'expérience du paragraphe 3.

Compte tenu du sens choisi pour la normale $\vec{n}$, le flux inducteur reste positif au cours du déplacement effectué vers la droite, à vitesse constante, dans le sens des flux croissants, pendant la durée Δt (fig. 10).

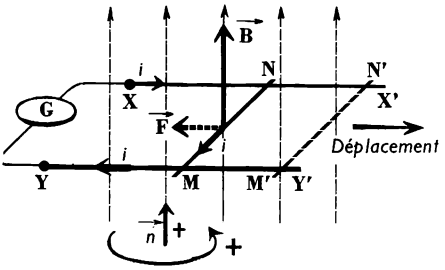


FIG. 10.

La variation de flux étant positive ($\Delta\Phi > 0$), le courant induit est négatif ($i < 0$). D'après le théorème de Maxwell, le travail de la force électromagnétique $W = i.\Delta\Phi$, est négatif, comme il convient pour un travail résistant.

La cause du déplacement du conducteur MN est la force extérieure exercée par la main de l'opérateur. Cette force motrice produit un travail moteur, donc positif, égal en valeur absolue au travail résistant opposé par la force électromagnétique.

Le milieu extérieur fournit donc au circuit le travail positif

$$W_{ext.} = -W = -i.\Delta\Phi.$$

Pendant la durée Δt du déplacement, le circuit a été le siège d'une f.é.m. e (négative) engendrant le courant i (négatif). La puissance électrique apportée par cette f.é.m. est $P = e\,i$ (positive) et l'énergie électrique libérée dans le circuit pendant la durée Δt est $W_e = e\,i.\Delta t$.

Nous pouvons dire que le travail $W_{ext.}$ produit par la force extérieure s'est transformée en énergie électrique disponible dans le circuit, où elle s'est convertie en chaleur par effet Joule. Le principe de conservation de l'énergie conduit à l'égalité

$$W_e = W_{ext.},$$

que nous pouvons écrire

$$e i . \Delta t = - i . \Delta \Phi .$$

En divisant les deux membres par $i . \Delta t$, nous retrouvons la loi de l'induction électromagnétique sous la forme

$$e = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} .$$

Le raisonnement précédent a été tenu en utilisant les résultats des chapitres V et XIX, résultats obtenus dans le système international. Nous voyons que, dans ce système, **la constante k doit être égale à l'unité.**

La force électromotrice induite dans un circuit subissant pendant la durée Δt (secondes) une variation de flux magnétique $\Delta \Phi$ (webers) est donnée en volts par la formule

$$e = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} .$$

Le signe — ne possède de signification que si le circuit a été préalablement orienté. Il exprime que le courant induit, s'il existe, s'oppose par ses effets électromagnétiques à la cause qui le produit.

9. Quantité d'électricité induite. Application à la mesure des flux.

a) **Considérons un circuit fermé subissant pendant la durée Δt une variation de flux $\Delta \Phi$ s'effectuant d'une façon linéaire,** c'est-à-dire proportionnellement au temps.

Le circuit est le siège d'une f.é.m. induite $e = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$. Si l'on désigne par R la résistance totale du circuit, cette f.é.m. y engendre un courant induit, dont l'intensité est donnée par la loi de Pouillet :

$$i = \frac{e}{R} = - \frac{\Delta \Phi}{R . \Delta t} .$$

La f.é.m. induite est constante puisque la variation de flux est proportionnelle au temps (l'accroissement de flux $\Delta \Phi$ est constamment proportionnel à l'accroissement de temps Δt; le rapport $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ est constant); l'intensité i du courant induit est donc constante et la quantité d'électricité produite pendant le phénomène d'induction est

$$q = i . \Delta t = - \frac{\Delta \Phi}{R} .$$

Nous voyons que cette quantité d'électricité est indépendante de la durée du phénomène et reste proportionnelle à la variation du flux magnétique embrassé par le circuit. En effet, supposons que nous produisions cette variation de flux dans un temps deux, trois,... fois plus court ; nous obtiendrions des f.é.m. induites et des intensités deux, trois,... fois plus grandes, mais le produit du temps par l'intensité du courant, qui mesure la quantité d'électricité circulant dans le circuit, resterait la même.

b) **Si la variation de flux n'est pas proportionnelle au temps, la f.é.m. induite et l'intensité du courant sont des grandeurs variables au cours du phénomène d'induction.** Nous pouvons alors diviser la durée totale du phénomène en intervalles de temps Δt assez petits pour que la vitesse de variation du flux puisse être considérée comme constante au cours de chacun d'eux. Au cours des intervalles de temps Δt_1, Δt_2, Δt_3, ..., nous obtenons les quantités d'électricité

$$q_1 = -\frac{\Delta\Phi_1}{R}, \qquad q_2 = -\frac{\Delta\Phi_2}{R}, \qquad q_3 = -\frac{\Delta\Phi_3}{R} \cdots$$

La quantité totale d'électricité produite au cours du phénomène d'induction est

$$Q = q_1 + q_2 + q_3 + \cdots = -\frac{\Delta\Phi_1 + \Delta\Phi_2 + \Delta\Phi_3 + \cdots}{R}.$$

Si nous remarquons que la somme des variations élémentaires de flux est égale à la variation totale du flux magnétique embrassé par le circuit, dont les valeurs initiale et finale sont respectivement Φ et Φ', nous obtenons l'expression générale, valable quelle que soit l'allure de la variation de flux :

$$\boxed{Q = -\frac{\Phi' - \Phi}{R}}.$$

Nous voyons que **la quantité d'électricité induite est toujours proportionnelle à la variation du flux magnétique embrassé par le circuit ; elle est, en particulier, indépendante de la durée du phénomène et des variations éventuelles de la vitesse de variation du flux.**

Exercice 33. — Un galvanomètre balistique, de résistance intérieure $r = 200\ \Omega$, est monté en série avec sa résistance critique $R = 600\ \Omega$. Une bobine de 100 spires d'aire $s = 20\ cm^2$, de résistance négligeable, ferme le circuit.

La bobine est plongée dans la région de champ uniforme d'un aimant en U, où l'induction magnétique est $B = 0{,}02$ T, de manière que le plan des spires soit perpendiculaire aux lignes de champ. On retourne la bobine en lui faisant subir une rotation de 180° autour de l'un de ses diamètres (fig. 11). La durée de cette rotation étant 0,1 s, on demande quelles sont les valeurs moyennes de la f. é. m. et de l'intensité du courant induit, la quantité d'électricité induite et l'amplitude de la déviation du galvanomètre dont la sensibilité en balistique est 10^{-7} coulomb par division.

Associons à la bobine une demi-normale positive initialement dirigée dans la direction et le sens de l'induction $\vec{B}$ du champ produit par l'aimant. La règle du tire-bouchon nous donne alors le sens positif du courant.

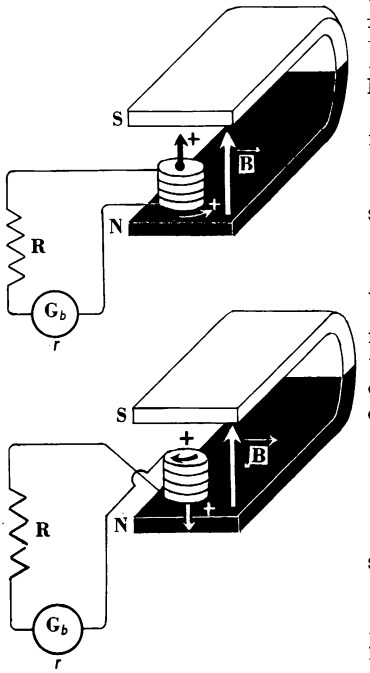


FIG. 11.

La bobine embrasse initialement un flux positif de valeur

$$\Phi = B.S.N = 0{,}02 \times 2 \times 10^{-3} \times 100,$$

soit $\Phi = 2 \times 10^{-3}$ Wb.

Lorsque la bobine est retournée, le vecteur $\vec{B}$ est de sens contraire à la demi-normale positive $\overrightarrow{ON}$. La bobine embrasse un flux négatif de même valeur absolue que le flux initial. La valeur du flux final est

$$\Phi' = -2 \times 10^{-3} \text{ Wb.}$$

La variation de flux

$$\Delta\Phi = \Phi' - \Phi = -4 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

s'est effectuée pendant le temps

$$\Delta t = 0{,}1 \text{ s.}$$

La f. é. m. induite moyenne, c'est-à-dire la f. é. m. calculée en supposant une vitesse de variation de flux constante, est

$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = +0{,}04 \text{ volt.}$$

L'intensité du courant induit est donnée par la loi de Pouillet :

$$i = \frac{e}{r + R} = \frac{0{,}04}{800} = 5 \times 10^{-5} \text{ A.}$$

Les valeurs de e et i sont positives : ceci indique que le courant induit a circulé dans le sens positif du circuit.

La quantité d'électricité induite au cours du phénomène d'induction est

$$Q = -\frac{\Phi' - \Phi}{R'} = -\frac{\Delta\Phi}{R'}.$$

Avec $\Delta\Phi = -4 \times 10^{-3}$ Wb et $R' = r + R = 800$ ohms, il vient

$$Q = -\frac{-4 \times 10^{-3}}{8 \times 10^{2}} = 5 \times 10^{-6} \text{ coulomb.}$$

La sensibilité du galvanomètre balistique étant 10^{-7} C par division, l'amplitude de la déviation est

$$X = \frac{5 \times 10^{-6}}{10^{-7}} = 50 \text{ divisions.}$$

C. — APPLICATIONS DE L'INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE.

10. Dynamos et alternateurs.

Ces appareils font intervenir un grand nombre de **conducteurs actifs** qui se déplacent dans un champ magnétique intense en **coupant du flux magnétique.**

Chaque conducteur est le siège d'une faible force électromotrice, mais des connexions convenables permettent de les monter en série; on obtient des différences de potentiel aux bornes de l'appareil de l'ordre de 100 à 1 000 volts, ou davantage encore.

11. Courants de Foucault.

On nomme courants de Foucault les courants induits qui se produisent dans la masse des grosses pièces métalliques en mouvement dans un champ magnétique, ou immobiles, mais soumises aux variations du champ magnétique produit par un courant variable.

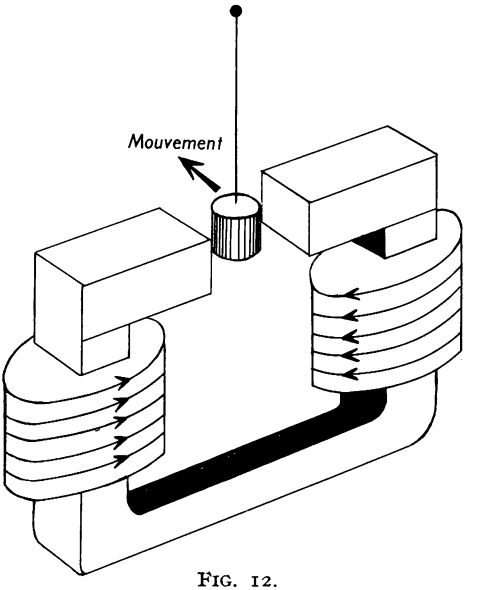


FIG. 12.

Ces courants sont très intenses, car une grosse masse conductrice présente toujours une faible résistance. Ils provoquent une perte d'énergie sous forme de chaleur par effet Joule. On limite ces courants en feuilletant les circuits magnétiques des dynamos et des transformateurs, de manière à accroître la résistance de la masse conductrice. Le feuilletage est effectué selon des plans perpendiculaires à la direction des courants induits.

Expérience. — La masse du pendule, oscillant dans le champ d'un électro-aimant, est le siège de courants de Foucault perpendiculaires au déplacement et aux lignes de champ (fig. 12). Par leurs effets électromagnétiques, ces courants s'opposent au déplacement et le mouvement du pendule s'amortit très vite. Si la masse conductrice est feuilletée horizontalement, l'amortissement est beaucoup moins rapide, car les courants de Foucault sont moins intenses.

D. — DÉFINITIONS LÉGALES DES UNITÉS MAGNÉTIQUES.

L'ordre d'exposition de ce cours nous a fait rencontrer d'abord l'induction magnétique, puis le flux magnétique et enfin le phénomène d'induction électromagnétique. Nous avons dû donner des définitions provisoires du tesla et du weber, différentes des définitions légales, que nous devons introduire maintenant.

12. Définition légale du weber.

Le weber est une unité dérivée du volt et de la seconde par la formule de l'induction électromagnétique, $e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.

Le weber est le flux magnétique qui, traversant un circuit d'une seule spire, y produit une force électromotrice de 1 volt, si on l'amène à zéro en 1 seconde, par décroissance uniforme.

Le flux, initialement positif, égal à 1 weber, décroît : $\Delta\Phi = -1$ Wb; cette décroissance se produit en 1 seconde : $\Delta t = 1$ s; nous avons bien

$$e = -\frac{-1}{1} = 1 \text{ volt.}$$

13. Définition légale du tesla (ou weber par mètre carré).

Le tesla est une unité dérivée du weber et du mètre carré par la formule $\Phi = B.S \cos \varphi$.

Le tesla est l'induction magnétique uniforme qui, répartie normalement sur une surface de 1 mètre carré, produit à travers cette surface un flux magnétique total de 1 weber.

RÉSUMÉ

Un circuit fermé, traversé par un flux magnétique variable, devient le siège d'un courant induit : c'est le phénomène d'induction électromagnétique.

Le courant induit s'oppose par ses effets électromagnétiques à la cause qui le produit (loi de Lenz). En particulier, le flux magnétique propre, créé dans le circuit par le passage du courant induit, s'oppose aux variations du flux inducteur : il prolonge un flux décroissant et s'oppose à un flux croissant.

Si la variation de flux est due à un déplacement, ou à une déformation du circuit, les forces électromagnétiques agissant sur les conducteurs parcourus par le courant induit s'opposent à ce déplacement ou à cette déformation.

La force électromotrice induite est proportionnelle à la variation de flux magnétique dans le circuit induit et inversement proportionnelle à la durée de cette variation. Dans le système international, où l'on exprime le flux en webers et le temps en secondes, la f.é.m. induite est exprimée en volts par la formule $e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.

La force électromotrice induite existe entre les extrémités de tout conducteur qui se déplace dans un champ magnétique en coupant du flux, même si ce conducteur n'appartient pas à un circuit fermé : dans ce cas, il n'existe pas de courant induit; le terme $\Delta\Phi$ représente le flux coupé.

La quantité d'électricité induite dans un circuit au cours d'un phénomène d'induction électromagnétique est indépendante de la durée du phénomène; elle est proportionnelle à la variation du flux magnétique qui traverse le circuit : $Q = -\frac{\Phi' - \Phi}{R}$.

Exercices.

1. — Un solénoïde S comporte 500 spires régulièrement réparties sur une longueur de 50 cm. L'axe de ce solénoïde est perpendiculaire au plan du méridien magnétique. Son diamètre est petit par rapport à sa longueur. On place au centre du solénoïde une petite bobine, B, comportant 500 spires de fil conducteur de résistance totale 20 ohms. Les deux bornes de cette bobine sont réunies par un fil de résistance négligeable. La surface de chaque spire est 10 centimètres carrés et le plan des spires est perpendiculaire à l'axe du solénoïde S. On établit progressivement le courant dans le circuit en partant de la valeur 0 jusqu'à la valeur 10 ampères, atteinte au bout de 4 secondes (la variation de l'intensité étant une fonction linéaire du temps). Quels sont le sens et l'intensité du courant induit dans la bobine? On admettra que le circuit de la bobine B se comporte comme une résistance pure. On précisera le sens du courant à l'aide d'un schéma.

Rép. : $7{,}85.10^{-5}$ A.

2. — 1° Un circuit comprend un générateur de f. é. m. 12 V et de résistance négligeable, un rhéostat dont la résistance totale est 35 ohms et une bobine, B, de résistance 32 ohms, comportant 1 000 spires régulièrement réparties sur une longueur de 1 mètre. Quelle est l'intensité du courant dans le circuit?

2° A l'intérieur de la bobine B est placée une seconde bobine, B′, de 5 centimètres de diamètre et comportant 100 spires, de façon que les axes des deux bobines coïncident. Un galvanomètre est monté en série avec la bobine B′. A l'aide d'un interrupteur monté en dérivation aux bornes du rhéostat, on met celui-ci en court-circuit. On admettra que la durée de la variation d'intensité qui en résulte est 0,1 seconde.

a) Représenter clairement, sur un schéma, le sens du vecteur induction à l'intérieur de la bobine B ainsi que le sens du courant induit dans le circuit de la bobine B′. On expliquera comment on peut le déterminer.

b) Calculer la f. é. m. d'induction qui apparaît aux bornes de la bobine B′.

c) La résistance de la bobine B′ est 8 ohms et celle du galvanomètre est 100 ohms. Calculer la quantité d'électricité induite au cours de ce phénomène d'induction.

d) Quelle serait la valeur de la quantité d'électricité induite si l'on recommençait la même expérience, l'axe de la bobine B′ faisant un angle de 30° avec celui de la bobine B?

Rép. : 1° : 0,18 A; 2° *a*) *b*) 0,484 mV, *c*) $4{,}48 \times 10^{-7}$ C, *d*) $3{,}38 \times 10^{-7}$ C.

3. — Une tige métallique OA de longueur 10 cm est mobile autour de son extrémité O dans un plan perpendiculaire aux lignes d'induction d'un champ uniforme d'intensité $B = 0{,}1 Wb/m^2$.

1° Cette tige tourne autour de O d'un mouvement uniforme à la vitesse de 1 tour par seconde. On demande de déterminer :

a) le flux coupé en 1 seconde;

b) l'expression du flux coupé en fonction du temps;

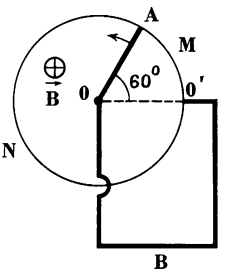


FIG. 13.

c) la valeur de la différence de potentiel qui apparaît entre les extrémités de la tige.

2° La tige tournant toujours à la même vitesse dans le même champ magnétique, son extrémité A frotte sur un cercle métallique de résistance $R = 6$ ohms, relié à l'extrémité O de la tige par un fil OBO′ de résistance $r = 0{,}5$ ohm, comme l'indique la figure. La tige ayant une résistance négligeable, on demande :

a) de calculer l'intensité du courant qui parcourt le fil OBO′ quand A se confond avec O′;

b) comment se partage le courant dans les branches O′MA et O′NA quand OO′ fait un angle de 60° avec OA comme l'indique la figure.

Rép. : 1° *a*) $3{,}14 \times 10^{-3}$ Wb, *b*) $\Phi = 3{,}14 \times 10^{-3}\, t$, *c*) 3,14 mV.
2° *a*) 6,28 mA, *b*) 1,96 mA, 0,39 mA.

CHAPITRE XXIII

AUTO-INDUCTION

A. — EXPÉRIENCE ET OBSERVATION.

1. Expérience.

Le générateur P est un générateur de 6 volts qui peut alimenter les deux circuits en dérivation L_1LA et L_2R_2B quand on abaisse l'interrupteur à double lame CA'B' (fig. 1).

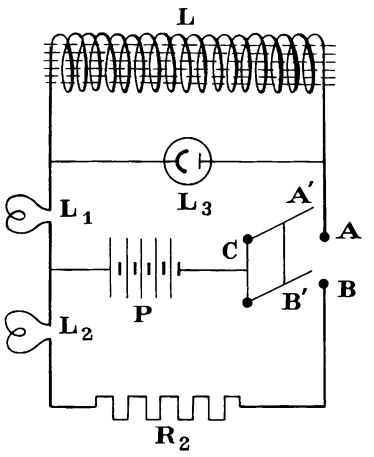


FIG. 1.

L_1 et L_2 sont deux petites lampes fonctionnant sous 6 volts; L_3 est une lampe au néon qui ne s'illumine que sous une différence de potentiel d'au moins 80 volts; L est une bobine de 500 spires présentant une résistance R_1 de quelques ohms dans laquelle on pourra glisser un noyau de fer doux; R_2 est une résistance égale à la résistance R_1 de la bobine.

Quand on abaisse l'interrupteur C, la lampe L_1 s'allume après la lampe L_2.

Quand on ouvre le circuit, la lampe L_3 s'illumine pendant un temps bref.

CONCLUSIONS. — 1° La bobine L s'oppose à l'établissement du courant.

2° A l'ouverture du circuit, une différence de potentiel nettement supérieure à la f.é.m. du générateur apparaît aux bornes de la bobine : il se produit une surtension.

2. Étincelle de rupture. Allume-gaz électrique.

La force électromotrice élevée qui se produit lors de l'ouverture d'un circuit comportant des bobines à noyau de fer peut provoquer de fortes étincelles capables de détériorer l'interrupteur. On évite la coupure brusque d'un courant de forte intensité en remplaçant l'interrupteur par un rhéostat à plots muni d'un plot mort (ch. VI, § 7), pourvu que le

curseur puisse se trouver en même temps en contact avec deux plots consécutifs lors du passage de l'un à l'autre.

Par contre, les étincelles de rupture dues à des successions rapides d'établissement et de coupure du courant sont utilisées dans certains allume-gaz électriques.

B. — ÉTUDE DE L'AUTO-INDUCTION.

3. Circuit fermé placé dans le vide ou dans l'air.

1° Définitions. — Nous savons qu'autour d'un circuit parcouru par un courant, s'établit un champ magnétique dont l'induction B en un point est proportionnelle à l'intensité i du courant : $B = ki$. En particulier, chaque élément ΔS d'une surface S limitée par le circuit est traversé par un flux $\Delta\Phi$, proportionnel à l'induction que crée le courant en ce point; donc $\Delta\Phi$ est proportionnel à i. Il en résulte que le flux Φ à travers la surface S est proportionnel à i, soit

$$\boxed{\Phi = Li} \qquad (1)$$

Le facteur de proportionnalité L, qui ne dépend que de la forme du circuit, est l'**inductance** ou **coefficient d'auto-induction** du circuit. Celui-ci est placé dans un champ d'induction qu'il crée lui-même, d'où le nom **d'auto-induction**. On dit aussi self-induction ou induction propre. L'unité d'inductance, dans le système SI, est le **henry** (H).

Le henry est l'inductance d'un circuit qui, parcouru par un courant de 1 ampère, est traversé par un flux d'auto-induction de 1 weber.

2° Inductance d'un solénoïde. — On sait qu'à l'intérieur d'un solénoïde de grande longueur l, constitué par N spires parcourues par un courant d'intensité i, le champ d'induction est uniforme. Les lignes de force sont parallèles à l'axe du solénoïde et l'induction est

$$B = \mu_0 \frac{Ni}{l} \qquad (\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}).$$

Le flux d'induction à travers les N spires est

$$\Phi = N.B.S = \mu_0 \frac{N^2 S i}{l}.$$

D'après la formule (1), l'inductance du solénoïde est

$$L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l}.$$

REMARQUES. — 1° Un solénoïde est considéré comme très long si la longueur l est supérieure à 10 fois le diamètre.

2° Si l'on introduit un noyau de fer doux à l'intérieur du solénoïde, l'inductance devient $L' = \mu_r L = \mu_r \mu_0 \frac{N^2 . S}{l}$, en désignant par μ_r la perméabilité relative du fer.

3° Force électromotrice d'auto-induction. — Les variations de l'intensité i du courant provoquent des variations du flux d'auto-induction $\Phi = Li$. L'expérience montre que ces variations de flux entraînent dans le circuit des phénomènes régis par les lois générales de l'induction électromagnétique. Il apparaît dans le circuit une f.é.m. d'induction e qui, d'après la loi de Lenz, s'oppose aux variations de flux, donc aux variations du courant i qui circule dans le circuit.

Pour une variation Δi de l'intensité produisant une variation du flux $\Delta\Phi$, pendant le temps Δt, la f.é.m. d'auto-induction est

$$(2) \qquad \boxed{e = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -L\frac{\Delta i}{\Delta t}} .$$

De la formule (2), découle la définition légale du henry :

Le henry est l'inductance d'un circuit fermé dans lequel une force électromotrice de 1 volt est produite lorsque le courant électrique qui parcourt le circuit varie uniformément à raison de 1 ampère par seconde.

N.B. — On peut dire encore que le circuit présente une force contre-électromotrice auto-induite $e' = L\frac{\Delta i}{\Delta t}$.

Exercice 34. — Une bobine cylindrique se compose de N = 1 000 spires de diamètre D = 5 cm régulièrement enroulées sur un noyau de fer de longueur l = 50 cm.

a) Calculer la valeur de la perméabilité relative du noyau, sachant que l'inductance de la bobine est L = 5 H. (On admettra que $\pi^2 \approx 10$.)

b) La bobine étant parcourue par un courant d'intensité I = 10 A, on fait brusquement décroître cette intensité selon la loi $i = 10 - at$. Calculer la constante a pour que l'annulation du courant se produise en 0,1 s. Calculer la force électromotrice auto-induite pendant la période de décroissance du courant.

a) Nous avons vu que l'inductance d'un solénoïde de longueur l, comportant N spires d'aire $S = \frac{\pi}{4} D^2$ est donnée par la formule

$$L = \mu_r \mu_0 \frac{N^2 S}{l}, \qquad \text{avec} \qquad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}.$$

Connaissant l'inductance L = 5 H, la longueur l = 50 cm = 0,5 m, le diamètre d'une spire D = 5 cm = 5×10^{-2} m et le nombre N = 1 000 des spires, nous pouvons calculer la perméabilité relative μ_r du noyau de fer :

$$\mu_r = \frac{4\,lL}{\mu_0 N^2 \pi D^2} = \frac{4 \times 0{,}5 \times 5 \times 10^7 \times 10^4}{4\pi \times 10^6 \times \pi \times 25} = 1\,000 \text{ (S I)}.$$

b) L'intensité décroît dans la bobine selon la loi $i = 10 - at$ et $i = 0$ à l'instant t = 0,1 s. Par conséquent

$$0 = 10 - 0{,}1\,a, \qquad \text{d'où} \qquad a = \frac{10}{0{,}1} = 100.$$

L'intensité du courant en fonction du temps est $i = 10 - 100\,t$. Cette intensité étant variable, la bobine est le siège d'une force électromotrice auto-induite $e = -L\dfrac{\Delta i}{\Delta t}$.

L'intensité du courant étant $i = 10 - at$ à l'instant t, elle devient $i + \Delta i = 10 - a(t + \Delta t)$ à l'instant $t + \Delta t$. La variation de l'intensité pendant la durée Δt s'obtient en prenant la différence de ces deux expressions : $\Delta i = 10 - a(t + \Delta t) - 10 + at = -a.\Delta t$. Nous avons donc $\dfrac{\Delta i}{\Delta t} = -a = -100$. La valeur de la f. é. m. auto-induite est

$$e = -L\frac{\Delta i}{\Delta t} = -L(-a) = aL = 500 \text{ volts.}$$

4. Établissement du courant dans un circuit inductif.

Nous avons vu (§ A, 1) que le courant ne s'établit pas instantanément à sa valeur maximale dans un circuit inductif. En effet, tant que l'intensité croît, le circuit est le siège d'une f. é. m. auto-induite $e = -L\dfrac{di}{dt}$, qui s'oppose à la f. é. m. E de l'accumulateur (fig. 2). Soit R la résistance totale du circuit. A chaque instant, l'intensité i vérifie la relation $E + e = Ri$, soit $E = Ri + L\dfrac{\Delta i}{\Delta t}$, obtenue par application de la loi de Pouillet.

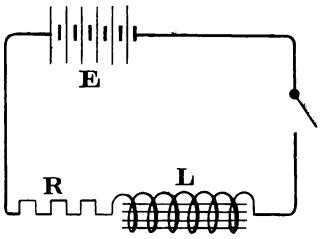


FIG. 2.

La figure 3 représente la variation de l'intensité pour $E = 12$ V, $L = 1$ H, $R = 10\ \Omega$.

On voit, sur cette courbe, comment l'intensité se rapproche indéfiniment de la valeur limite $I = \dfrac{E}{R} = \dfrac{12}{10} = 1{,}2$ A, qu'elle atteint **pratiquement** en quelques dixièmes de seconde.

NOTA. — On montre que, théoriquement, cette valeur limite ne doit être atteinte qu'au bout d'un temps infini.

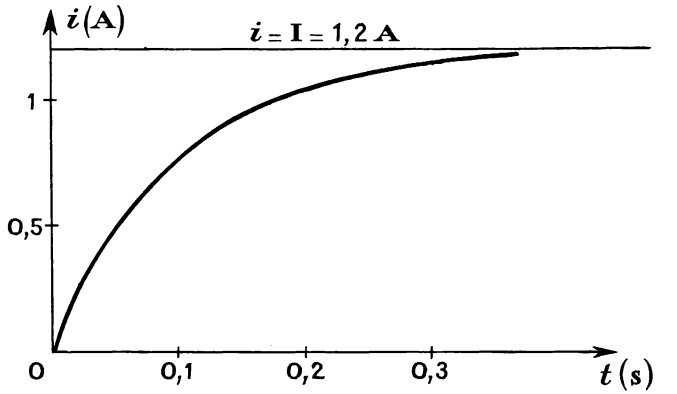


FIG. 3.

5. Ouverture d'un circuit inductif.

Cette question est plus complexe que la précédente, car, à la séparation des lames de l'interrupteur, il s'établit entre elles un champ électrique intense qui ionise l'air et le rend conducteur. De plus, ces lames constituent un condensateur de capacité faible et mal définie.

Nous avons vu que la rapide décroissance de l'intensité produit une forte différence de potentiel capable d'illuminer un tube au néon.

RÉSUMÉ

Un circuit électrique parcouru par un courant d'intensité i produit un champ magnétique proportionnel à i en tout point de l'espace autour de lui. Le circuit est traversé par un flux magnétique $\Phi = Li$ proportionnel à l'intensité du courant qui le parcourt.

Le coefficient de proportionnalité L se nomme inductance du circuit et se mesure en henrys (H).

Les variations du courant i provoquent des variations du flux d'auto-induction $\Phi = L\,i$. Il apparaît dans le circuit une force électromotrice auto-induite qui s'oppose aux variations de l'intensité du courant : $e = -L\dfrac{\Delta i}{\Delta t}$.

On déduit de cette formule la définition légale du henry : le henry est l'inductance d'un circuit fermé dans lequel une force électromotrice de 1 volt est produite lorsque le courant électrique qui parcourt le circuit varie uniformément à raison de 1 ampère par seconde.

Exercices.

1. — Calculer l'inductance d'une bobine cylindrique de longueur 50 cm, de diamètre 5 cm, comportant 2 000 spires régulièrement réparties sur toute la longueur de la bobine. On admettra que $\pi^2 = 10$.

Rép. : 20 mH.

2. — L'inductance d'une bobine cylindrique de longueur 40 cm, de section 10 cm², comportant 1 000 spires enroulées autour d'un noyau de fer, est L = 2 henrys. Quelle est la perméabilité relative du fer dans les conditions de l'expérience?

Rép. : 636.

3. — 1° Une bobine d'inductance L égale à 1 henry est parcourue par un courant dont l'intensité s'exprime en fonction du temps par la relation $i = 50\,t$, entre les instants $t = 0$ et $t = 0{,}1$ s. Quelle est la f. é. m. auto-induite dans la bobine pendant cet intervalle de temps?

2° La même bobine étant parcourue par un courant de 5 A, celui-ci est coupé à l'aide d'un interrupteur agissant en 0,01 s. Quelle est la f. é. m. auto-induite moyenne qui apparaît aux bornes de la bobine?

Rép. : 1° — 50 V (le sens positif étant celui de circulation du courant). 2° + 500 V.

4. — Un circuit se compose d'un générateur de f. é. m. 20 V et de résistance négligeable, d'un interrupteur, d'une bobine à noyau de fer de résistance R et d'inductance L inconnues, et d'un ampèremètre enregistreur (polygraphe) de résistance négligeable permettant d'obtenir la courbe d'établissement du courant.

On ferme l'interrupteur à l'instant $t = 0$; la courbe obtenue admet à cet instant, où l'intensité est encore nulle, une tangente qui passe par le point de coordonnées ($t = 2$ s, $i = 8$ A).

On observe d'autre part que le courant se stabilise, au bout d'un temps assez long, à la valeur constante $I = 2$ A.

a) Indiquer sur un graphique l'allure de la courbe d'établissement du courant.

b) Écrire l'équation d'Ohm-Pouillet relative à la période d'établissement du courant.

c) Déduire de cette équation, compte tenu des indications précédentes, les valeurs de L et de R.

Rép. : *b*) $20 - L\frac{\Delta i}{\Delta t} = R\,i$. *c*) $L = 5$ H, $R = 10$ ohms.

CHAPITRE XXIV

CONDENSATEURS

A. — EXPÉRIENCES.

Le montage représenté par la figure 1 comporte :

1° deux plaque métalliques, α et β, parallèles, rigides, séparées par des cales isolantes de 1 mm d'épaisseur; la plaque α est placée sur des pieds isolants;

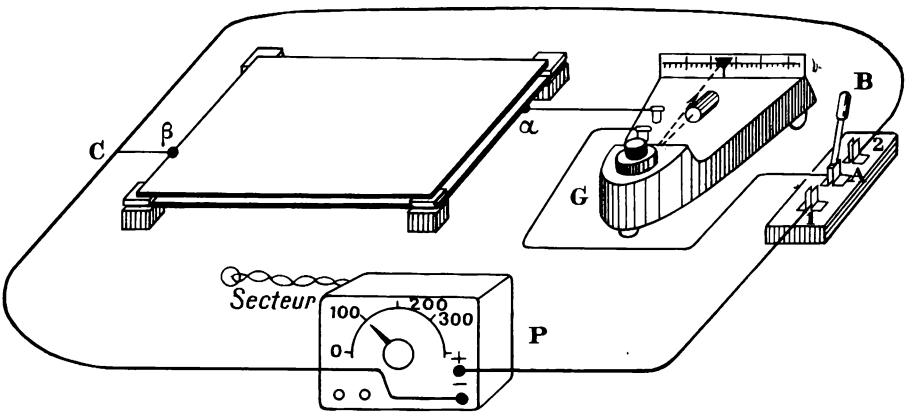


FIG. 1.

2° un galvanomètre balistique, G, dont l'amplitude x de l'oscillation est proportionnelle à la quantité d'électricité Q qui l'a traversé pendant un temps très court : $x = kQ$;

3° une source d'alimentation haute tension continue, P, permettant d'obtenir toute d.d.p. comprise entre 0 et 450 volts;

4° un inverseur AB pouvant occuper les positions 1 ou 2.

1re Manipulation. — Les plaques α et β, écartées d'une distance $e = 1$ mm, sont reliées respectivement aux bornes du générateur P, que l'on règle pour obtenir une d.d.p. $E = 100$ volts.

a) Quand on place le pont AB dans la position 1, le spot du galvanomètre G dévie de *a* divisions (vers la **droite** par exemple), puis revient au zéro (fig. 2).

CONCLUSION. — **Malgré la coupure αβ, un courant très bref, transportant une quantité d'électricité *q*, a traversé le galvanomètre** G : c'est le **courant de charge.**

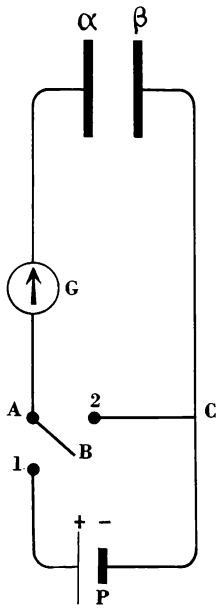


FIG. 2.

b) Faisons passer le pont AB de la position 1 à la position 2. Le spot de G dévie de nouveau de *a* divisions, mais vers la **gauche**, puis revient au zéro.

Un courant de sens contraire au premier et transportant la même quantité d'électricité *q* a traversé de nouveau le galvanomètre G : c'est le **courant de décharge.**

CONCLUSION. — **La quantité d'électricité *q* avait été recueillie, mise en réserve dans le dispositif constitué par les deux plaques α et β séparées par une couche d'air.**

Un tel dispositif est un **condensateur** dont α et β sont les **armatures.**

La quantité d'électricité *q* emmagasinée dans le condensateur en est la **charge.**

c) Quand le pont AB occupe la position 1, un voltmètre de forte résistance montre qu'il existe entre α et β une différence de potentiel V égale à la force électromotrice E du générateur P.

2e Manipulation. — L'écartement entre α et β étant maintenu égal à 1 mm, on établit successivement les tensions 2 E, 3 E, 4 E, ce qui revient à établir entre α et β des différences de potentiel 2 E, 3 E, 4 E.

Nous constatons que les charges successives du condensateur sont $2q$, $3q$, $4q$.

CONCLUSION. — **Les charges Q d'un condensateur sont proportionnelles aux différences de potentiel U établies entre les armatures :**

$$\boxed{Q = CU}.$$

Le facteur de proportionnalité C est la capacité du condensateur.

3e Manipulation. — Intercalons entre α et β une plaque de verre, d'épaisseur $e = 1$ mm et recommençons les mêmes opérations que précédemment. Pour une même différence de potentiel le condensateur à isolant en verre reçoit une charge plus grande que dans le cas où l'isolant est l'air.

CONCLUSION. — **La capacité d'un condensateur dépend de la nature de l'isolant, ou diélectrique, interposé entre les armatures.**

B. — ÉTUDE THÉORIQUE.

1. Interprétation de la charge d'un condensateur.

Quand l'inverseur AB est en position 1, les armatures α et β doivent s'établir aux mêmes potentiels que les bornes du générateur auxquelles elles sont reliées.

On peut considérer le générateur comme une pompe à électrons capable de prélever des charges négatives (électrons) sur l'armature α liée à la borne positive pour les refouler sur l'armature β liée à la borne négative.

Ce transfert d'électrons se poursuit pendant la durée nécessaire à l'établissement, entre les armatures, de la différence de potentiel U qui existe entre les bornes du générateur.

Lorsque la différence de potentiel U est établie entre les plaques, l'armature β, qui a reçu des électrons, a acquis la charge $-q$, tandis que l'armature α qui a perdu des électrons, possède de ce fait la charge $+q$.

Au lieu de considérer le déplacement de la charge négative $-q$ de α vers β, il revient au même de supposer que le générateur a été traversé par un **courant de charge**, transportant la charge positive $+q$ dans le sens conventionnel du courant, c'est-à-dire ici de β vers α.

2. Décharge d'un condensateur.

Dans la position 2 de l'inverseur AB, les deux armatures sont mises en court-circuit. Les électrons en excès sur l'armature β s'écoulent à travers le galvanomètre vers l'armature α. Il revient au même de considérer un écoulement de charges positives allant de α vers β.

Le galvanomètre indique un **courant de décharge** allant de α vers β, donc **en sens inverse du courant de charge.**

Le rétablissement de la neutralité électrique des deux armatures nécessite le transfert, en sens inverse, de tous les électrons qui avaient été déplacés au cours de la charge. Le galvanomètre balistique est donc traversé dans les deux cas par la même quantité d'électricité et il dévie du même nombre de divisions.

3. Unité de capacité : le farad.

Nous avons vérifié que la charge Q d'un condensateur est proportionnelle à la différence de potentiel U établie entre les armatures. Le facteur de proportionnalité C définit la capacité du condensateur. L'unité de capacité, nommée **farad** (F), se déduit de la formule $Q = CU$,

ou $C = \frac{Q}{U}$: la capacité unité prend la charge unité si l'on établit entre ses armatures l'unité de différence de potentiel.

Le farad est la capacité d'un condensateur qui prend une charge de 1 coulomb lorsqu'une différence de potentiel de 1 volt est maintenue entre ses armatures.

Une capacité de 1 farad est énorme; aussi, pratiquement, utilise-t-on le **microfarad** ($1\ \mu F = 10^{-6}$ F), le **nanofarad** ($1\ nF = 10^{-9}$ F) et quelquefois le **picofarad** ($1\ pF = 10^{-12}$ F).

4. Capacité d'un condensateur.

On démontre que la capacité (en farads) d'un condensateur plan (armatures planes et parallèles) est donnée par la formule

$$C = \frac{1}{36\,\pi \times 10^9} \frac{kS}{e},$$

dans laquelle S est la surface (en mètres carrés) des armatures en regard, e, l'épaisseur (en mètres) du diélectrique et k, le coefficient caractérisant le diélectrique et appelé **pouvoir inducteur spécifique, constante diélectrique** ou **permittivité relative**. Voici quelques valeurs de k : vide, 1; air, 1, 000 576 (pratiquement 1); ébonite, 2 à 3; verre, 3 à 7; mica, 6 à 9; titanate de baryum, 1 760.

REMARQUES. — 1° Dans le système SI, le coefficient $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\,\pi \times 10^9}$ se nomme **permittivité du vide** et le coefficient $\varepsilon = k\,\varepsilon_0$ représente la **permittivité absolue** du diélectrique de permittivité relative k, par rapport au vide. La capacité d'un condensateur plan peut s'écrire

$$C = \frac{\varepsilon S}{e}.$$

2° La formule donnant la capacité d'un condensateur peut être vérifiée expérimentalement avec un galvanomètre balistique, en utilisant des feuilles d'aluminium séparées par des feuilles de rhodoïd, d'épaisseur 0,5 mm. On aura, par exemple :

a) $S = 0{,}5 \times 0{,}5\ m^2$; 1 épaisseur de rhodoïd; capacité C;

b) $S = 0{,}5 \times 0{,}25\ m^2$; 1 épaisseur de rhodoïd; capacité $\frac{C}{2}$;

c) $S = 0{,}5 \times 0{,}5\ m^2$; 2 épaisseurs de rhodoïd; capacité $\frac{C}{2}$.

5. Potentiel explosif.

On ne peut faire croître indéfiniment la différence de potentiel entre les armatures d'un condensateur. Pour une certaine tension U_m, une étincelle jaillit dans l'isolant, entre les deux armatures. Si le diélectrique est solide, le passage de l'étincelle y creuse un petit canal et le condensateur est mis hors d'usage : il est **claqué**. Un condensateur doit donc toujours être utilisé au-dessous de la tension U_m, dite différence de potentiel explosive. La tension U_s ($U_s < U_m$) à ne pas dépasser est indiquée sur chaque appareil : c'est la **tension de service.**

6. Énergie d'un condensateur chargé.

Un fil, de résistance R, traversé par le courant de décharge, s'échauffe par effet Joule.

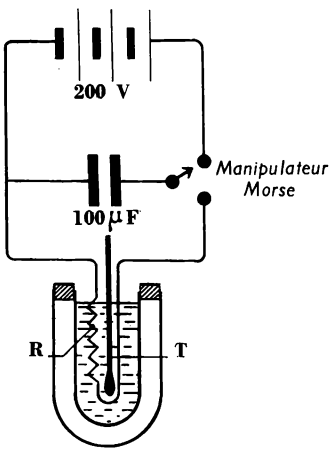


FIG. 3.

Le dispositif de la figure 3 permet de charger un condensateur de capacité 100μF sous une tension de 200 V, puis de le décharger dans une résistance R d'une dizaine d'ohms plongée dans le tube central, qui contient environ 10 cm³ de pétrole.

L'inverseur (manipulateur Morse) permet d'effectuer très rapidement une cinquantaine de charges et de décharges. Le thermomètre, T, plongé dans le pétrole est gradué en dixièmes de degrés Celsius : il accuse une élévation de température de l'ordre de quelques degrés.

L'énergie dissipée dans le conducteur au cours de chaque décharge était initialement contenue dans le condensateur chargé.

On démontre (nous l'admettrons), qu'**un condensateur contenant une charge Q** (coulombs) **et présentant entre ses armatures une différence de potentiel U** (volts) **renferme l'énergie :**

$$W \text{ (joules)} = \frac{1}{2} QU.$$

L'application de la relation $Q = CU \left(\text{ou } U = \frac{Q}{C} \right)$ permet d'écrire deux autres expressions de l'énergie contenue dans un condensateur chargé :

$$\boxed{W = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}}.$$

Exercice 35. — Calculer l'élévation de la température des 9 grammes de pétrole contenus dans le tube à essai lors de l'expérience précédente. La chaleur massique du pétrole est 0,5 cal.g^{-1}.°C^{-1} et l'on a effectué 50 charges et décharges successives. On admettra que la chemise d'air contenue entre les deux tubes suffit à éviter toute perte de chaleur pendant la durée de l'expérience.

Le condensateur, de capacité C = 100 μF = 10^{-4} F, présentant entre ses armatures la d. d. p. U = 200 V, renferme l'énergie

$$W_1 = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} \times 10^{-4} \times 4 \times 10^4 = 2 \text{ joules.}$$

Si l'on effectue 50 décharges successives dans la résistance R, l'énergie transformée en chaleur dans cette résistance est

$$W = 50\, W_1 = 100 \text{ joules,}$$

soit environ

$$\frac{100}{4{,}18} = 24 \text{ calories.}$$

La quantité de chaleur nécessaire pour élever de 1 °C la température de 9 grammes de pétrole étant 0,5 × 9 = 4,5 calories, l'élévation de température du liquide est $\frac{24}{4{,}5} = 5{,}3$ °C.

7. Groupement de condensateurs.

Lorsqu'on utilise des condensateurs, on est amené à les grouper soit en série, soit en parallèle, soit en montage mixte.

1° Groupement en série ou en cascade. — Le montage est fait suivant le schéma de la figure 4.

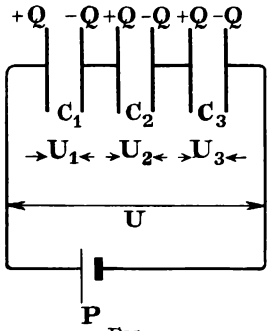


FIG. 4.

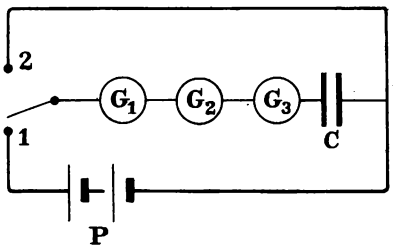


FIG. 5.

EXPÉRIENCE. — *a*) Comparons d'abord les déviations de trois galvanomètres balistiques lorsqu'ils sont traversés par la même décharge q (fig. 5).

En position 1 de l'inverseur, le courant de charge provoque les déviations d_1, d_2, d_3 (en millimètres) des spots.

En position 2, le courant de décharge provoque les déviations d'_1, d'_2, d'_3.

b) Plaçons trois condensateurs en série en intercalant entre eux les galvanomètres (fig. 6).

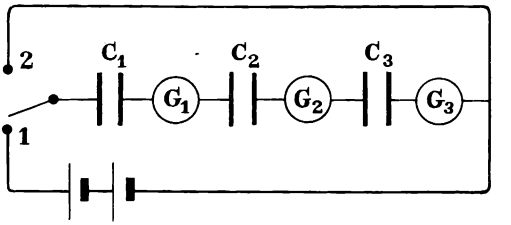


FIG. 6.

En position 1 (charge) nous observons les déviations D_1, D_2, D_3.

En position 2 (décharge), nous avons les déviations D'_1, D'_2, D'_3.

On vérifie que $\frac{D_1}{d_1} = \frac{D_2}{d_2} = \frac{D_3}{d_3}$ et que $\frac{D'_1}{d'_1} = \frac{D'_2}{d'_2} = \frac{D'_3}{d'_3}$.

Les déviations d correspondent à la même quantité d'électricité q. Donc, les déviations D correspondent à la même quantité d'électricité Q.

CONCLUSION. — **Des condensateurs en série prennent la même charge**, Q, quand on soumet les deux armatures extrêmes libres à une différence de potentiel U.

Chacun des condensateurs supporte une différence de potentiel dépendant à la fois de la charge Q et de la capacité du condensateur. Il vient donc $U_1 = \frac{Q}{C_1}$; $U_2 = \frac{Q}{C_2}$; $U_3 = \frac{Q}{C_3}$.

D'autre part, la différence de potentiel U est la somme des différences de potentiel partielles en série, soit

$$(1) \qquad U = U_1 + U_2 + U_3 = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right).$$

Le condensateur unique qui prendrait la même charge Q sous la différence de potentiel U (condensateur équivalant à la série de condensateurs) devrait avoir une capacité C, telle que $Q = CU$, d'où

$$(2) \qquad U = \frac{Q}{C}.$$

D'après les relations (1) et (2), il vient

$$(3) \qquad \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}.$$

THÉORÈME. — L'inverse de la capacité du condensateur équivalant à un groupement de condensateurs en série est égal à la somme des inverses des capacités des condensateurs qui constituent le groupement.

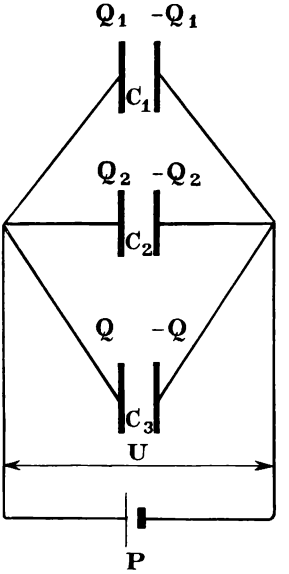


FIG. 7.

2° Groupement en parallèle. — Chacun des condensateurs utilisés est placé en dérivation aux bornes du générateur P qui établit entre les armatures la différence de potentiel commune U. Les charges respectives de chaque condensateur sont (fig. 7)

$$Q_1 = C_1U, \quad Q_2 = C_2U, \quad Q_3 = C_3U.$$

Le condensateur unique qui, sous la différence de potentiel U, prendrait la charge

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = (C_1 + C_2 + C_3)U,$$

emmagasinée dans les condensateurs en série, devrait avoir une capacité C, telle que $Q = CU$. La comparaison des deux valeurs de la charge Q entraîne

$$C = C_1 + C_2 + C_3.$$

THÉORÈME. — La capacité du condensateur équivalant à un groupement de condensateurs en parallèle est égale à la somme des capacités des condensateurs qui constituent le groupement.

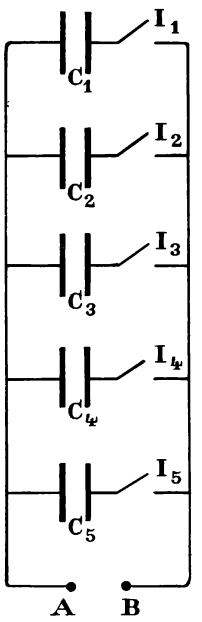


FIG. 8.

Application : BOÎTE DE CAPACITÉS. — Dans une boîte sont logés des condensateurs C_1, C_2, C_3, ... ayant chacun une armature reliée à une borne, A. Les autres armatures peuvent, à volonté, être reliées à une autre borne, B, à l'aide des interrupteurs I (fig. 8). Nous avons ainsi la possibilité d'obtenir entre A et B un groupement de condensateurs en parallèle dont la capacité équivalente est la somme des capacités des condensateurs dont les interrupteurs correspondants sont abaissés.

Les boîtes usuelles contiennent les condensateurs 0,1 μF; 0,2 μF; 0,2 μF; 0,5 μF; 1 μF; 2 μF; 2 μF; 5 μF. Elles permettent d'obtenir des capacités échelonnées de 0,1 μF à 11 μF par dixième de microfarad.

Exercice 36. — On dispose de trois condensateurs de capacités : $C_1 = 2\,\mu F$, $C_2 = 5\,\mu F$ et $C_3 = 3\,\mu F$ dont les potentiels explosifs sont respectivement $U_1 = 500$ volts, $U_2 = 300$ volts et $U_3 = 1\,000$ volts. On les monte : *a*) en parallèle; *b*) en cascade.

Déterminer dans chaque cas le potentiel explosif aux bornes du système, la capacité du système, la charge maximale emmagasinée.

a) **Montage en parallèle.** — La plus grande différence de potentiel que peut supporter le groupement est le potentiel explosif le plus faible, c'est-à-dire $U_2 = 300$ volts.

La capacité de l'ensemble est $C = C_1 + C_2 + C_3 = 10\,\mu F$. La charge $Q = CU$ est maximale quand la tension est maximale : $U = U_2$, d'où

$$Q_m = 10 \times 10^{-6} \times 300 = 0{,}003 \text{ coulomb.}$$

L'énergie emmagasinée dans le système est la somme des énergies emmagasinées dans chacun des condensateurs :

$$W = W_1 + W_2 + W_3 = \frac{1}{2} C_1 U^2 + \frac{1}{2} C_2 U^2 + \frac{1}{2} C_3 U^2,$$

ou

$$W = \frac{1}{2}(C_1 + C_2 + C_3)\, U^2.$$

Puisque $C_1 + C_2 + C_3 = C$, il vient $W = \frac{1}{2} CU^2$.

Nous voyons que l'énergie emmagasinée dans le système est celle qui serait emmagasinée dans le condensateur équivalant au groupement. Elle est maximale pour $U = U_2$, soit

$$W_m = \frac{1}{2} \times 10 \times 10^{-6} \times (300)^2 = 0{,}45 \text{ J.}$$

b) **Montage en série.** — Chacun des condensateurs prend la même charge et la différence de potentiel aux bornes du groupement se répartit entre les armatures de chacun des condensateurs en série. Soit U_1, U_2 et U_3, les différences de potentiel appliquées à chacun des condensateurs quand le groupement est soumis à la différence de potentiel U. Introduisons la capacité C du condensateur équivalent et la charge, Q, commune à chacun des condensateurs. On a

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}, \tag{1}$$

$$Q = C_1 U_1 = C_2 U_2 = C_3 U_3 = CU, \tag{2}$$

$$U = U_1 + U_2 + U_3. \tag{3}$$

D'après l'équation (2), il vient

$$\begin{cases} U_1 = \dfrac{C}{C_1} U, \\ U_2 = \dfrac{C}{C_2} U, \\ U_3 = \dfrac{C}{C_3} U. \end{cases} \tag{4}$$

Pour ne pas dépasser les potentiels explosifs, il faut

$$U_1 < 500, \qquad U_2 < 300 \qquad \text{et} \qquad U_3 < 1\,000.$$

Ces conditions associées aux égalités (4) conduisent à

$$U < \frac{C_1}{C} \times 500, \qquad U < \frac{C_2}{C} \times 300, \qquad U < \frac{C_3}{C} \times 1\,000.$$

En tenant compte des valeurs de l'énoncé, nous avons

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{31}{30}, \qquad \text{d'où} \qquad C = 0{,}968\,\mu F$$

et

$$U < 1\,033, \qquad U < 1\,550, \qquad U < 3\,100.$$

Donc, le potentiel explosif aux bornes du système est 1 033 volts.

La charge maximale, $Q = CU$, correspond au maximum de U, soit 1 033 volts. Elle vaut $Q_m = 0{,}968 \times 10^{-6} \times 1\,033 = 0{,}001$ coulomb. L'énergie W du groupement est égale à la somme des énergies W_i emmagasinées dans chacun des condensateurs du montage, soit $W = W_1 + W_2 + W_3$.

Or

$$W_1 = \frac{1}{2} QU_1, \quad W_2 = \frac{1}{2} QU_2 \quad \text{et} \quad W_3 = \frac{1}{2} QU_3,$$

donc

$$W = \frac{1}{2} Q(U_1 + U_2 + U_3) = \frac{1}{2} QU.$$

Nous voyons que, là encore, l'énergie du groupement est celle du condensateur équivalent. Cette énergie dont l'expression peut s'écrire $W = \frac{1}{2} CU^2$ est maximale avec U, donc, pour U = 1 033, la formule $W = \frac{QU}{2}$ donne

$$W_m = \frac{1}{2} \times 0{,}001 \times 1\,033 = 0{,}516 \text{ J}.$$

C. — CONDENSATEURS USUELS.

8. Condensateurs au papier ou au mica.

Sur chaque face d'une feuille de papier paraffiné, on colle une feuille d'aluminium dont les dimensions sont légèrement inférieures à celles du papier. On constitue ainsi un condensateur dont les armatures sont les feuilles métalliques et dont le diélectrique est formé par le papier. On obtient des capacités plus grandes en intercalant du mica entre les

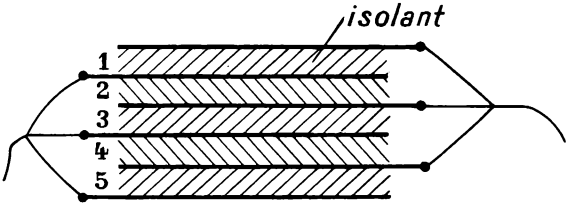


FIG. 9. — 5 condensateurs en parallèle.

feuilles d'aluminium. Les feuilles métalliques de rang impair sont réunies à une borne commune, les feuilles de rang pair ont également un point commun (fig. 9). *Le groupement comprend un nombre de condensateurs en parallèle égal au nombre de feuilles isolantes.* L'ensemble est enroulé et comprimé pour occuper un volume minimal.

9. Condensateurs de T.S.F.

1° Condensateurs variables à lames d'air. — Un ensemble de lames parallèles, métalliques, demi-circulaires, solidaires d'un même axe pénètre plus ou moins entre d'autres lames métalliques, fixes et parallèles. C'est un groupement de condensateurs montés en parallèle dont le diélectrique est l'air. Il y a autant de condensateurs que de lames d'air. La capacité varie avec les surfaces des armatures en regard (fig. 10).

2° Condensateurs électrolytiques. — Ils sont obtenus en plaçant sur le passage d'un courant continu deux électrodes de papier d'aluminium séparées par une feuille de buvard imbibée d'une solution d'un sel d'ammonium. Par électrolyse, il

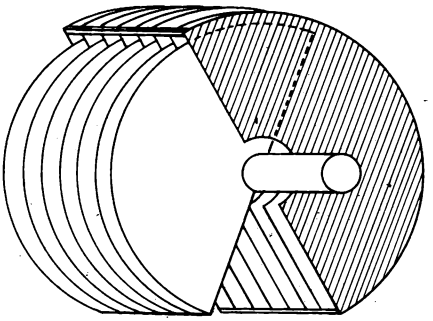


FIG. 10.

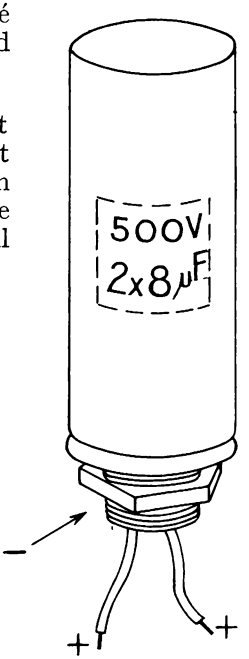


FIG. 11.

se dépose sur l'anode une couche d'alumine isolante qui interrompt le passage du courant : le condensateur est formé. Les deux armatures sont d'une part la feuille d'aluminium qui a servi d'anode et d'autre part l'électrolyte contenu dans le buvard. Le diélectrique est la couche d'alumine dont l'épaisseur est de l'ordre du micron. Ces condensateurs de grande capacité sont fragiles et **polarisés**, c'est-à-dire que l'armature qui a servi d'anode dans l'électrolyse doit toujours être reliée à la borne positive de la différence de potentiel appliquée au condensateur (fig. 11).

3° Condensateurs-bouteilles. — Dans les postes d'émission, on utilise des bouteilles de porcelaine tapissées extérieurement et intérieurement d'une couche métallique. Ces condensateurs, dont la hauteur atteint 1,50 m et le diamètre extérieur 10 cm, rappellent les bouteilles de Leyde qui furent les premiers condensateurs utilisés et qui se composaient de réci-

pients de verre recouverts extérieurement d'étain et contenant des boulettes d'étain en communication avec une tige métallique traversant le bouchon.

Exercice 37. — Un condensateur variable rotatif est formé de 4 lames fixes entre lesquelles s'engagent 3 lames mobiles demi-circulaires de 6 cm de rayon. La distance qui sépare une lame fixe d'une lame mobile est un demi-millimètre. L'angle dont tournent les lames mobiles est repéré par un index se déplaçant devant un cadran gradué de 0 à 180°.

1° Sachant que deux lames métalliques de 100 cm² séparées par un intervalle de 1 cm forment un condensateur ayant dans l'air une capacité de $\frac{1}{36\pi}$ millième de microfarad, calculer la capacité maximale du condensateur rotatif; l'index indique alors 180°.

2° On suppose que la capacité est proportionnelle aux indications de l'index. A quelle division se trouve l'index lorsque la capacité vaut 0,111 nF?

Le condensateur rotatif de capacité C est constitué par 6 condensateurs de capacité C_1, en parallèle (6 lames d'air, soit le double du nombre des lames mobiles) :

$$C = 6\,C_1.$$

Les surfaces maximales, en regard, dans un condensateur C_1 valent $\frac{\pi r^2}{2}$, soit $18\,\pi$ (cm²). Elles sont séparées par une couche d'air de 0,05 cm.

1° Deux condensateurs plans, utilisant le même diélectrique, ont des capacités proportionnelles aux surfaces des armatures et inversement proportionnelles aux épaisseurs du diélectrique. Nous avons donc, en évaluant C_1 en mμF ou nF,

$$\frac{C_1}{\frac{1}{36\pi}} = \frac{18\,\pi}{100} \times \frac{1}{0{,}05}, \qquad \text{d'où} \qquad C_1 = 0{,}1 \text{ nF} \qquad \text{et} \qquad C = 0{,}6 \text{ nF}.$$

2° Les capacités étant proportionnelles aux divisions de l'index, la capacité 0,111 nF correspond à la division x telle que

$$\frac{x}{180} = \frac{0{,}111}{0{,}6}, \qquad \text{soit} \qquad x = 33°{,}3.$$

RÉSUMÉ

Un condensateur se compose de deux armatures métalliques parallèles séparées par une couche isolante nommée diélectrique.

Si l'on établit entre les armatures une différence de potentiel U, il apparaît sur leurs faces en regard des charges + Q et — Q, qui se neutralisent mutuellement si l'on décharge le condensateur à travers un fil conducteur réunissant les deux armatures.

La quantité d'électricité Q qui s'écoule dans le fil conducteur de l'armature positive vers l'armature négative lors de la décharge et qui traverse le générateur lors de la charge se nomme charge du condensateur.

La charge d'un condensateur est proportionnelle à la différence de potentiel qui existe entre les armatures : $Q = C\,U$. Le coefficient de proportionnalité C est la capacité du condensateur, qui s'exprime en farads.

Le farad est la capacité d'un condensateur qui prend une charge de 1 coulomb lorsqu'une différence de potentiel de 1 volt est maintenue entre ses armatures.

La capacité d'un condensateur plan est proportionnelle à la surface en regard des armatures et inversement proportionnelle à leur distance. Elle s'exprime en farads par la formule $C = \frac{1}{36\,\pi . 10^{-9}} \frac{kS}{e}$, où l'on exprime l'aire S en mètres carrés et la distance e en mètres.

La constante k est appelée pourvoir inducteur spécifique ou permittivité relative du diélectrique.

Un condensateur de capacité C présentant entre ses armatures la différence de potentiel U et contenant de ce fait la charge $Q = CU$ renferme l'énergie

$$W = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}.$$

Les condensateurs peuvent être groupés en série ou en parallèle.

L'inverse de la capacité du condensateur équivalant à un groupement de condensateur en série est égal à la somme des inverses des capacités des condensateurs qui constituent le groupement : $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots$

La capacité du condensateur équivalant à un groupement de condensateurs en parallèle est égale à la somme des capacités des condensateurs qui constituent le groupement : $C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots$.

Exercices.

1. — Un condensateur est constitué par deux feuilles minces d'aluminium séparées par du papier paraffiné. Sa surface est 4 m² et son épaisseur 0,3 mm. La constante diélectrique de l'isolant est 2,4.

1° Quelle est en coulombs la charge du condensateur quand on établit entre ses armatures une différence de potentiel de 1 000 volts?

2° Quelle est, en joules, l'énergie emmagasinée par le condensateur?

Rép. : 1° $2{,}83 \times 10^{-4}$ C. 2° 0,141 J.

2. — 1° Un condensateur est formé par deux disques métalliques plans de même axe, de rayon 10 cm, séparés par une couche d'air d'épaisseur 1 mm. Quelle est sa capacité?

2° On établit entre les armatures la différence de potentiel 5 000 volts. Quelles sont la charge du condensateur et l'énergie qui s'y trouve emmagasinée?

3° On réunit respectivement les deux armatures de ce condensateur, initialement chargé sous la différence de potentiel de 5 000 volts, aux deux armatures d'un autre condensateur de même capacité.

Que devient la différence de potentiel entre les armatures? Que devient l'énergie initialement emmagasinée?

Rép. : 1° 277 pF. 2° $1{,}385 \times 10^{-6}$ C; $3{,}467 \times 10^{-3}$ J.

3° 2·500 V, la moitié de l'énergie se perd en chaleur par effet Joule; il reste l'énergie $1{,}733 \times 10^{-3}$ J.

3. — Un condensateur de capacité 20 pF est formé par 5 lames métalliques mobiles formant une armature et venant s'intercaler entre 6 lames fixes formant l'autre armature. La distance d'une lame fixe à une lame mobile est 0,5 mm. Le diélectrique est l'air. Quelle est la surface de chaque lame en regard de sa voisine?

Rép. : 1,13 cm².

4. — Trois condensateurs de capacités respectivement égales à 4, 3 et 2 microfarads sont placés en série. On réunit les extrémités de cette série à une source de courant continu, de force électromotrice égale à 130 V. Calculer la charge de chacun de ces condensateurs ainsi que la d. d. p. à leurs bornes lorsque l'équilibre électrique est établi.

Rép. : $1{,}2 \times 10^{-4}$ C; 30 V; 40 V; 60 V.

5. — On relie en série deux condensateurs, C_1 de 5 microfarads et C_2 de 1 microfarad, et, d'autre part, en série également, deux autres condensateurs, C_3 de 1 microfarad et C_4 de 4 microfarads. On place ces deux séries de deux condensateurs en parallèle et l'on relie les extrémités du circuit obtenu aux bornes d'une source de courant continu de f. é. m. égale à 90 V. On appelle A le point commun à C_1 et C_2 et B le point commun à C_3 et C_4. Calculer la différence de potentiel $V_A - V_B$.

Rép. : 57 V, ou 3 V (deux cas possibles).

NOTE SUR L'OSCILLOGRAPHE ÉLECTRONIQUE.

L'oscillographe électronique dont le principe est étudié en classe terminale est un voltmètre *presque totalement* dépourvu d'inertie, dont les indications peuvent suivre une variation de tension, si rapide soit-elle.

1. Étalonnage de l'appareil en voltmètre.

1° En plaçant le contacteur « fréquence » sur la position *balayage externe*, nous supprimons le dispositif de *balayage*, qui assure un déplacement périodique horizontal du spot. Dans ces conditions, le spot forme une tache immobile sur l'écran.

En agissant sur les boutons *déplacement horizontal* et *déplacement vertical*, nous pouvons amener le spot au centre de l'écran (position S_0).

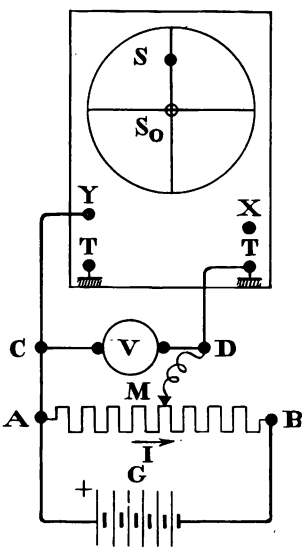


FIG. 1.

2° Réalisons un montage potentiométrique à l'aide du générateur G (piles ou accumulateurs) et d'un rhéostat AB de grande résistance R, présentant un point milieu M correspondant au curseur (fig. 1). Le générateur établit entre les points A et B une différence de potentiel U = RI. Entre le point A et le curseur M, la différence de potentiel est $u = rI$, r désignant la résistance de la partie AM du rhéostat.

Si l'on déplace le curseur, on modifie la résistance r et, de ce fait, on modifie aussi la d.d.p. $u = U_A - U_M$ que le voltmètre V permet de mesurer.

Réunissons le point A (relié au pôle + du générateur) *à l'entrée* Y *de l'oscillographe et le curseur* M *à la borne masse, ou terre* T. Nous observons que le spot se déplace et vient occuper une position S, où il se fixe tant que nous maintenons la d.d.p. u entre les bornes Y et T. Mesurons le déplacement $y = S_0S$.

Modifions la tension u; nous observons que le spot se déplace vers le haut si la tension u augmente, vers le bas si elle décroît. Donnons successivement à la tension u les valeurs $u_1, u_2, u_3, \ldots$, lues sur le voltmètre et mesurons, avec un double décimètre,

les déplacements $y_1 = S_0S_1$, $y_2 = S_0S_2$, $y_3 = S_0S_3$, ... du spot. Le rapport $\frac{y}{u}$ est constant :

$$\frac{y_1}{u_1} = \frac{y_2}{u_2} = \frac{y_3}{u_3} = \ldots = k.$$

CONCLUSION. — Le déplacement vertical y du spot est proportionnel à la différence de potentiel établie entre la borne Y et la borne de masse T.

2. Balayage.

Lorsque nous plaçons le contacteur « fréquence » sur une position *autre* que balayage externe nous mettons en action le dispositif du *balayage interne*.

Ce dispositif provoque *un déplacement horizontal du spot, périodique, proportionnel au temps de la gauche vers la droite mais quasi instantané de la droite vers la gauche.*

Le bouton « fréquence » possède plusieurs positions, correspondant à des périodes différentes du balayage. Par exemple, le déplacement de gauche à droite pourra se produire en $\frac{1}{10}$ s, $\frac{1}{25}$ s, $\frac{1}{50}$ s, $\frac{1}{100}$ s, ..., $\frac{1}{1\,000}$ s, etc.

3. Observation d'une tension constante avec le balayage interne.

Réunissons à nouveau les bornes A et Y, M et T. Nous établissons la tension constante u entre les bornes Y et T. Si le balayage ne fonctionnait pas, nous pourrions observer le spot immobile en S (fig. 2). A cause du balayage horizontal, le spot décrit une droite horizontale ab, proportionnellement au temps dans le sens ab mais d'une manière quasi instantanée dans le sens ba.

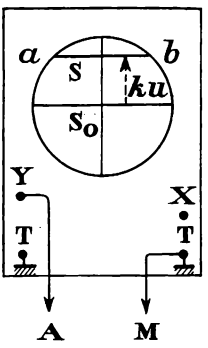


FIG. 2.

Par suite de la persistance des impressions lumineuses sur la rétine, on ne distingue pas le spot : on voit une droite ab dont la distance à l'axe horizontal S_0x est proportionnelle à la tension u :

$$y = \overline{S_0S} = ku.$$

4. Intérêt de l'oscillographe électronique.

Cet appareil est un *voltmètre*, puisque, si l'on connaît la constante k, il est possible de déduire la tension u, à partir de la mesure de y :

$$u = U_Y - U_T = \frac{y}{k}.$$

Ce voltmètre présente deux avantages essentiels.

1° Il est dépourvu d'inertie. Le spot peut suivre fidèlement des variations de tension très rapides et, pour une vitesse convenable du balayage, on observe sur l'écran une courbe représentant les variations de la tension en fonction du temps : $u = f(t)$.

2° Il n'absorbe pratiquement aucun courant. On peut le vérifier en montant un microampèremètre en *série* avec l'oscillographe : l'aiguille reste au zéro.

COURANT ALTERNATIF

CHAPITRE XXV

PRINCIPE DE LA PRODUCTION D'UNE FORCE ÉLECTROMOTRICE ALTERNATIVE

1. Rotation d'une bobine dans un champ magnétique.

Une planchette rectangulaire de bois dur, P, porte quatre pointes 1, 2, 3, 4, sur lesquelles on enroule une centaine de spires de fil isolé. Les extrémités du fil sont soudées respectivement aux deux axes Δ et Δ′, isolés l'un de l'autre, qui peuvent être découpés dans une tige de laiton de 4 mm de diamètre. Ces deux axes traversent deux barres de laiton, T et T′, à travers deux trous servant de paliers et assurant entre les barres T et les tiges Δ un frottement doux (fig. 1).

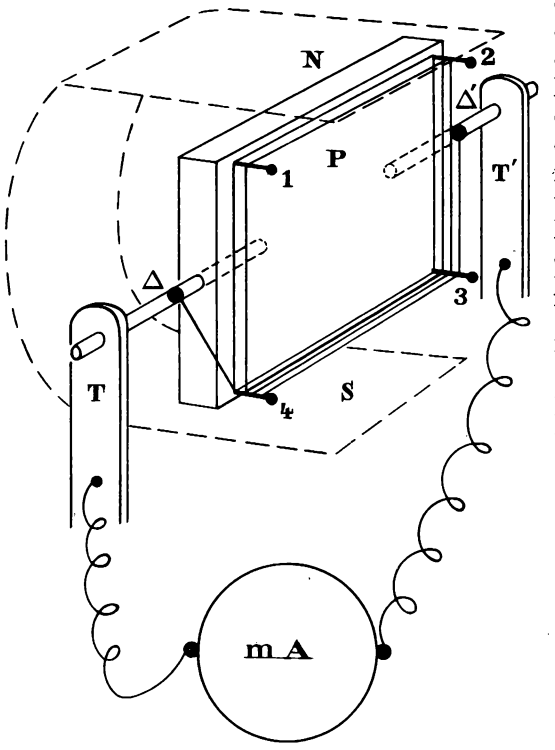


FIG. 1.

Ces barres sont réunies par deux fils conducteurs aux bornes d'un milliampèremètre, de calibre 2 mA, dont le zéro est au milieu du cadran.

Le cadre peut tourner autour de l'axe ΔΔ′ entre les branches d'un gros aimant en U avec une vitesse constante, de l'ordre d'un tour par seconde.

Nous observons que l'aiguille du milliampèremètre oscille de part et

d'autre de sa position d'équilibre. Ceci montre l'existence d'un courant changeant de sens à intervalles de temps égaux, dans le circuit formé du cadre et du milliampèremètre : on dit que le courant est **alternatif.**

L'intervalle de temps pendant lequel le courant circule dans un sens déterminé, entre deux annulations consécutives, est une **alternance.**

La rotation du cadre dans le champ magnétique de l'aimant est un **phénomène périodique** : si l'on désigne par T la durée d'un tour et si l'on considère un instant t quelconque où le cadre occupe une certaine position, on est assuré de retrouver le cadre dans cette même position aux instants $t + T$, $t + 2T$, $t + 3T$, ...

Plus généralement, **on dit qu'un phénomène est périodique lorsqu'il se reproduit identiquement à intervalles de temps égaux, nommés périodes.**

La régularité des oscillations de l'aiguille du milliampèremètre permet de constater que le **courant engendré dans le circuit est un phénomène périodique.**

La réunion de **deux alternances consécutives** constitue une **période du courant.** On vérifie que la période coïncide avec la durée d'un tour du cadre.

2. Force électromotrice induite dans une bobine plate en rotation uniforme dans un champ magnétique.

La bobine peut tourner autour de l'axe horizontal diamétral $\Delta\Delta'$. Elle est plongée dans un champ magnétique uniforme d'induction B perpendiculaire à cet axe.

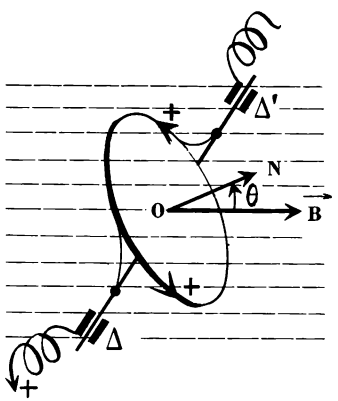


FIG. 2.

Choisissons un sens positif du courant dans la bobine et déterminons le sens de la demi-normale positive au plan de la bobine par la règle du tire-bouchon.

Le flux magnétique embrassé par les N spires de la bobine est (ch. XIX, § 5)

$$\Phi = B.S.N\cos\theta,$$

en désignant par θ l'angle $(\vec{B}, \overrightarrow{ON})$.

La bobine tourne avec la vitesse de n tours par seconde, c'est-à-dire possède une vitesse angulaire $\omega = 2\pi n$ (radians par seconde).

A l'instant $t = 0$, l'angle θ est nul. A l'instant t, la bobine a effectué nt tours; l'angle θ prend la valeur $\theta = 2\pi nt = \omega t$ (radians).

L'expression du flux embrassé par la bobine en fonction du temps s'écrit

$$\Phi = B.S.N\cos\omega t.$$

A l'instant $t + \Delta t$, le flux embrassé devient

$$\Phi + \Delta\Phi = B.S.N\cos\omega(t + \Delta t).$$

Pendant la durée très courte Δt, la variation du flux dans la bobine est

$$\Delta\Phi = \mathrm{B.S.N}\,[\cos(\omega t + \omega.\Delta t) - \cos\omega t].$$

En appliquant la relation $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$, il vient

$$\Delta\Phi = \mathrm{B.S.N}\,(\cos\omega t \cos\omega\Delta t - \sin\omega t \sin\omega\Delta t - \cos\omega t).$$

L'intervalle de temps étant très court, l'angle $\omega.\Delta t$ est très petit. Compte tenu des formules d'approximation

$$\cos\omega\Delta t \approx 1 \qquad \text{et} \qquad \sin\omega\Delta t \approx \omega\Delta t \text{ (radians)},$$

l'expression de $\Delta\Phi$ se simplifie :

$$\Delta\Phi = -\Delta t.\,\omega\,\mathrm{B.S.N}\sin\omega t.$$

L'application de la loi quantitative de l'induction donne alors, en fonction du temps, l'expression de la force électromotrice induite dans le cadre dans l'intervalle de temps très court $(t,\ t+\Delta t)$, c'est-à-dire au voisinage immédiat de l'instant t :

$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \omega\mathrm{B.S.N}\sin\omega t.$$

Nous pouvons dire que **la f.é.m. à l'instant t est une fonction sinusoïdale du temps.**

3. Définitions. Représentation graphique.

a) La force électromotrice e varie entre les limites $-\omega\,\mathrm{B.S.N}$ et $+\omega\,\mathrm{B.S.N}$. L'expression $\mathrm{E}_m = \omega\,\mathrm{B.S.N}$ (volts) représente la valeur

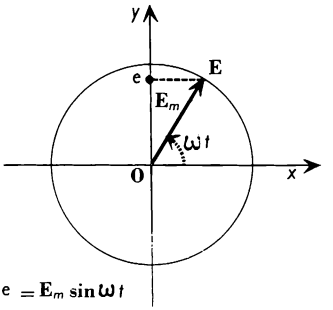


FIG. 3.

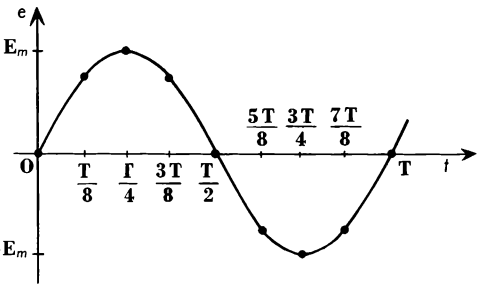


FIG. 4.

absolue de la plus grande valeur que peut prendre la f.é.m. e au cours de ses oscillations; E_m est la **force électromotrice maximale.**

b) La force électromotrice e peut être représentée comme la projection sur l'axe Oy du vecteur $\overrightarrow{OE}$ de module $E_m = \omega B.S.N$, tournant autour du point O avec la vitesse angulaire ω (radians par seconde) (fig. 3). Le vecteur $\overrightarrow{OE}$ est le **vecteur de Fresnel** associé à la f.é.m. e. La vitesse de rotation du vecteur de Fresnel est la **pulsation** de la force électromotrice alternative. **La pulsation s'exprime en radians par seconde** (rd/s).

c) Lorsque le vecteur de Fresnel vient d'effectuer un tour complet, la force électromotrice e reprend sa valeur initiale en variant dans le même sens. On en conclut que **la période de la f.é.m. e est égale à la durée T d'un tour du vecteur de Fresnel $\overrightarrow{OE}$.** La période T (secondes) et la pulsation ω (rd/s) sont donc liées par la relation

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}.$$

Pour placer la courbe $e = E_m \sin \omega t$ par rapport aux axes perpendiculaires (Ot, Oe), il suffit de considérer les instants

$$0, \quad \frac{T}{8}, \frac{T}{4}, \frac{3T}{8}, \frac{T}{2}, \frac{5T}{8}, \frac{3T}{4}, \frac{7T}{8}, \quad T \quad \ldots,$$

où les valeurs de l'angle $\theta = \omega t$ sont

$$0, \quad \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \quad \pi, \quad \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}, \quad 2\pi$$

Les valeurs correspondantes de la force électromotrice sont

$$0, \quad \frac{E_m}{\sqrt{2}}, \; E_m, \; \frac{E_m}{\sqrt{2}}, \quad 0, \quad \frac{-E_m}{\sqrt{2}}, \; -E_m, \; \frac{-E_m}{\sqrt{2}}, \quad 0, \ldots.$$

Nous avons ainsi la représentation de la figure 4.

d) **La fréquence** de la force électromotrice sinusoïdale e **est le nombre de périodes accomplies par unité de temps :**

$$\boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}}.$$

L'unité de temps étant la seconde, la fréquence s'exprime en **hertz** (Hz). La pulsation et la fréquence vérifient l'identité

$$\boxed{\omega = 2\pi f}.$$

Compte tenu de la relation $\omega = 2\pi n$ établie au paragraphe 2, nous voyons que la fréquence f de la f.é.m. induite dans le cadre est égale à la vitesse de rotation en tours par seconde.

4. Conclusion.

Une bobine plate d'aire S comportant N spires, tournant à la vitesse de n tours par seconde dans un champ magnétique uniforme d'induction $\vec{B}$, est le siège d'une force électromotrice alternative sinusoïdale de pulsation $\omega = 2\pi n$, de fréquence $f = n$, de période $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{n}$.

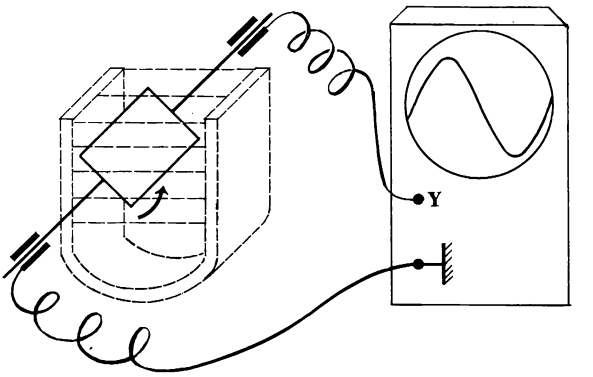


FIG. 5.

L'expression en fonction du temps de cette f.é.m., de valeur maximale

$$E_m = \omega B.S.N,$$

s'écrit

$$e = E_m \sin \omega t.$$

Un oscillographe électronique permet d'obtenir sur son écran la représentation de cette f.é.m. (fig. 5).

Si le cadre fait partie d'un circuit fermé, ce circuit est le siège d'un courant alternatif de même fréquence, de même pulsation et de même période que la force électromotrice qui l'engendre.

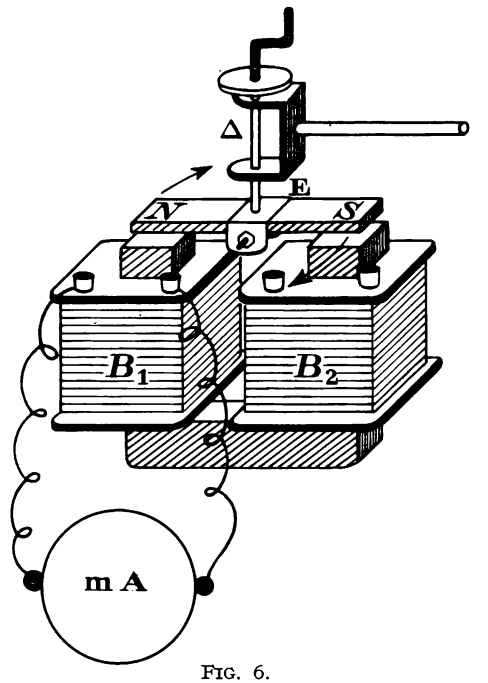


FIG. 6.

5. Rotation d'un aimant devant une bobine.

Plaçons deux bobines, B_1 et B_2, de 500 spires sur la carcasse d'un transformateur démontable. Cette carcasse présente deux pièces polaires devant lesquelles nous faisons défiler alternativement les pôles N et S d'un aimant droit, serré dans l'étrier E, solidaire de l'axe vertical Δ (fig. 6).

Après chaque demi-tour de l'aimant droit, le flux magnétique, canalisé par le fer, change de sens dans la carcasse. Branchons les bornes de la bobine B_1 à celles du milliampèremètre.

1° Entraînons l'aimant à la main. — Nous observons encore que l'aiguille de l'ampèremètre oscille de part et d'autre de sa position d'équilibre et que la période de ses oscillations est égale à la durée d'un tour de l'aimant. Le circuit bobine B_1-ampèremètre est donc le siège d'un courant alternatif.

2° Montons en série les bobines B_1 et B_2 et entraînons l'aimant à la même vitesse que précédemment. Il peut se produire que l'aiguille n'oscille plus du tout ou que ses oscillations soient très faibles. Dans ce cas, inversons le branchement de l'une des bobines (B_1 par exemple). Aussitôt l'amplitude de l'aiguille devient importante, supérieure à ce qu'elle était avec la seule bobine B_1.

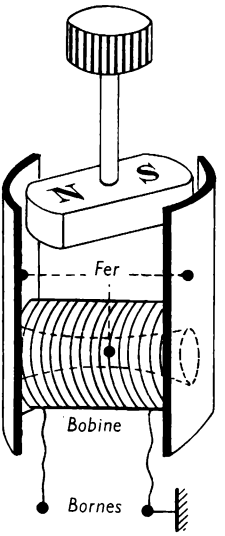


FIG. 7.

3° Entraînons rapidement l'aimant par un moteur agissant sur la poulie. Nous constatons que l'aiguille reste au zéro. Si nous débranchons le milliampèremètre pour le remplacer par l'entrée (Y, T) d'un oscillographe électronique dont nous réglons le balayage à la fréquence convenable, nous voyons encore apparaître une courbe périodique sur l'écran.

CONCLUSION. — **La rotation d'un aimant devant une bobine provoque dans la bobine l'apparition d'une f.é.m. périodique et alternative.**

Un dispositif analogue est utilisé dans les petits alternateurs servant à l'éclairage des bicyclettes. Dans ces appareils, désignés improprement sous le nom de dynamos, on ne distingue qu'une seule borne, car le circuit se fermant par le cadre de la bicyclette, la seconde borne est à la masse (fig. 7).

6. Alternateurs multipolaires.

Les dispositifs étudiés dans les paragraphes précédents pour obtenir des f.é.m. d'induction alternatives et périodiques portent le nom d'**alternateurs**. Ils comportent une partie fixe, ou **stator**, et une partie mobile, ou **rotor**. Pratiquement, on ne construit maintenant que des alternateurs à bobines induites fixes; le rotor porte les électro-aimants inducteurs.

Les pôles du rotor tournent en entraînant avec eux le champ magnétique qu'ils créent et **les bobines du stator, traversés par un flux magnétique variable, sont le siège de forces électromotrices alternatives.**

L'inducteur de l'alternateur d'une bicyclette comporte deux pôles : on dit qu'il est bipolaire. La fréquence de la force électromotrice obtenue est égale au nombre de tours par seconde du rotor.

Dans les appareils industriels, on s'efforce d'obtenir des f.é.m. variant

selon une fonction sinusoïdale du temps : on obtient ce résultat en taillant convenablement les pièces polaires et en utilisant un inducteur présentant plus de deux pôles : alternateurs multipolaires.

La figure 8 représente le schéma d'un alternateur tétrapolaire. Les pôles N_1, S_1, N_2 et S_2 alternativement nord et sud défilent devant les bobines B_1, B_2, B_3 et B_4 placées dans les encoches du stator.

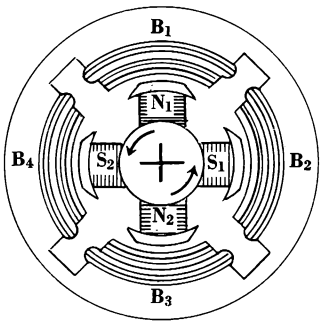


FIG. 8.

On montre que ces bobines sont le siège d'une force électromotrice alternative de fréquence

$$\boxed{f = np},$$

où l'on désigne par n la vitesse de rotation du rotor, exprimée en tours par seconde, et par p le nombre de pôles nord.

(Dans le cas d'un alternateur tétrapolaire, $p = 2$ et $f = 2n$.)

Les gros alternateurs des centrales E.D.F. sont de très grand diamètre. Ils tournent lentement, mais comportent un très grand nombre de pôles.

Les pôles du rotor sont des noyaux d'électro-aimants alimentés en courant continu. Le courant continu d'alimentation est produit par une dynamo excitatrice placée en bout d'arbre.

RÉSUMÉ

Une bobine plate tournant autour d'un axe diamétral dans un champ magnétique uniforme d'induction $\vec{B}$ perpendiculaire à l'axe de rotation est le siège d'une force électromotrice alternative sinusoïdale $e = E_m \sin \omega t$.

Cette force électromotrice est définie si l'on connaît sa valeur maximale E_m (volts) et sa pulsation ω, que l'on exprime en radians par seconde.

Sa période, intervalle de temps T au bout duquel elle reprend la même valeur en variant dans le même sens, correspond à la durée d'un tour du vecteur de Fresnel, vecteur de module E_m tournant autour de son origine avec la vitesse angulaire ω.

La période T, la fréquence f, inverse de la période, et la pulsation ω sont liées par les relations

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}.$$

La fréquence est exprimée en hertz (Hz).

Les alternateurs usuels se composent d'un rotor portant des pôles d'électro-aimants alternativement nord et sud et d'un stator portant des bobines fixes.

La fréquence de la f.é.m. induite dans un alternateur multipolaire tournant à la vitesse de n tours par seconde et dont le rotor porte p pôles nord est $f = np$.

Exercices.

1. — L'inducteur d'un alternateur porte 8 pôles nord alternant avec 8 pôles sud. La fréquence du courant est 50 périodes par seconde.

Quelle est la vitesse de rotation de l'inducteur?

Rép. : 375 tr/mn.

2. — 1° Une bobine, de 20 cm de longueur, est faite avec un fil de cuivre enroulé régulièrement sur un cylindre, à raison de 20 spires par centimètre de longueur; la surface moyenne des spires est 100 cm^2. L'axe AB de la bobine est horizontal et elle peut tourner autour d'une droite *xy* verticale, passant par son centre. Cette bobine, placée dans le champ d'induction magnétique terrestre, dont la composante horizontale est $B = 2 \times 10^{-5}$ tesla, est traversée par un certain flux. On désignera par α l'angle que fait l'axe AB de la bobine avec la direction de la composante horizontale du champ. On demande de donner l'expression du flux pour cette valeur α et de calculer sa valeur numérique pour $\alpha = 0°$ et $\alpha = 60°$.

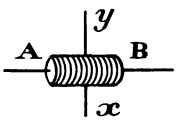


FIG. 9.

2° La bobine, tournant autour de *xy* avec une vitesse angulaire constante et faisant 20 tours par seconde, est alors le siège d'une force électromotrice d'induction. Comment varie celle-ci en fonction du temps?

Rép. : 1° 8×10^{-5} Wb, 4×10^{-5} Wb.

2° $e = 0{,}01 \sin 125{,}6\ t$ (volts).

3. — La molette d'un alternateur bipolaire de bicyclette, dont le diamètre est 2 cm, est en contact avec la roue, de diamètre 70 cm. Calculer la fréquence, la période et la pulsation de la force électromotrice alternative produite si la vitesse du cycliste est 18 km/h.

Rép. : 79,5 Hz; 0,012 56 s; 500 rd/s.

CHAPITRE XXVI

DÉFINITION DU COURANT ALTERNATIF. ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DE SES PROPRIÉTÉS

A. — DÉFINITION.

1. Courant périodique.

Un courant variable est **périodique**, de **période** T, si son intensité reprend la même valeur aux instants t, $t + T$, $t + 2T$, ... quel que soit l'instant initial t considéré.

L'intensité du courant étant une fonction du temps $i = f(t)$, sa périodicité se traduit par l'identité $f(t + T) \equiv f(t)$.

2. Courant périodique alternatif.

Un courant périodique est alternatif s'il change de sens au cours de la période. Si l'on choisit un sens positif arbitraire de circulation du courant, l'intensité est une grandeur algébrique, positive si le courant circule dans le sens choisi, négative dans le cas contraire.

Le courant périodique alternatif le plus usuel est le **courant sinusoïdal**, dont l'intensité instantanée est, à l'instant t,

$$i = I_m \sin \omega t,$$

si l'on choisit l'origine des temps à l'un des instants où le courant s'annule avant de s'établir dans le sens positif.

3. Définitions.

Nous retrouvons dans le cas du courant alternatif sinusoïdal les définitions données au chapitre précédent à propos de la f.é.m. induite dans une bobine plate tournant dans un champ uniforme.

a) L'intensité varie entre les bornes $+ I_m$ et $- I_m$. Le nombre positif I_m mesure l'**intensité maximale** du courant, que l'on exprime en ampères.

b) **L'intensité instantanée** i est encore donnée à chaque instant par la projection sur l'axe Oy d'un **vecteur de Fresnel** $\overrightarrow{OI}$ de module I_m, tournant autour du point O avec la vitesse angulaire ω (rd/s), qui exprime la **pulsation** du courant (fig. 1).

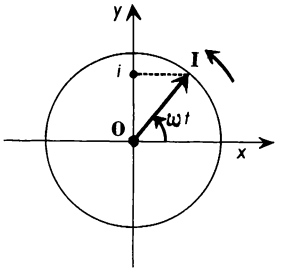


FIG. 1.

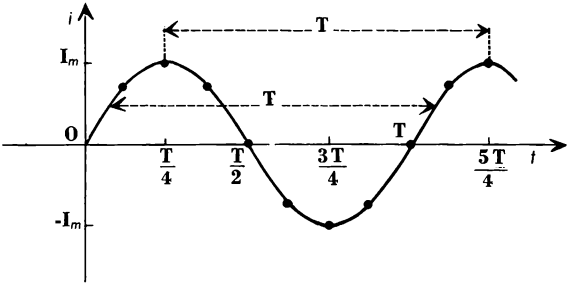


FIG. 2.

c) La période T (secondes) correspond à la durée d'un tour du vecteur de Fresnel :

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}.$$

La fréquence f, que l'on exprime en hertz, est le nombre de périodes par seconde :

$$f = \frac{1}{T}.$$

La pulsation, la période et la fréquence sont encore liées par les relations

$$\boxed{\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}}.$$

Exercice 38. — Une résistance branchée sur le secteur est parcourue par un courant sinusoïdal dont l'intensité maximale est 2 A et dont la fréquence est 50 Hz. On demande de calculer :

a) la période de ce courant;

b) sa pulsation;

c) l'expression de son intensité à l'instant t.

a) La période est $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0{,}02$ s.

b) La pulsation est $\omega = 2\pi f = 2 \times 3{,}14 \times 50 = 314$ rd/s.

c) En admettant que l'intensité du courant soit nulle et croissante à l'instant $t = 0$, son expression à l'instant t s'écrit $i = I_m \sin \omega t$.

Avec $I_m = 2$ A et $\omega = 314$ rd/s, il vient

$$i = 2 \sin 314\, t \qquad \text{(ampères)}.$$

B. — ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DES PROPRIÉTÉS DU COURANT ALTERNATIF.

Le courant alternatif fourni par le secteur produit des effets **calorifiques, chimiques** et **magnétiques.**

4. Effets calorifiques.

Une lampe à filament rectiligne AB brille lorsqu'on la branche sur une prise de courant : le courant alternatif délivré par le secteur produit donc un effet calorifique, capable de porter à l'incandescence le filament d'une ampoule, d'échauffer les résistances d'un fer à repasser, d'un radiateur ou d'un réchaud électrique (l'effet Joule ne dépend pas du sens du courant).

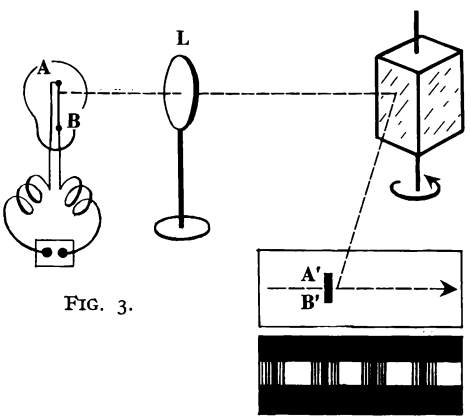


FIG. 3.

FIG. 4.

A l'aide d'une lentille convergente L et d'un miroir tournant M, formons l'image A'B' du filament AB sur un écran E (fig. 3). Lorsque nous faisons tourner le miroir, l'image A'B' parcourt la largeur de l'écran et, du fait de la persistance des impressions lumineuses sur la rétine, nous voyons apparaître une bande lumineuse de hauteur A'B' (fig. 4) présentant une succession de taches sombres régulièrement espacées. Ces taches correspondent à l'annulation de l'intensité entre deux alternances, lorsque le courant change de sens. A ces instants, le filament se refroidit et devient sombre.

Pour éviter le papillottement de la lumière, on n'utilise pour l'éclairage que des courants alternatifs de fréquence supérieure à 20 Hz. **En France, la fréquence du courant du secteur est 50 Hz.**

5. Effets chimiques.

***a)* Électrolyse de l'eau acidulée.** — Les électrodes de platine d'un voltamètre à eau acidulée sont réunies aux bornes d'une prise de courant par l'intermédiaire d'une ampoule de 100 W. Nous observons que les volumes dégagés sont les mêmes dans les deux éprouvettes (fig. 5).

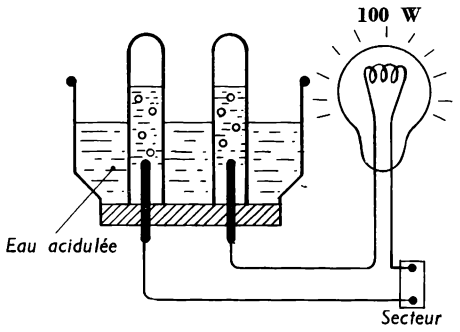


FIG. 5.

Le mélange gazeux contenu dans chacune d'elles détone violemment à l'approche d'une flamme : il est constitué par un mélange d'hydrogène et d'oxygène dans les proportions définies par la formule ($2\ H_2 + O_2$).

Pendant une alternance, l'une des électrodes est cathode et produit un dégagement d'hydrogène. Elle devient anode pendant l'alternance suivante, où elle fournit un dégagement d'oxygène de volume moitié moindre que celui de l'hydrogène précédemment dégagé.

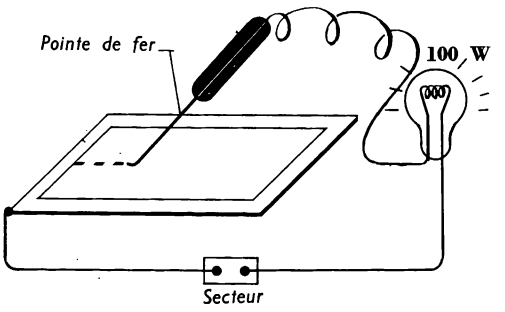


FIG. 6.

***b)* Électrolyse d'une solution de nitrate d'ammonium en présence de ferrocyanure de potassium (liqueur de Janet).** — Un papier filtre, imbibé de liqueur de Janet, est étendu sur une plaque de cuivre ou d'aluminium réunie à l'une des bornes d'une prise de courant. Une pointe de fer, à manche isolant, est reliée à l'autre borne de la prise par l'intermédiaire d'une ampoule de 100 W. On déplace vivement la pointe de fer sur le papier filtre (fig. 6).

Lorsque la pointe de fer est positive (anode), les ions NO_3^- qui se rassemblent à son contact provoquent la formation d'ions ferriques Fe^{+++} qui réagissent sur le ferrocyanure de potassium pour donner du **bleu de Prusse** : la pointe de fer marque un trait bleu sur le papier.

Lorsque la pointe de fer est cathode, il s'y forme de l'hydrogène et de l'ammoniac et le trait bleu s'interrompt; on obtient donc un **pointillé** indiquant la succession des alternances du courant.

L'enregistrement de ce pointillé bleu sur un cylindre recouvert de papier filtre, de diamètre connu et tournant à vitesse connue permet de mesurer la fréquence du courant alternatif.

NOTA. — En raison du changement de polarité des électrodes, qui se produirait à la fin de chaque alternance, le courant alternatif est impropre à la recharge des accumulateurs.

6. Effets magnétiques.

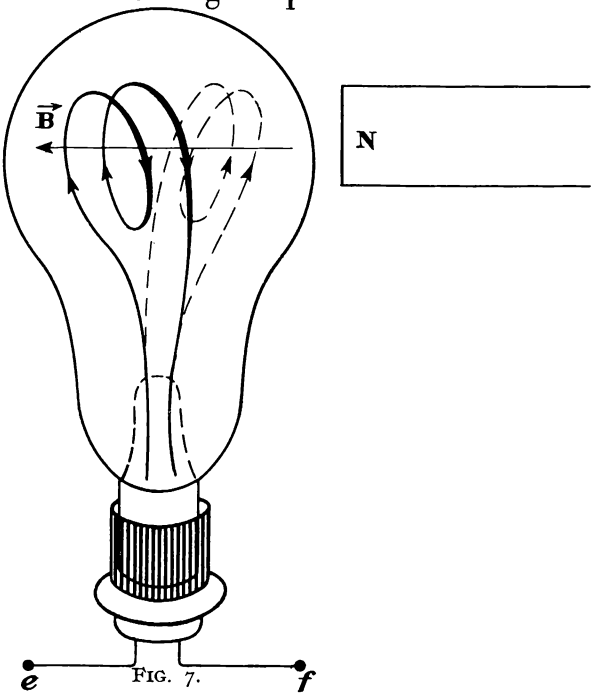


FIG. 7.

***a*) Le filament de carbone d'une ampoule entre en vibrations lorsqu'on approche un pôle d'aimant.** — Le filament de carbone constitue une bobine de quelques spires qui est attirée par le pôle N lorsqu'elle lui présente une face S et qui est repoussée lorsqu'elle lui présente une face N (fig. 7).

***b*) Un fil de cuivre parcouru par un courant alternatif, fil dont le milieu traverse la région de champ uniforme d'un aimant en U, vibre dans un plan perpendiculaire aux lignes de champ.** — Pendant une alternance, le courant se dirige de A vers B; l'élément de courant de longueur

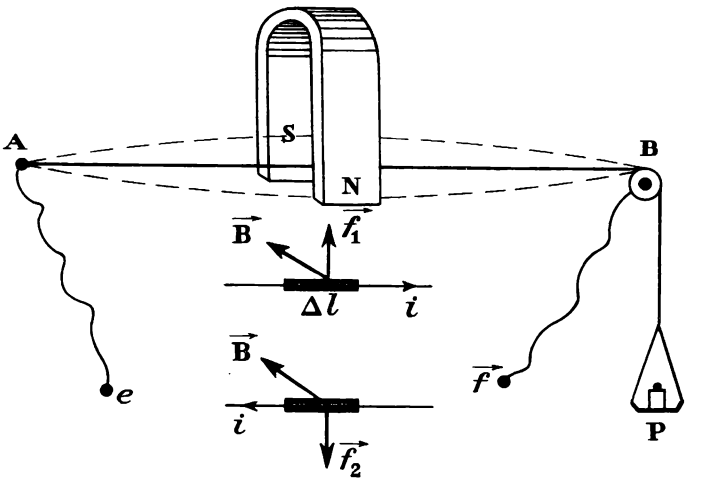


FIG. 8.

Δl est soumis à une force de Laplace $\vec{f}_1$ normale au conducteur et au vecteur $\vec{B}$. Pendant l'alternance suivante, le courant change de sens ainsi que la force de Laplace, qui devient $\vec{f}_2$. Pour une tension convenable, le fil vibre fortement en formant un fuseau (fig. 8).

c) Oscillographe électromagnétique. — Entre les mâchoires d'un aimant en fer à cheval, un fil très fin, fixé en A et B, et tendu par la poulie P et le ressort R, est parcouru par un courant alternatif. Chacun des brins placé dans le champ d'induction $\vec{B}$, est soumis à des forces de Laplace de sens contraires qui font tourner le plan des deux fils (fig. 9). Ces forces changent de sens à chaque alternance. Le système des deux fils, en l'absence de courant, est capable d'osciller autour de sa position d'équilibre avec une période que l'on s'efforce de rendre très petite (période propre). Le calcul et l'expérience montrent que, si cette période propre est très petite devant la période du courant, le cadre parcouru par un courant alternatif entre en vibrations et ses oscillations reproduisent fidèlement les variations de l'intensité du courant. Un petit miroir M, très léger, collé sur les deux fils, reçoit un rayon lumineux

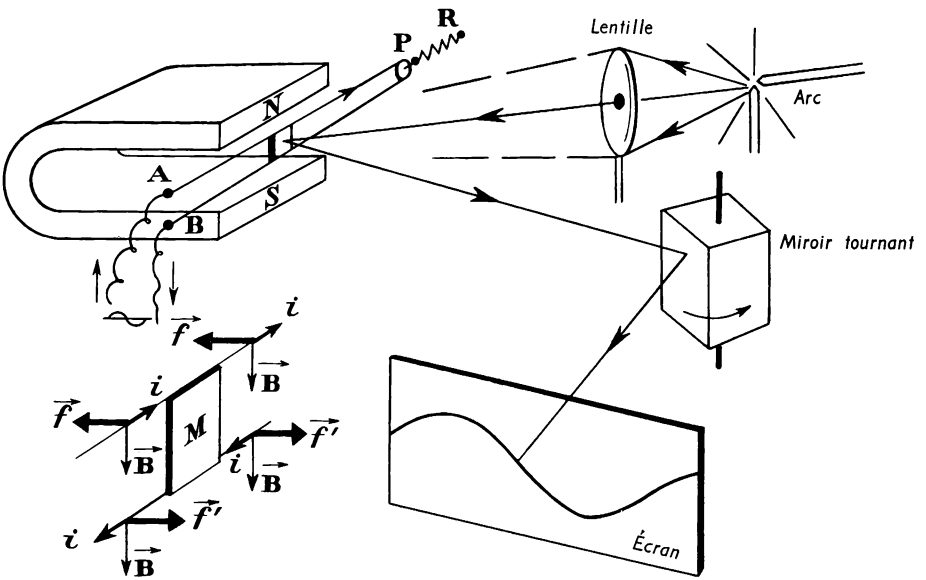


FIG. 9.

incident et renvoie le rayon réfléchi sur un miroir tournant, qui permet d'obtenir sur un écran la courbe représentative de l'intensité en fonction du temps.

d) Une corde à piano fixée en A et B est tendue sous l'électro-aimant E parcouru par un courant alternatif sinusoïdal (en abrégé ~). Pour

une certaine tension, la corde vibre fortement en prenant l'aspect d'un fuseau. Pendant chaque alternance, l'attraction, qui ne dépend pas du

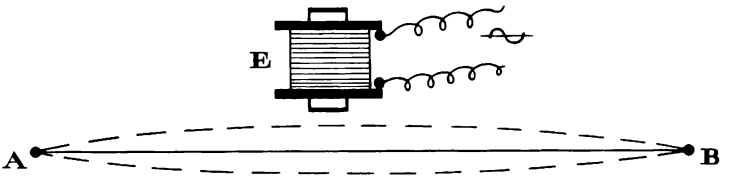


FIG. 10.

sens du courant, croît, passe par un maximum puis décroît. Si la fréquence du courant est N, le nombre d'attractions par seconde est 2 N.

La fréquence des vibrations de la corde est 2 N.

e) Fréquencemètre. — Une série de lames d'acier, étalonnées, est soumise à l'action du même électro-aimant. Chacune des lames, à

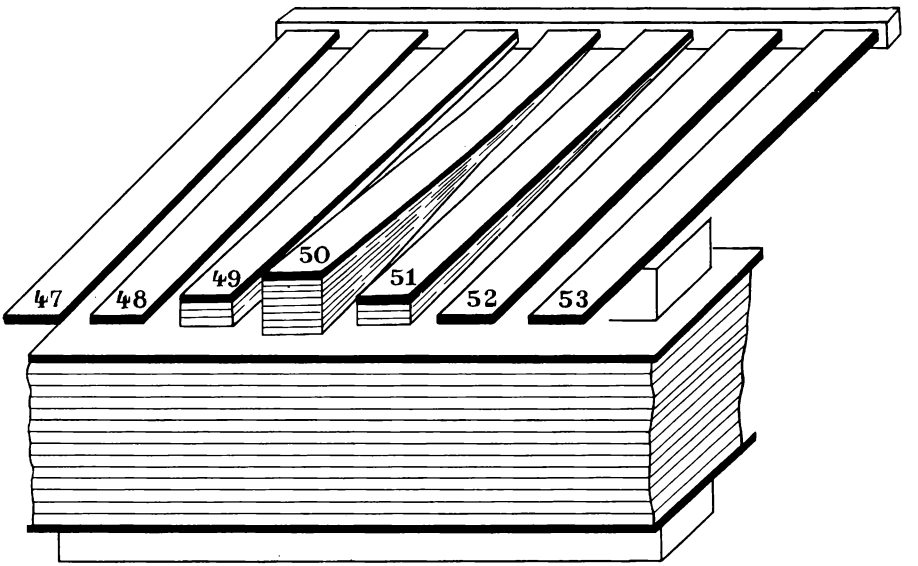


FIG. 11.

l'exclusion des autres, entre en vibration pour une fréquence bien déterminée du courant qui traverse l'électro-aimant. Il suffit de lire la graduation de la lame qui entre en vibration pour connaître la fréquence du courant (fig. 11).

C. — INTENSITÉ ET TENSION EFFICACES.

7. Intensité efficace.

Une résistance connue R est plongée dans un vase Dewar contenant de l'eau. On connaît l'équivalent en eau M de tout le système (eau, vase, accessoires).

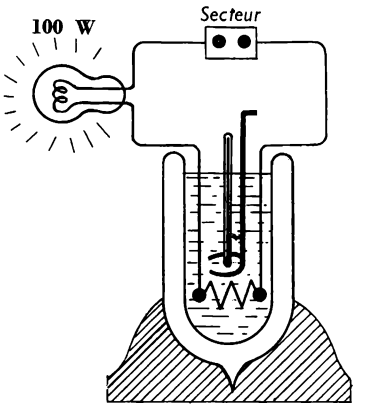


FIG. 12.

La résistance est montée entre les bornes d'une prise de courant du secteur par l'intermédiaire d'une ampoule de 100 W, dont l'éclat constant indique le passage, pendant toute la durée, t, de l'expérience, d'un courant alternatif stable (fig. 12).

On observe que la température de l'eau s'élève de θ_1 à θ_2 degrés Celsius. On en déduit que la quantité de chaleur dégagée par le passage du courant alternatif pendant la durée t dans la résistance R a été

$$Q = M(\theta_2 - \theta_1) \quad \text{(calories)}.$$

Nous aurions pu effectuer la même expérience en utilisant un courant constant.

D'après la loi de Joule, l'intensité I du courant constant qui, passant pendant le même temps t dans la même résistance R, y aurait produit la même quantité de chaleur que le courant alternatif, serait définie par l'équation

$$\frac{1}{4{,}18} RI^2t = Q = M(\theta_2 - \theta_1).$$

Par définition, l'intensité

$$I = \sqrt{\frac{4{,}18\, M(\theta_2 - \theta_1)}{Rt}}$$

de ce courant constant équivalent mesure l'**intensité efficace** du courant alternatif établi dans le circuit.

L'intensité efficace d'un courant alternatif est l'intensité du courant constant qui, dans la même résistance et pendant la même durée, produirait la même quantité de chaleur que le courant alternatif.

On montre que l'intensité efficace d'un courant alternatif **sinusoïdal** est égale au quotient par $\sqrt{2}$ de son intensité maximale :

$$\boxed{I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}}.$$

Exercice 39. — Dans l'expérience du § 7, on donne M = 500 g, R = 10 Ω, t = 10 mn et l'on constate une élévation de température $\theta_2 - \theta_1 = 1{,}8$ °C. Calculer l'intensité efficace du courant alternatif et en déduire sa valeur maximale, en supposant que le courant est sinusoïdal.

L'intensité efficace du courant alternatif, égale à l'intensité du courant constant équivalent, est

$$I = \sqrt{\frac{4{,}18\ M(\theta_2 - \theta_1)}{Rt}}.$$

Avec M = 500 g, R = 10 Ω, t = 10 mn = 600 s et $\theta_1 - \theta_2 = 1{,}8$ °C, il vient :

$$I = \sqrt{\frac{4{,}18 \times 500 \times 1{,}8}{10 \times 600}} = 0{,}79 \text{ A}.$$

Si le courant est sinusoïdal, son intensité maximale est

$$I_m = I\sqrt{2} = 0{,}79 \times 1{,}414 = 1{,}12 \text{ A}.$$

8. Mesure de l'intensité efficace.

La dilatation du fil résistant d'un ampèremètre thermique (ch. VIII, § 6) dépend de sa température d'équilibre, qui dépend elle-même de la quantité de chaleur apportée dans le fil par le courant pendant chaque unité de temps.

L'allongement du fil est le même si l'appareil est traversé par un courant alternatif, ou si ce courant est remplacé par le courant constant équivalent : **un ampèremètre thermique, gradué en courant continu, fournit l'intensité efficace d'un courant alternatif.**

9. Différence de potentiel, ou tension efficace.

Reprenons l'expérience du paragraphe 7. Lorsque nous remplaçons, dans la résistance R dépourvue d'inductance, le courant alternatif par le courant constant équivalent d'intensité I, nous devons établir, entre les bornes de R, la tension constante U = R I, dont la valeur doit être

$$U = R\sqrt{\frac{4{,}18\ M(\theta_2 - \theta_1)}{Rt}} = \sqrt{\frac{4{,}18\ R.M\ (\theta_2 - \theta_1)}{t}}.$$

Nous pouvons dire que, lorsque la résistance R est parcourue par le courant alternatif, ce courant y dégage la même quantité de chaleur que si l'on maintenait entre ses bornes la d.d.p. constante U.

Par définition, cette d.d.p. constante U est la **tension efficace** qui existe entre les bornes de R alimentée en courant alternatif.

La tension efficace aux bornes d'une résistance non inductive est égale à la tension constante qu'il faudrait appliquer entre les bornes de cette résistance pour qu'il s'y produise, dans le même temps, la même quantité de chaleur que celle produite par le courant alternatif.

On montre que, si l'on établit entre deux points d'un circuit une d.d.p. sinusoïdale $u = U_m \sin \omega t$, U_m désignant la **tension maximale**, la tension efficace est

$$\boxed{U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}}.$$

10. Voltmètre thermique.

Un ampèremètre thermique, en série avec une forte résistance pure additionnelle et placé en dérivation aux bornes d'une portion de circuit parcouru par un courant alternatif, indique la tension efficace qui existe entre les bornes de cette portion de circuit. Cet appareil, gradué en volts, constitue un voltmètre thermique.

RÉSUMÉ

L'intensité d'un courant périodique est une fonction du temps qui vérifie l'identité $f(t + T) = f(t)$ quel que soit l'instant t. La période T du courant s'exprime en secondes.

Un courant périodique est alternatif s'il change de sens au cours de la période. Le courant alternatif le plus usuel est le courant sinusoïdal dont l'intensité instantanée vérifie l'équation $i = I_m \sin \omega t$.

La pulsation ω, la fréquence f et la période T du courant vérifient les relations

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}.$$

Le courant alternatif produit des effets calorifiques, chimiques et magnétiques, mais la polarité des électrodes d'un voltamètre traversé par un courant alternatif s'inverse à chaque alternance.

L'intensité efficace d'un courant alternatif est l'intensité du courant constant qui, dans le même temps et dans la même résistance, produirait la même quantité de chaleur que le courant alternatif.

L'intensité efficace d'un courant sinusoïdal d'intensité maximale I_m est

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}.$$

La tension efficace aux bornes d'une résistance non inductive est égale à la tension constante qu'il faudrait appliquer entre les bornes de cette résistance pour qu'il s'y produise, dans le même temps, la même quantité de chaleur que celle produite par le courant alternatif.

Une tension alternative sinusoïdale de tension maximale U_m correspond à une tension efficace $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$.

Exercices.

1. — La résistance chauffante d'un réchaud, de valeur égale à 24 ohms, est alimentée par un secteur alternatif donnant une tension efficace de 120 V. On demande de calculer :

a) la quantité de chaleur fournie par le réchaud en 1 minute;

b) l'intensité efficace du courant alternatif qui le traverse;

c) le temps nécessaire pour porter de 20 °C à 80 °C la température de 1 litre d'eau contenu dans une casserole de valeur en eau négligeable, sachant que l'eau ne reçoit que 60 % de la chaleur produite dans la résistance (on donne l'équivalence : 1 joule = 0,24 calorie);

d) les valeurs maximales de l'intensité et de la tension aux bornes, en supposant que l'intensité et la tension sont parfaitement sinusoïdales.

Rép. : *a*) 8 640 cal; *b*) 5 A; *c*) 11 mn 34 s; *d*) 7,07 A, 170 V.

2. — Un radiateur électrique dissipe en chaleur une puissance moyenne de 3 kW. Il est alimenté par un secteur alternatif délivrant une tension efficace de 220 V. Calculer la résistance présentée par le radiateur et les valeurs efficace et maximale de l'intensité du courant qui le traverse. On suppose que le courant est sinusoïdal, nul à l'instant $t = 0$ et que l'intensité est croissante à cet instant. Écrire l'expression de l'intensité instantanée si la fréquence du secteur est 50 Hz.

Rép. : 16,1 ohms; 13,6 A; 19,2 A; $i = 19{,}2 \sin 314\, t$.

3. — A l'intérieur d'un champ d'induction magnétique uniforme horizontal $B = 0{,}5$ Wb/m^2 on dispose dans un plan vertical un cercle métallique de rayon $r = 2$ cm et de résistance R. Ce cercle est constitué par un fil de cuivre de diamètre 1 mm et de résistivité $\rho = 1{,}6 \times 10^{-8}\,\Omega$m.

On suppose que le coefficient d'auto-induction du circuit est négligeable.

On fait tourner le cercle autour de son diamètre vertical d'un mouvement uniforme de vitesse $N = 25$ tours par seconde.

A l'instant zéro, le champ magnétique est perpendiculaire au plan du cercle. A l'instant t, l'angle du champ magnétique et de la normale au plan du cercle est $2\pi Nt$.

a) Calculer l'intensité efficace du courant produit dans le fil.

b) Quelle est la quantité de chaleur dégagée par seconde?

c) Déterminer la puissance qu'il faut dépenser pour maintenir le mouvement uniforme et en déduire le moment du couple moteur moyen que l'on doit appliquer au système.

(On admettra que la loi d'Ohm s'applique aux valeurs instantanées de l'intensité du courant dans une résistance non inductive et de la tension aux bornes de cette résistance sous la forme $u = Ri$ et l'on acceptera la valeur approchée $\pi^2 \approx 10$.)

Rép. : *a*) 27,6 A; *b*) 0,466 cal; *c*) 1,95W, $1{,}24 \times 10^{-2}$ m.N.

4. — On inscrit sur un cylindre enregistreur, en même temps que les vibrations d'un diapason de fréquence 435 Hz, le mouvement régulier d'une tige de fer encastrée à l'une de ses extrémités et devant laquelle on a disposé un électro-aimant parcouru par un courant alternatif.

L'examen des courbes obtenues montre que, pendant l'inscription, le mouvement du cylindre était uniforme et que chaque point de la surface s'est déplacé de 9,6 cm pendant 20 périodes de la tige et de 12,8 cm pendant 116 périodes du diapason.

On demande de déterminer la fréquence du courant alternatif et d'indiquer comment on peut vérifier que la rotation du cylindre est uniforme.

Ce courant alternatif traverse un conducteur sans inductance ayant une résistance de 200 Ω et immergé dans un calorimètre. On constate que la température du calorimètre s'élève de 0,6 °C par minute.

Sachant que la valeur en eau de l'ensemble de la résistance et du calorimètre est 450 g, on demande de déterminer ce qu'indiquerait un voltmètre thermique placé en dérivation entre les extrémités du conducteur plongé dans le calorimètre. Équivalent mécanique de la calorie = 4,18 joules.

Rép. : 50 Hz; 61,3 V.

OPTIQUE

OPTIQUE

CHAPITRE PREMIER

PROPAGATION DE LA LUMIÈRE

1. Les phénomènes lumineux.

Par une nuit bien noire, ou dans une salle obscure, l'œil n'éprouve aucune sensation.

Aussitôt qu'une lampe électrique est allumée, nous distinguons, du regard, les objets environnants et, en particulier, le filament incandescent de l'ampoule. On considère qu'un signal, la **lumière,** auquel l'œil est sensible part alors de chacun de ces corps, devenus lumineux, et nous les rend **visibles.**

Seul le filament, qui est traversé par le courant électrique, produit de la lumière : c'est la **source lumineuse.** Les autres objets visibles ne peuvent donc que renvoyer de la lumière, provenant de la source : on dit qu'ils sont **éclairés.**

Une lampe électrique et, d'une manière générale, nos différents appareils d'éclairage sont des sources de lumière **artificielles.** Le Soleil, les étoiles, un ver luisant sont des sources de lumière **naturelles.** Les planètes (Lune, Vénus, etc.) sont des corps éclairés par le Soleil.

L'étude des propriétés de la lumière, ou **phénomènes lumineux,** constitue **l'Optique.** Nous avons déjà admis que la lumière ne reste pas localisée sur les objets lumineux : elle se **propage.** Nous allons maintenant étudier quelques aspects simples de la propagation de la lumière.

2. Corps transparents, opaques, translucides.

1° Les objets sont visibles à travers une épaisseur d'air, de verre ou d'eau.

L'air, le verre, l'eau se laissent donc traverser par la lumière. De tels corps qui, interposés entre l'œil et un objet lumineux, n'empêchent pas l'œil de voir distinctement l'objet, sont dits **transparents.**

2° Le carton, les métaux, le béton ne se laissent pas traverser par la lumière : ils sont **opaques.**

3° Une ampoule en verre dépoli laisse passer la lumière émise par le filament sans que celui-ci soit visible. Les corps, tels le verre dépoli, le papier huilé, le papier calque, qui laissent passer la lumière sans permettre de voir nettement les objets au travers sont **translucides.**

REMARQUES. — 1° La distinction entre corps transparents, opaques et translucides n'est pas absolue. Par exemple :

a) l'eau sous une épaisseur de quelques centaines de mètres devient opaque;

b) du papier calque appliqué sur un dessin en permet la copie;

c) une feuille d'or de quelques microns $\left(1\ \mu = \frac{1}{1\,000}\ \text{mm}\right)$ d'épaisseur laisse filtrer une lumière verdâtre.

2° Le vide ne s'oppose pas au passage de la lumière et n'empêche pas la vision des objets. C'est ainsi que les astres sont visibles bien que leur lumière ait traversé d'immenses espaces dépourvus de matière avant de pénétrer dans l'atmosphère terrestre.

Le vide et les substances transparentes sont appelés des milieux transparents.

3. Principe de la propagation rectiligne de la lumière.

1° Propagation de la lumière dans l'air. — Dans une chambre obscure où, par une petite ouverture, pénètrent des rayons du Soleil, on voit s'agiter des poussières ou de la fumée dans un volume nettement limité par des droites (fig. 1.).

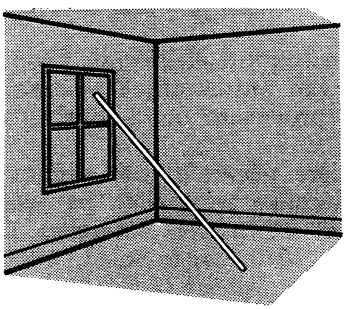


FIG. 1.

Cette observation nous suggère l'idée que, dans l'air, la lumière se propage en ligne droite.

Cette notion qui ne peut être ni démontrée, ni vérifiée exactement est considérée comme une vérité fondamentale et constitue le **principe de la propagation rectiligne de la lumière dans l'air.**

2° Extension à un milieu transparent homogène. — L'air est un milieu transparent, qui présente les mêmes propriétés en chacun de ses points : on dit qu'il est **homogène.**

Les physiciens ont étendu, à tous les milieux transparents et homogènes, le principe de la propagation rectiligne de la lumière dans l'air. On admet donc la proposition suivante :

Dans un milieu transparent et homogène, la lumière se propage en ligne droite (principe de la propagation rectiligne de la lumière).

3° Vitesse de propagation de la lumière. — Quand on allume une lampe au loin, l'œil a l'impression d'en percevoir instantanément la lumière. Ce n'est qu'une illusion.

La vitesse de propagation de la lumière, bien que très grande, n'est pas infinie. Cette vitesse dépend du milieu transparent traversé. Voici quelques valeurs :

vide et air	300 000 km/s,
verres	environ 200 000 km/s,
eau	225 000 km/s.

4° Rayon lumineux. — Dans un milieu transparent et homogène, un point lumineux S envoie dans toutes les directions de la lumière qui se propage en ligne droite. La lumière qui arrive en un point A a suivi le chemin rectiligne SA, que l'on appelle **rayon lumineux** issu de S et passant par A. Une flèche placée sur le rayon lumineux indique le sens de propagation de la lumière (fig. 2).

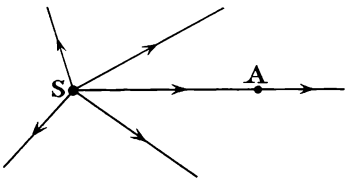


FIG. 2.

5° Objet lumineux étendu. — Chacun des points d'un objet lumineux étendu se comporte comme une source lumineuse ponctuelle d'où partent des rayons lumineux.

4. Faisceaux lumineux.

1° Faisceau divergent. — Les rayons lumineux issus d'une source ponctuelle S, qui viennent frapper un objet étendu A, sont contenus dans un cône dont les génératrices passent par S et s'appuient sur le pourtour de A (fig. 3).

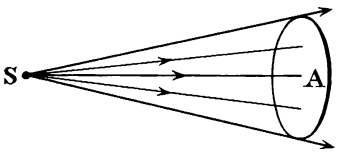


FIG. 3. — Faisceau divergent

L'ensemble de ces rayons, ou faisceau lumineux, est un **faisceau conique.** La lumière s'éloigne du sommet S : on dit que le faisceau est **divergent.**

2° Faisceau convergent. — Considérons les rayons lumineux émis par une source étendue S et qui viennent passer par le point A. Ces rayons sont contenus dans un faisceau conique de sommet A. La lumière se dirige vers le sommet du faisceau qui, pour cette raison, est dit **convergent** (fig. 4).

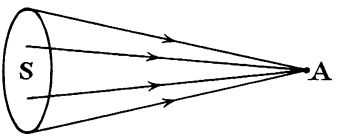


FIG. 4. — Faisceau convergent.

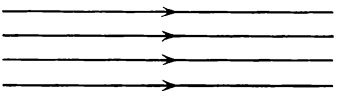


FIG. 5. — Faisceau parallèle.

3° Faisceau parallèle ou cylindrique. — Un faisceau conique dont le sommet s'éloigne à l'infini devient un faisceau **cylindrique** formé de rayons parallèles : **faisceau parallèle.** Les flèches sur les rayons indiquent le sens de propagation de la lumière (fig. 5).

REMARQUES. — 1° Un faisceau très étroit se nomme **pinceau lumineux.**

2° L'impossibilité d'isoler pratiquement une source ponctuelle ou un point éclairé enlève toute réalité physique au rayon lumineux. Cependant la notion de rayon lumineux reste fondamentale dans l'étude géométrique de la propagation de la lumière.

5. Applications de la propagation rectiligne de la lumière.

1° Ombres.

a) **Le corps C est éclairé par une source lumineuse ponctuelle S_1.**

Les rayons lumineux interceptés sont contenus dans le cône de sommet S_1 et tangent au corps C le long de la ligne L (fig. 6).

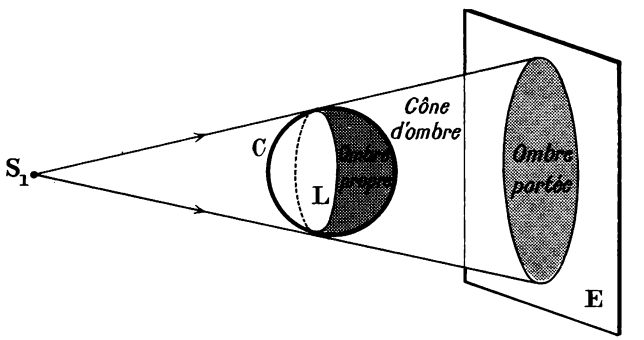


FIG. 6.

Derrière L, aucune lumière ne pénètre directement dans le cône : cette région est le **cône d'ombre.**

Sur le corps C, la ligne de contact L limite deux régions : l'une qui est située en avant est éclairée, l'autre en arrière se trouve dans l'ombre et représente l'**ombre propre** du corps C.

L'intersection du cône d'ombre par une surface plane opaque, E, ou **écran,** est une région non éclairée appelée **ombre portée.**

b) **Le corps C est éclairé par deux sources ponctuelles S_1 et S_2.**

Pour chacune des sources, le corps C donne naissance à un cône d'ombre (fig. 7). La région commune à ces deux cônes ne recevant aucune lumière est dans l'**ombre.** En dehors de cette partie commune, un point

qui est situé dans un cône d'ombre relatif à une source est néanmoins éclairé par l'autre source. Ces points d'éclairement intermédiaire sont dans la **pénombre.**

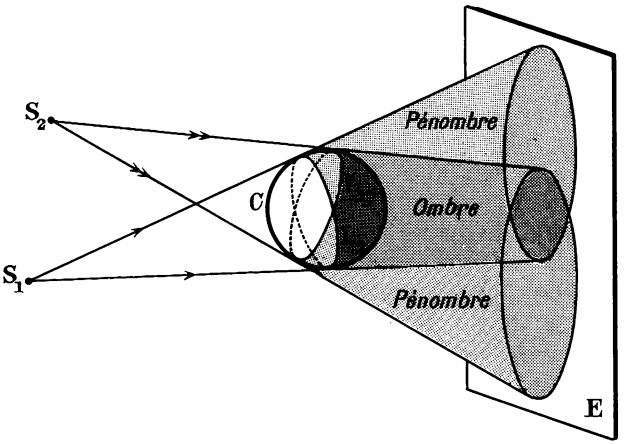


FIG. 7.

c) **Le corps est éclairé par une source étendue.** — Chacun des points de la source se comporte comme une source ponctuelle. Il en résulte l'interpénétration d'une infinité de cônes d'ombre. La détermination géométrique des volumes d'ombre et de pénombre est particulièrement simple quand la source et le corps opaque sont sphériques. Le cône d'ombre est limité par les tangentes extérieures à la source et au corps éclairé. La pénombre est limitée par les tangentes communes intérieures.

α) **Expérience.** — Sur la sphère blanche S et l'écran E disposés devant l'ampoule dépolie A, on observe des zones d'ombre et de pénombre (fig. 8).

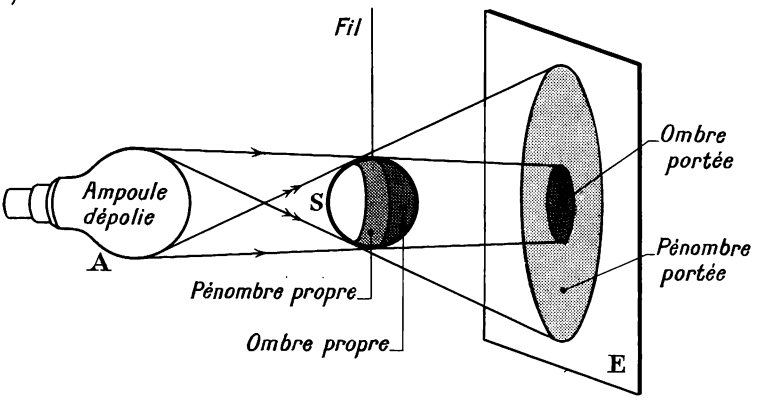


FIG. 8. — Dans l'expérience, les régions de pénombre passent progressivement de l'ombre totale à la clarté totale.

β) **Ombre et pénombre de la Terre** (fig. 9).

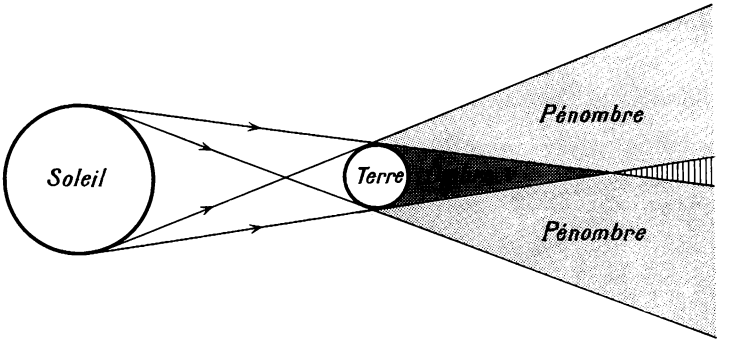


FIG. 9.

d) **Éclipses.**

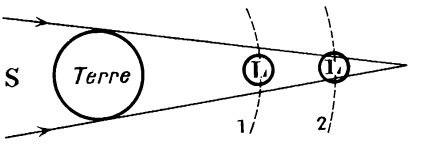


FIG. 10.

Éclipse totale en 1.
Éclipse partielle en 2.

α) **de Lune.** — Quand la Lune pénètre dans le cône d'ombre de la Terre, elle cesse d'être visible partiellement ou totalement, suivant la position de l'orbite lunaire : il y a **éclipse de Lune** (fig. 10).

β) **de Soleil.** — L'éclipse peut-être **totale** ou **annulaire** (fig. 11).

FIG. 11.

Éclipse totale de Soleil. Éclipse annulaire de Soleil.

2° Images obtenues avec de petites ouvertures.

L'expérience schématisée par la figure 12 est réalisée dans une salle obscure.

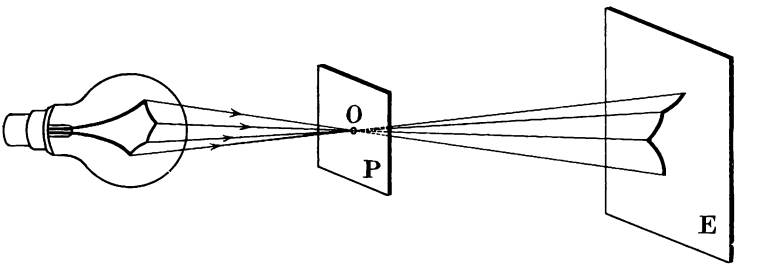


FIG. 12.

Sur l'écran blanc, E, placé derrière la plaque, P, percée de la petite ouverture O, on obtient une image du filament de l'ampoule.

En diminuant l'ouverture O, on augmente la netteté de l'image, mais on en diminue l'éclairement.

Explication. — Un point A du filament envoie, par l'ouverture O, un pinceau lumineux qui donne une petite tache lumineuse, *a*, sur l'écran E (fig. 13).

En regardant l'ensemble de toutes ces petites taches lumineuses, l'observateur retrouve sur l'écran une répartition d'éclairements semblable à celle qu'il voit sur le filament.

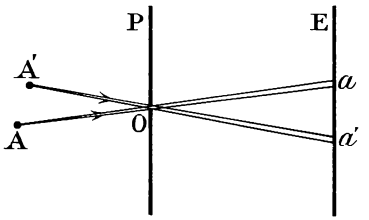


FIG. 13.

Cette reproduction de l'objet par des surfaces diversement éclairées sur un plan est appelée **image**.

La figure en explique le renversement.

Si les points A et A' sont très voisins, les deux taches *a* et *a'* ont une partie commune et apparaissent floues.

Ces taches cessent de se superposer si l'on diminue suffisamment O : l'image devient plus nette, mais elle reçoit moins de lumière.

REMARQUE. — Il semble qu'il suffirait de réduire encore plus l'ouverture O pour obtenir des images *a* et *a'*, très fines, quasi ponctuelles, dont la juxtaposition constituerait une image très nette de l'objet. L'expérience montre que cette réalisation est impossible. On observe, en effet, qu'à la sortie d'une petite ouverture O éclairée par une source ponctuelle S (fig. 14), la lumière s'écarte du pinceau lumineux entrant, dès que la largeur de l'ouverture devient inférieure à 0,1 mm : ce phénomène constitue la **diffraction** de la lumière.

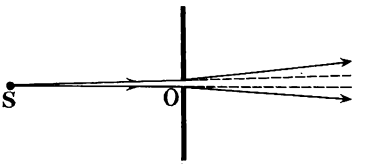


FIG. 14.

RÉSUMÉ

L'œil est sensible à la lumière qui rend les objets visibles. La lumière ne reste pas localisée sur les objets lumineux : elle se propage.

La lumière se propage dans un milieu transparent et homogène suivant des droites appelées *rayons lumineux*.

La propagation rectiligne de la lumière permet d'expliquer la formation des ombres ou celle des images obtenues avec de petites ouvertures.

Exercices.

1. — Une tige verticale de 1,60 m de longueur est placée au soleil; son ombre portée sur le sol horizontal mesure 1,20 m. On demande quelle est la hauteur d'un arbre qui, dans les mêmes conditions, a une ombre portée dont la longueur est 18 m.

Rép. : 24 m.

2. — Un disque lumineux de 1 cm de diamètre, un disque opaque de 11 cm de diamètre et un écran sont placés dans des plans parallèles entre eux et perpendiculaires à la droite joignant leur centre.

Sachant que la distance de l'écran à la source lumineuse est égale à 3 mètres, celle de l'écran à l'objet éclairé est 2 mètres, indiquer la forme et calculer les dimensions de l'ombre portée et de la pénombre sur l'écran.

Rép. : L'ombre portée est un cercle de 15,5 cm de rayon; la pénombre est une couronne dont les rayons mesurent 15,5 cm et 17,5 cm.

CHAPITRE II

LOIS DE LA RÉFLEXION. MIROIRS PLANS

A. — LOIS DE LA RÉFLEXION.

1. Diffusion et réflexion de la lumière.

1° Diffusion. — Un faisceau parallèle, dirigé sur une surface mate (une feuille de buvard, par exemple) posée sur une table est rendue plus visible par de la poussière de craie.

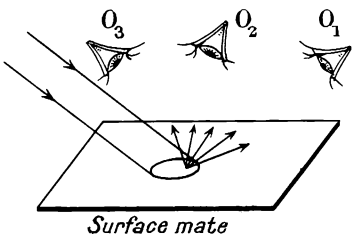
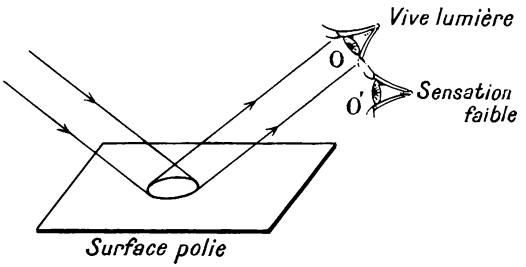


FIG. 1.

Pour un œil qui se place successivement en O_1, O_2, O_3... l'éclairement de la feuille ne change pas (fig. 1).

En chaque point du buvard, la lumière qui arrive est renvoyée uniformément dans toutes les directions : elle est **diffusée.**

2° Réflexion. — La feuille de buvard est remplacée par une glace de poche. Un deuxième faisceau parallèle, qui s'appuie sur la surface éclairée de la glace, apparaît dans l'air chargé de poussières.



En O', arrive un peu de lumière diffusée.

FIG. 2.

L'œil placé dans la direction de ce nouveau faisceau reçoit une vive lumière, tandis qu'en dehors de cette direction, la sensation lumineuse est faible (fig. 2).

La lumière renvoyée dans l'air, suivant une direction bien déterminée, est dite **réfléchie.**

La glace de poche constitue une **surface réfléchissante.**

D'une manière générale, **seules les surfaces bien polies sont réfléchissantes.**

On sait que ces surfaces donnent une image plus ou moins lumineuse d'un objet placé devant elles : elles peuvent servir de miroirs.

Nous ne considérerons que des surfaces réfléchissantes planes ou miroirs plans.

3° Influence de la substance réfléchissante. — Un faisceau lumineux cylindrique tombe sans le recouvrir entièrement sur un miroir plan M placé horizontalement. La lumière réfléchie forme une tache lumineuse T au plafond (fig. 3). Remplaçons M, dans le même plan horizontal, par d'autres surfaces réfléchissantes : surface métallique bien polie, surface d'un bain de mercure, surface de l'eau d'une cuvette, vitre de verre, etc.

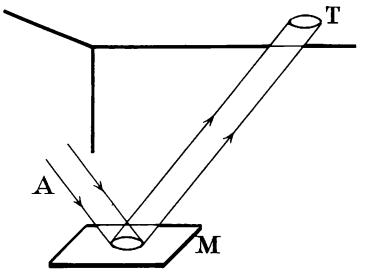


FIG. 3.

Nous observons que :

1° toutes les taches lumineuses situées au plafond occupent le même emplacement, T.

2° l'éclairement des taches dépend de la nature de la surface réfléchissante.

Nous en concluons que :

1° la direction de la lumière réfléchie ne dépend pas de la substance du miroir;

2° l'intensité du faisceau réfléchi dépend de la substance du miroir. On appelle pouvoir réflecteur d'un miroir le rapport entre l'intensité du faisceau réfléchi et l'intensité du faisceau qui arrive sur le miroir.

Le pouvoir réflecteur d'une surface métallique bien polie est d'environ 0,9. Les miroirs plans usuels sont réalisés en argentant la face postérieure d'une lame de verre à faces parallèles.

4° Définitions. — La lumière qui arrive sur un miroir est dite incidente.

La réflexion de la lumière est la brusque déviation qu'éprouve dans un même milieu transparent, suivant une direction privilégiée, un faisceau parallèle qui rencontre une surface réfléchissante plane.

2. Symétrie de l'objet et de l'image par rapport à un miroir plan.

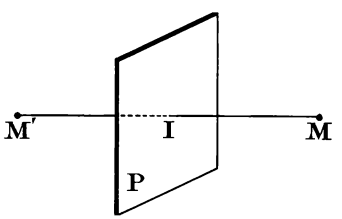


FIG. 4.

1° Observation. — Les images que l'on voit dans la glace d'une armoire paraissent, par rapport au miroir, symétriques des objets qu'elles reproduisent.

Rappelons que deux points, M et M', sont symétriques par rapport à un plan P si la droite MM' est perpendiculaire à P et si le milieu, I, de MM' est sur P (fig. 4).

2° Expérience. — Une vitre verticale M, placée sur une table, servira de miroir plan. On se munit de deux bougies identiques, A et B.

La bougie A, étant disposée verticalement devant la vitre, on place, par tâtonnements, l'autre bougie B sur l'image A′ de A (fig. 5).

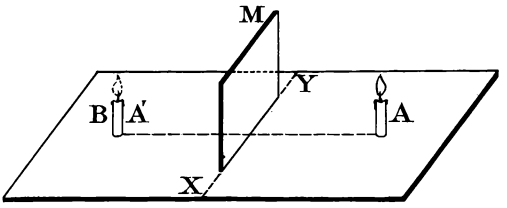


FIG. 5.

Allumons A : la bougie B paraît s'allumer. L'image A′ a donc la même hauteur que B et, par conséquent, la même hauteur que A.

Après avoir repéré l'emplacement des bougies et de la vitre sur la table, nous constatons que les bases de A et B sont symétriques par rapport à la trace XY de la vitre. Donc

un objet et son image donnée par un miroir plan sont symétriques par rapport au miroir.

3. Réflexion d'un rayon lumineux.

1° Symétrie des supports des rayons incident et réfléchi. — Soit O_1, O_2, O_3 des observateurs, supposés réduits chacun à un œil. Ces observateurs regardent l'image d'un point lumineux A placé devant le miroir plan M, représenté schématiquement par la droite hachurée du côté de la surface non réfléchissante (fig. 6).

Pour chaque œil, l'image est le point A′ symétrique de A par rapport au plan M.

La lumière réfléchie semble donc provenir de A′.

Considérons un rayon lumineux **incident** AI (fig. 7).

Parti de A, il rencontre le miroir au point I, appelé **point d'incidence**, puis repart suivant la direction IR, appelée **rayon réfléchi** et dont le support géométrique X′Y′ passe par A′.

Les deux segments AI et A′I étant symétriques par rapport au plan

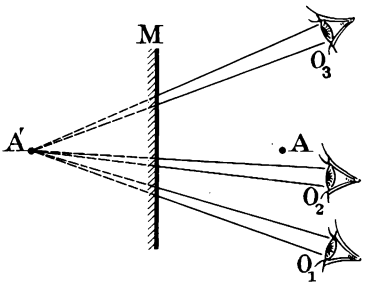


FIG. 6.

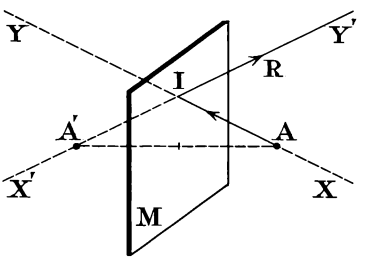


FIG. 7.

du miroir M, il en résulte que **les supports respectifs XY et X'Y' du rayon incident AI et du rayon réfléchi IR sont symétriques par rapport au miroir plan.**

Cette propriété, associée au fait que la lumière réfléchie n'a pas traversé le miroir, permet de déterminer géométriquement le rayon réfléchi provenant d'un rayon incident donné, sans considération de la source lumineuse.

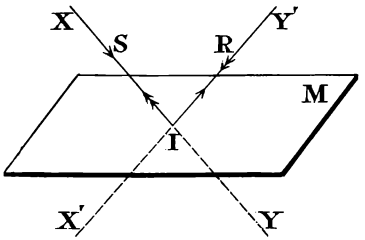


FIG. 8.

2° Retour inverse de la lumière. — Envisageons d'abord le trajet SIR, formé par le rayon incident SI et le rayon réfléchi IR (fig. 8). Puis, supposons que la lumière retourne vers le miroir M suivant RI.

Le nouveau rayon réfléchi devant avoir pour support le symétrique, par rapport au plan M, du support de RI se dirige suivant IX. Ce **retour inverse de la lumière** peut s'énoncer ainsi : **la lumière renvoyée sur elle-même parcourt en sens inverse son trajet initial.**

4. Lois de la réflexion.

La détermination du rayon réfléchi, correspondant à un rayon incident donné, se trouve simplifiée si l'on utilise deux propriétés géométriques que présentent le rayon incident, le rayon réfléchi et la perpendiculaire, ou **normale**, menée au point d'incidence sur le miroir. Ces deux propriétés constituent les **lois de la réflexion.**

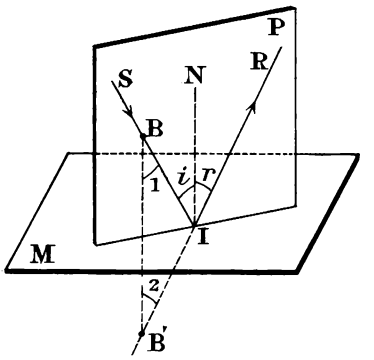


FIG. 9.

1° Le rayon incident SI et la normale IN en I au miroir plan M, déterminent un plan P, appelé **plan d'incidence**, perpendiculaire au plan M (fig. 9).

Un point B du rayon incident a pour symétrique, par rapport au miroir M, le point B' situé sur le support du rayon réfléchi IR. La droite BB', perpendiculaire au plan M est donc parallèle à la normale IN et, par suite, elle est contenue dans le plan d'incidence. Le support du rayon réfléchi ayant les deux points B' et I dans le plan d'incidence appartient à ce plan, d'où

Première loi de la réflexion : **Le rayon réfléchi est dans le plan d'incidence.**

2° Dans le plan d'incidence, du côté réfléchissant du miroir, l'angle i, formé par le rayon incident et la normale, est **l'angle d'incidence**; l'angle r du rayon réfléchi et de la normale est **l'angle de réflexion.**

Par raison de symétrie, le triangle BIB′ est isocèle : $\widehat{B_1} = \widehat{B_2'}$.

D'autre part, les droites IN et B′B sont parallèles, donc

$$\widehat{B_1} = i \quad \text{(angles alternes-internes)},$$
$$\widehat{B_2'} = r \quad \text{(angles correspondants)}.$$

Par conséquent, nous obtenons l'égalité

$$i = r.$$

Deuxième loi de la réflexion : L'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence.

REMARQUE. — Un rayon incident normal au miroir est réfléchi sur lui-même ($i = 0$, $r = 0$).

B. — MIROIRS PLANS.

5. Image d'un point-objet réel.

1° Définition. — Une source de très petite étendue, par exemple le cratère positif d'un arc électrique, peut être considérée comme un point-objet réel A.

Le point A est le sommet d'un faisceau conique divergent que l'on peut faire arriver sur un miroir plan M (fig. 10).

Imaginons maintenant que des rayons lumineux, après avoir convergé en B, continuent ensuite leur trajet. Ils forment un faisceau conique divergent qui peut arriver sur le miroir M (fig. 11).

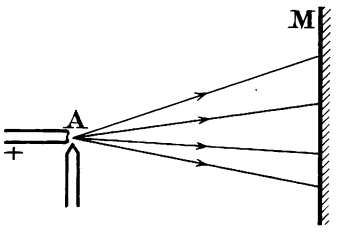


FIG. 10.

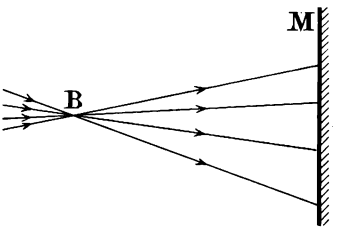


FIG. 11.

Sur le miroir M, le phénomène de réflexion est identique dans les deux cas. Nous dirons que le point B est aussi un point-objet réel pour le miroir.

Un point-objet réel est le sommet d'un faisceau conique divergent qui arrive sur un miroir.

2° Point-image virtuel. — Après réflexion, les rayons issus du point objet réel A, s'éloignent (ou sortent) du miroir M comme s'ils venaient de A′, symétrique de A par rapport à M. (fig. 12).

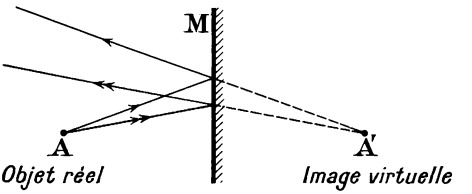


FIG. 12.

Les rayons réfléchis forment un faisceau conique divergent de sommet A′. L'image A′, qui ne peut être recueillie sur un écran, est **virtuelle.**

Un point-image virtuel est le sommet d'un faisceau conique divergent qui s'éloigne (ou qui sort) du miroir.

6. Image d'un point-objet virtuel.

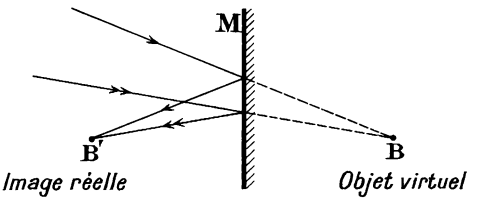


FIG. 13.

1° Point-objet virtuel. — Interceptons par un miroir M les rayons d'un faisceau conique convergent avant qu'ils aient atteint leur point B de convergence (fig. 13). L'objet n'étant pas formé, le point-objet B est **virtuel.**

Un point-objet virtuel est le sommet d'un faisceau conique convergent de rayons qui arrivent sur le miroir avant d'avoir atteint leur point de convergence.

2° Point-image réel. — Les lois de la réflexion montrent et l'expérience confirme que les rayons réfléchis forment un faisceau convergent au point B′, symétrique de B, par rapport au miroir M : l'image B′ qui peut être recueillie sur un écran est **réelle.**

Un point-image réel est le sommet d'un faisceau convergent qui s'éloigne (ou qui sort) du miroir.

7. Conclusions.

1° Un miroir plan donne d'un point-objet réel un point-image virtuel et d'un point-objet virtuel, un point-image réel.

2° Le point-objet (sommet d'un faisceau conique entrant) et le point-image (sommet d'un faisceau conique sortant) sont symétriques par rapport au miroir.

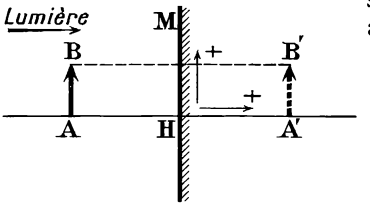


FIG. 14.

8. Image d'une droite parallèle au plan du miroir (fig. 14).

Chaque point de l'objet a pour image son symétrique par rapport au miroir.

Sur la normale au miroir orientée dans le sens de propagation de la lumière, nous avons la relation, dite de **position** ou de **conjugaison**,

$$\overline{HA'} = -\overline{HA}.$$

Sur un deuxième axe, parallèle à l'objet, la grandeur et l'orientation de l'image sont définies par la relation de **grandissement** :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = +1.$$

Exercice I. — Un point lumineux A est placé entre deux miroirs plans rectangulaires M_1 et M_2.

Déterminer la position et la nature des images données par les miroirs.

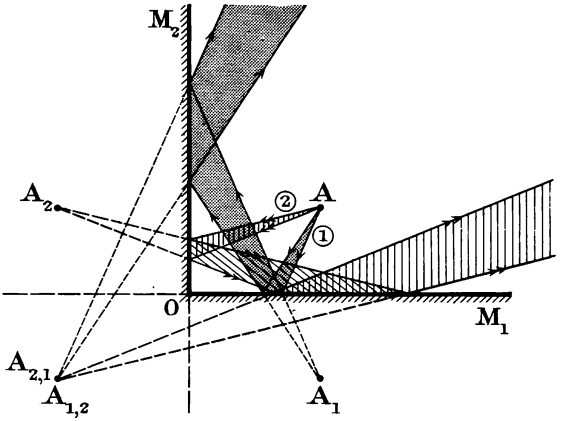


FIG. 15.

La lumière des pinceaux ① et ②, de sommet commun A, subit des réflexions sur les miroirs M_1 et M_2 (fig. 15). Par rapport à M_1 et M_2, recherchons les significations optiques des différents pinceaux formés.

1° Pinceau ①.

Miroir M_1 { pinceau incident divergent : **objet réel A;** pinceau réfléchi divergent : **image virtuelle A_1**, symétrique de A par rapport à M_1.

Miroir M_2 { pinceau incident divergent : **objet réel A_1;** pinceau réfléchi divergent : **image virtuelle $A_{1,2}$**, symétrique de A_1 par rapport à M_2.

2° Pinceau ②.

Miroir M_2 { pinceau incident divergent : **objet réel A;** pinceau réfléchi divergent : **image virtuelle A_2**, symétrique de A par rapport à M_2.

Miroir M_1 { pinceau incident divergent : **objet réel A_2;** pinceau réfléchi divergent : **image virtuelle $A_{2,1}$**, symétrique de A_2 par rapport à M_1.

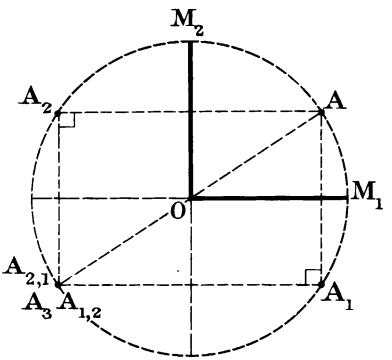


FIG. 16.

A cause de la symétrie, les images obtenues A_1, A_2, $A_{1,2}$ et $A_{2,1}$ appartiennent au plan mené par A perpendiculairement à l'arête commune aux deux miroirs et sont situées sur le cercle de centre O et de rayon OA (fig. 16).

Les angles droits A_1 et A_2 sont inscrits dans une demi-circonférence. Les points $A_{1,2}$ et $A_{2,1}$ se trouvant sur le même diamètre sont confondus en A_3. On obtient donc trois images virtuelles qui constituent avec l'objet A les sommets d'un rectangle de centre O.

9. Rotation d'un miroir plan.

1° Rotation d'un rayon réfléchi. — L'axe de rotation O est parallèle au miroir et le rayon incident SI_1 est fixe dans le plan d'incidence perpendiculaire à l'axe de rotation (fig. 17).

Une rotation α du miroir entraîne une rotation β du rayon réfléchi. Les normales aux points d'incidence I_1 et I_2 forment l'angle α et l'angle d'incidence, de valeur initiale i_1, prend la valeur i_2.

Par un point arbitraire K, traçons des demi-droites parallèles aux rayons lumineux et aux normales successives au miroir (fig. 18).

D'après la deuxième loi de la réflexion, nous avons

$$i_1 = r_1, \quad i_2 = r_2.$$

L'examen de la figure montre que

$$\alpha = i_1 - i_2 \quad \text{et} \quad \beta = i_1 + r_1 - (i_2 + r_2) = 2\,(i_1 - i_2).$$

Donc $\beta = 2\,\alpha$.

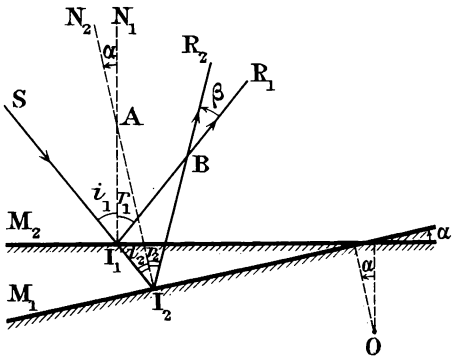


FIG. 17.

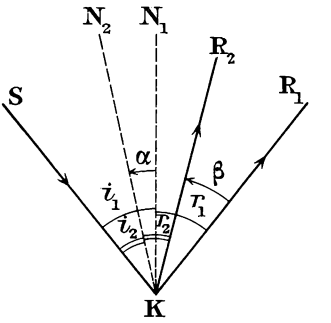


FIG. 18.

Lorsqu'un rayon de direction fixe est réfléchi par un miroir plan mobile autour d'un axe perpendiculaire au plan d'incidence, une rotation α du miroir détermine dans le même sens une rotation 2α du rayon réfléchi.

Application : Mesure optique d'un petit déplacement angulaire. — *Principe de la méthode de Poggendorf.* — Le déplacement angulaire à mesurer est communiqué à un miroir plan mobile autour d'un axe situé dans son plan. On fait arriver sur le miroir un rayon incident de direction fixe dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation. Le rayon réfléchi IO rencontre la règle graduée I en un point O appelé **spot** (fig. 19).

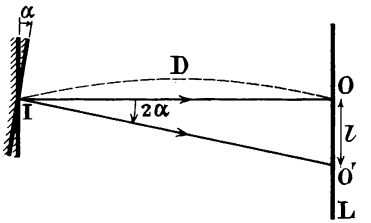


FIG. 19. — Le rayon incident n'est pas représenté.

Une rotation α du miroir entraîne une rotation 2α du rayon réfléchi et un déplacement OO′ du spot sur la règle.

Sur la figure 19, le point d'incidence I est sur l'axe de rotation : il est fixe.

Les angles α et 2α étant petits, on peut considérer que les longueurs IO et IO′ sont égales. Cela revient à assimiler le segment $OO' = l$ à un arc de cercle de rayon $IO = D$ et de centre I.

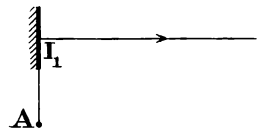


FIG. 20.

Ainsi $l = 2\alpha D$ et $\alpha\,(\text{rd}) = \dfrac{l}{2D}$.

REMARQUE. — Si le point d'incidence initial I_1 n'est pas sur l'axe A de rotation (fig. 20) on considérera néanmoins qu'il reste fixe au cours des petites rotations.

2° Rotation de l'image d'un point fixe. — Le point-objet A reste fixe devant le miroir mobile autour d'un axe situé dans son plan (fig. 21).

Quand le miroir tourne d'un angle α, de la position M_1 à la position

M_2, l'image constamment symétrique de A par rapport au miroir passe de A'_1 en A'_2 en restant dans le plan mené par A perpendiculairement à l'axe de rotation.

Dans ce plan, pris comme plan de figure et qui coupe l'axe en O, l'image se déplace sur le cercle de centre O et de rayon $OA = OA'_1 = OA'_2$.

L'angle au centre $A'_1OA'_2$ est double de l'angle inscrit $A'_1AA'_2$ de valeur α puisque A'_1A et A'_2A sont respectivement perpendiculaires aux plans M_1 et M_2.

Par conséquent, $\widehat{A'_1OA'_2} = 2\alpha$.

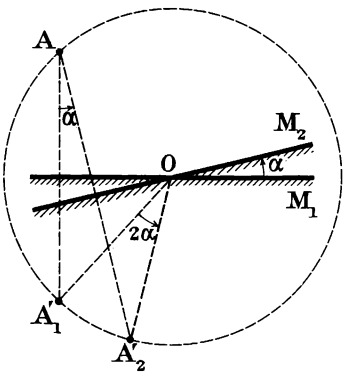


FIG. 21.

Quand un miroir plan tourne d'un angle α autour d'un axe situé dans son plan, l'image d'un point fixe tourne autour du même axe, dans le même sens, d'un angle 2α.

Application : **Examen au miroir tournant d'une flamme de hauteur variable.**

Soit A la flamme d'un bec de gaz dont le débit subit des variations rapides. L'œil ne peut distinguer les hauteurs successives de la flamme qui semble conserver une grandeur constante. Regardons l'image de la flamme donnée par un miroir tournant M.

a) **Image virtuelle** (fig. 22). — L'œil voit une bande lumineuse crénelée qui étale les variations de hauteur de l'objet A.

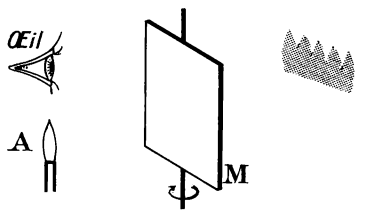


FIG. 22.

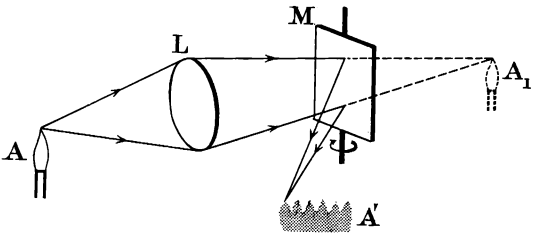


FIG. 23.

b) **Image réelle** (fig. 23). — Une lentille convergente L donne une image réelle A_1 de la flamme (ch. VII).

Le miroir tournant M, interposé entre la lentille et l'image Al empêche la formation de celle-ci, qui devient pour le miroir un objet, virtuel.

L'image A' donnée par le miroir est alors réelle et peut être reçue sur un écran.

10. Champ d'un miroir plan.

Nous savons qu'un œil peut examiner indirectement un objet s'il regarde l'image qu'en donne un miroir plan. Pour une position donnée de l'œil, on nomme **champ du miroir** la région de l'espace dont un point lumineux peut être vu par réflexion dans le miroir.

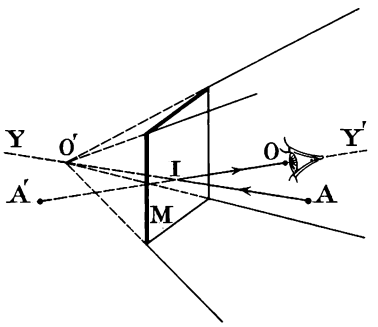


FIG. 24.

Considérons un point lumineux A (fig. 24). L'œil, supposé réduit à un point O, voit l'image A' dans la direction OA' parce qu'il reçoit le rayon IO qui résulte de la réflexion en I du rayon incident AI.

Les supports des rayons AI et IO sont symétriques par rapport au miroir M (page 323). Par conséquent, le rayon incident AI passe par le symétrique, O', de l'œil par rapport au miroir. Ainsi tout rayon incident, qui doit à la fois rencontrer le miroir et passer par O', est contenu dans le cône de sommet O' et tangent au pourtour du miroir.

La portion de ce cône, limitée par la surface réfléchissante, est le champ du miroir pour la position particulière, O, de l'œil. On peut dire :

Le champ d'un miroir est la région de l'espace qui serait vue à travers le miroir, devenu transparent, par un œil fictif, image de l'œil réel dans le miroir.

RÉSUMÉ

La réflexion de la lumière est la brusque déviation qu'éprouve, dans un même milieu transparent, suivant une direction privilégiée, un faisceau parallèle qui rencontre une surface réfléchissante plane.

Le rayon réfléchi est dans le plan incident déterminé par le rayon incident et la normale au point d'incidence.

L'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence.

Un objet et son image dans un miroir plan sont symétriques par rapport au miroir et de natures contraires : l'un est réel, l'autre est virtuel.

Lorsqu'un rayon de direction fixe est réfléchi par un miroir mobile autour d'un axe perpendiculaire au plan d'incidence, une rotation α du miroir détermine dans le même sens une rotation 2α du rayon réfléchi.

Le champ d'un miroir, ou région de l'espace vue par réflexion dans le miroir, dépend de la position de l'œil de l'observateur.

Exercices.

1. — Une personne de 1,70 m de hauteur est placée devant un miroir plan vertical; ses yeux sont à une hauteur de 1,60 m. Quelles doivent être la hauteur minimale de ce miroir et sa distance au sol pour que la personne se voie tout entière?

Rép. : 0,85 m; 0,80 m.

2. — Un élève dont les yeux sont à 1,50 m au-dessus du sol est placé à 5 m du centre d'un miroir plan posé horizontalement sur le sol. L'œil de l'élève, le centre du miroir et l'image du sommet d'un arbre situé à 25 m du centre du miroir sont en ligne droite. Calculer la hauteur de l'arbre. (Faire le croquis.)

Rép. : 7,50 m.

3. — Deux miroirs parallèles M et M′ sont distants de 50 cm. Soit un point lumineux P situé entre M et M′, à 10 cm de M.

1° Déterminer les images, P′ et P″, de P données respectivement par M et M′.

2° Calculer la distance P′P″.

3° Déterminer l'image P‴ de P′ donnée par M′ et dessiner la marche d'un rayon lumineux issu de P.

Rép. : P′P″ = 1 m; P″ est à 60 cm derrière M′.

4. — Soit une droite *xy*, un objet AB de longueur 2 cm perpendiculaire à cette droite et ayant son pied, B, sur la droite, un miroir plan incliné de 45° sur *xy*, qu'il coupe en un point O situé à 6 cm de B et dont la face réfléchissante est tournée vers AB.

1° Construire avec précision l'image A′B′ de AB dans le miroir (l'usage du rapporteur est interdit).

2° Calculer la distance de B′ à *xy*.

Rép. : OB′ est perpendiculaire à *xy*; 6 cm.

5. — Deux miroirs plans rectangulaires, M_1 et M_2, ont une arête commune et leurs surfaces réfléchissantes forment un angle $\pi - \alpha$. Dans le plan P, perpendiculaire en O à leur arête commune, les miroirs donnent les images S_1 et S_2 d'un point lumineux S. On donne SO = 20 cm et S_1S_2 = 1,2 mm. Les faisceaux réfléchis sont recueillis sur un écran E parallèle au segment S_1S_2 et perpendiculaire au plan P qui coupe E suivant *xy*, à 2,75 m de O. Calculer :

1° la valeur de l'angle α;

2° la longueur de la partie commune que présentent sur *xy* les faisceaux réfléchis.

Rép. : 10′; 16,5 mm.

6. — L'œil d'un observateur, placé à 1 m d'un mur, regarde ce mur par réflexion dans un miroir rectangulaire situé à 1,50 m du mur et parallèlement à celui-ci.

Quelle est la surface du mur que l'œil peut ainsi observer, sachant que les côtés du miroir mesurent 10 et 15 cm?

Rép. : 0,24 m².

CHAPITRE III

RÉFRACTION DE LA LUMIÈRE

A. — LOIS DE LA RÉFRACTION.

1. Mise en évidence du phénomène de réfraction.

1° Expérience. — Dirigeons un faisceau A de rayons parallèles à l'intérieur d'une cuve parallélépipédique en verre. Une tache lumineuse S apparaît sur le fond de la cuve (fig. 1).

Versons de l'eau. La tache S se déplace et un faisceau lumineux réfléchi, d'intensité d'ailleurs assez faible, apparaît dans l'air.

Quand la cuve est presque pleine, nous observons qu'au contact de l'eau, le faisceau incident a donné naissance au faisceau cylindrique réfléchi, C, dans l'air et au faisceau cylindrique, B, qui se propage dans l'eau suivant une direction différente de celle de A.

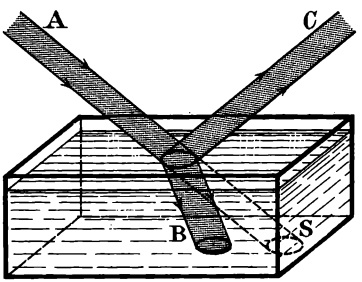


FIG. 1.

Le phénomène est rendu plus visible en ajoutant un peu de fluorescéine dans l'eau et en envoyant de la fumée ou des poussières de craie sur les trajets aériens. Dans ce chapitre, nous négligerons le phénomène connu de la réflexion partielle sur la surface de l'eau pour porter notre attention sur le brusque changement de direction, ou **réfraction**, que subissent les rayons lumineux quand ils traversent la surface de séparation entre l'air et l'eau.

2° Définitions. — La surface de séparation de deux milieux transparents constitue un **dioptre.**

Le rayon SI, ou **rayon incident,** qui arrive sur le dioptre air-eau au **point d'incidence** I, devient dans l'eau le **rayon réfracté** IR (fig. 2).

L'angle i, formé par le rayon incident SI et la **normale** IN, menée au dioptre dans l'air, est **l'angle d'incidence.** Le rayon réfracté IR forme avec la normale IN', menée dans l'eau du dioptre, **l'angle de réfraction** r.

Le plan déterminé par le rayon incident et la normale au dioptre s'appelle le **plan d'incidence.**

3° La réfraction de la lumière est un phénomène général. — Elle se produit chaque fois qu'un rayon lumineux traverse le dioptre séparant deux milieux transparents (air, eau, verre, etc.).

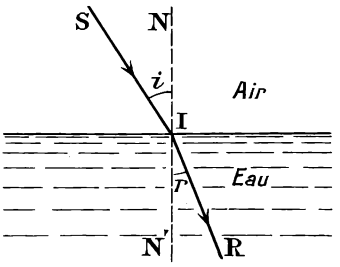


FIG. 2.

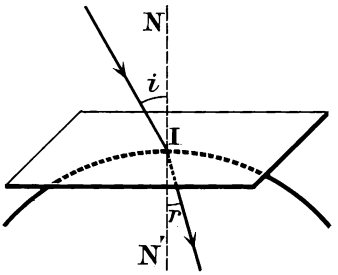


FIG. 3.

Le rayon qui arrive sur le dioptre est le rayon incident, celui qui s'en éloigne est le rayon réfracté.

Dans le cas où le dioptre n'est pas plan, on le remplace localement au point d'incidence par son plan tangent (fig. 3).

Au point d'incidence, le trajet de la lumière traverse non seulement le dioptre, mais aussi la normale.

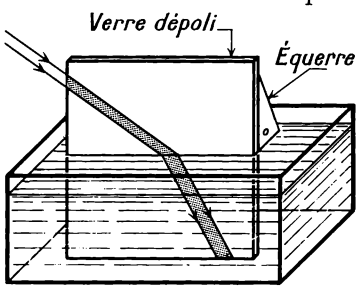


FIG. 4.

2. Lois de la réfraction.

Elles permettent de déterminer le rayon réfracté correspondant à un rayon incident déterminé.

1° Première loi de la réfraction.

a) **Expérience.** — Une plaque de verre dépoli est placée verticalement dans une cuve à parois transparentes qui contient de l'eau (fig. 4).

Un pinceau parallèle qui, dans l'air, frôle le verre dépoli se propage dans l'eau sans quitter le plan de la plaque.

Cette expérience suggère la première loi de la réfraction.

b) **Énoncé.** — **Le rayon réfracté est dans le plan d'incidence.**

2° Deuxième loi de la réfraction.

a) **Expérience.** — Un pinceau parallèle horizontal arrive, dans le plan du disque gradué, perpendiculairement à la face plane du demi-cylindre de plexiglass mobile autour de son axe vertical I (fig. 5, *a*).

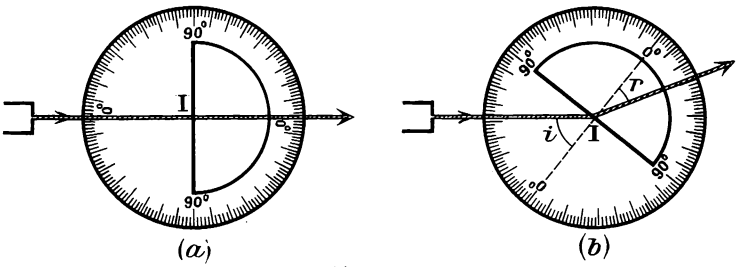


FIG. 5.

La rotation, autour de l'axe I, du demi-cylindre et du cercle gradué solidaires, permet de donner différentes valeurs à l'angle d'incidence i (fig. 5, *b*).

Le rayon réfracté en I sort du plexiglass sans déviation.

On vérifie que $\dfrac{\sin i}{\sin r} \approx 1{,}5$.

Cette expérience suggère la deuxième loi de la réfraction.

b) **Énoncé. — Sur un dioptre séparant deux milieux transparents et isotropes (1), le rapport des angles d'incidence et de réfraction est constant.**

$$\boxed{\frac{\sin i}{\sin r} = n}$$ (formule de Descartes).

Le nombre n est l'indice de réfraction du milieu où se propage le rayon réfracté (2e milieu) par rapport au milieu où se propage le rayon incident (1er milieu).

La notation $n_{2/1}$ désigne l'indice de réfraction du milieu 2 par rapport au milieu 1.

Voici les valeurs des indices de réfraction de quelques milieux par rapport à l'air.

Verre ordinaire	: 1,52.	Eau	: 1,33.
Plexiglass	: 1,49.	Acétone	: 1,36.
Diamant	: 2,42.	Benzène	: 1,50.

REMARQUE. — Les lois de la réfraction qui font intervenir la notion toute théorique de rayon lumineux ne peuvent pas être vérifiées avec précision par des méthodes directes.

Suggérées par l'expérience, ces lois sont acceptées comme vérités scientifiques parce que les conséquences logiques qui en découlent sont vérifiables. Par exemple, dans la suite de ce cours, les raisonnements et les constructions seront basés sur les lois de la réfraction et nous verrons qu'aucune vérification expérimentale ne viendra les démentir, si les conditions dans lesquelles nous opérons sont convenables.

(1) Un milieu transparent est isotrope quand il présente les mêmes propriétés optiques dans toutes les directions.

3° Cas des petits angles : formule de Kepler. — Quand l'angle d'incidence est faible, sa valeur exprimée en radians peut être confondue avec celle du sinus. D'autre part, la valeur de n est généralement comprise entre 0,5 et 2. Par conséquent, à une valeur faible de sin i correspond une valeur faible de sin r. L'angle de réfraction r est alors petit et sa valeur en radians est sensiblement celle de sin r.

La deuxième loi de la réfraction s'exprime donc par l'expression

$$\frac{i\,(\text{radians})}{r\,(\text{radians})} \approx n.$$

Le rapport de deux grandeurs de même espèce ne dépendant pas du choix de l'unité, on obtient, quelle que soit l'unité d'angle,

$$\frac{i}{r} \approx n, \quad \text{ou} \quad i \approx nr \quad \text{(formule de Kepler)}.$$

3. Relation entre l'indice de réfraction et la vitesse de la lumière.

Au milieu du XIX^e^ siècle, en utilisant un miroir tournant, **Foucault** réussit à comparer les vitesses de la lumière dans l'eau et dans l'air. Entre la vitesse V_e dans l'eau et la vitesse V_a dans l'air, il trouva le rapport

$$\frac{V_e}{V_a} = \frac{3}{4}.$$

Or, l'indice de réfraction de l'eau par rapport à l'air est

$$n_{e/a} = \frac{4}{3},$$

par conséquent

$$n_{e/a} = \frac{V_a}{V_e}.$$

Ce résultat expérimental fit cesser une longue controverse qui, depuis la fin du XVII^e^ siècle, opposait deux théories sur la nature de la lumière; l'une était due à **Huygens**, l'autre à **Newton**. L'expérience de Foucault confirma les idées de Huygens, développées principalement au début du XIX^e^ siècle par **Fresnel**.

D'après la théorie de Huygens, **l'indice de réfraction, $n_{2/1}$ d'un milieu transparent 2 par rapport à un autre 1, est égal au rapport de la vitesse V_1 de la lumière incidente à la vitesse V_2 de la lumière réfractée.**

$$\boxed{n_{2/1} = \frac{V_1}{V_2}}.$$

Si la vitesse V_1 est supérieure à la vitesse V_2, l'indice $n_{2/1}$ est supérieur à l'unité : le milieu 2 est plus **réfringent** que le milieu 1.

4. Indice absolu d'un milieu transparent.

La vitesse de la lumière atteint sa valeur maximale, c, dans le vide. Par conséquent, **tout milieu transparent est plus réfringent que le vide.**

L'indice de réfraction d'un milieu, a, par rapport au vide, v, est l'**indice absolu** du milieu a. Cet indice,

$$n_{a/v} = \frac{c}{V_a},$$

supérieur à l'unité, est désigné simplement par la notation n_a. La comparaison des indices absolus, $n_1 = \frac{c}{V_1}$ et $n_2 = \frac{c}{V_2}$, des milieux **1** et **2**, montre que

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\frac{c}{V_2}}{\frac{c}{V_1}} = \frac{V_1}{V_2} = n_{2/1}.$$

L'indice de réfraction d'un milieu **2** par rapport à un milieu **1** est égal au rapport de l'indice absolu du milieu **2** à l'indice absolu du milieu **1**.

REMARQUES. — 1° L'indice absolu de l'air est 1,003.

2° Pratiquement, on considère que :

a) la lumière se propage dans l'air et dans le vide avec la même vitesse c;

b) l'indice absolu d'un milieu transparent peut être confondu avec l'indice de ce milieu par rapport à l'air.

5. Introduction des indices absolus dans la formule de la réfraction.

1° La relation devient symétrique. — Au point I du dioptre qui sépare les milieux **1** et **2**, d'indices absolus n_1 et n_2, soit i_1 l'angle d'incidence et i_2 l'angle de réfraction (fig. 6).

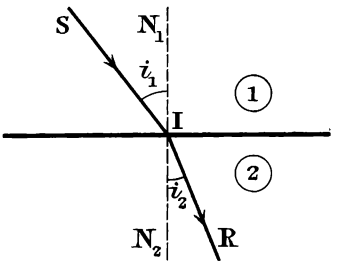


FIG. 6.

La formule de Descartes,

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{2/1} = \frac{n_2}{n_1},$$

devient

$$(1) \qquad \boxed{n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2}.$$

La formule de Kepler s'écrit ainsi :

$$(2) \qquad \boxed{n_1 i_1 = n_2 i_2}.$$

Les relations (1) et (2), qui s'appliquent quel que soit le sens de la lumière ne font plus intervenir l'ordre dans lequel les milieux sont parcourus par a lumière.

2° Retour inverse de la lumière. — Supposons que la lumière refasse en sens inverse le trajet qu'elle vient d'effectuer dans le milieu **2**. Elle aborde le dioptre (**2**, 1), en I, sous l'angle d'incidence i_2 et, d'après la formule (1), l'angle de réfraction sera i_1. Dans le milieu 1, la lumière reprend en sens inverse le même trajet qu'elle avait déjà parcouru.

6. Principe du retour inverse de la lumière.

Le retour inverse de la lumière déjà signalé dans l'étude de la réflexion (page 324) se manifeste également dans le phénomène de la réfraction. D'une manière générale, on admet la proposition suivante, dite **principe du retour inverse de la lumière :**

Si deux rayons lumineux de sens contraires se propagent dans un certain milieu selon la même droite, ces rayons ont leurs trajets confondus dans une même succession de milieux.

Souvent ce principe s'énonce ainsi :

Le trajet de la lumière est indépendant du sens de propagation.

B. — RÉFRACTION LIMITE. RÉFLEXION TOTALE.

7. Construction d'un rayon réfracté.

Dans la relation

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2,$$

nous considérerons que n_1 est l'indice du milieu où se propage la lumière incidente. L'angle d'incidence i_1 et l'angle de réfraction i_2 ne peuvent varier qu'entre 0° et 90°.

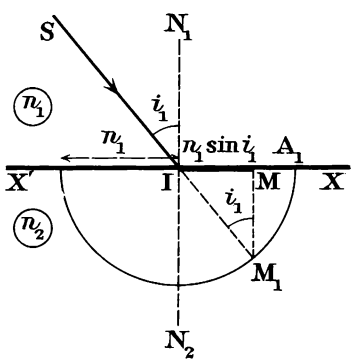


FIG. 7.

Le rayon incident SI rencontre le dioptre X'X en I. Dans le demi-plan où se trouve le rayon réfracté, traçons le demi-cercle de centre I et de rayon $IA_1 = n_1$ (fig. 7). L'intersection M_1 de ce demi-cercle et du prolongement de SI se projette sur le dioptre en M. Nous voyons que

$$IM = n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2.$$

Nous sommes amenés à tracer le demi-cercle de centre I et de rayon n_2.

Deux cas sont possibles :

$n_1 < n_2$ (fig. 8) ou $n_1 > n_2$ (fig. 9).

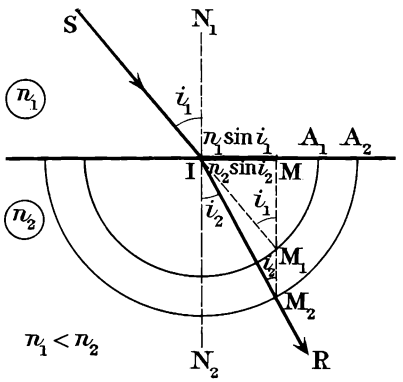


FIG. 8.

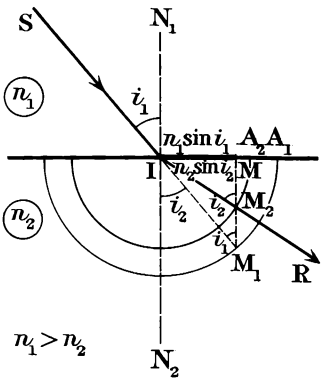


FIG. 9.

Le point de rencontre M_2 du demi-cercle de rayon $IA_2 = n_2$ avec MM_1 détermine le rayon réfracté IR.

8. Passage de la lumière d'un milieu dans un autre plus réfringent $(n_1 < n_2)$.

1° L'angle d'incidence croît de 0° à 90°. — L'examen de la figure 8 montre que :

a) pour $i_1 = 0, \quad i_2 = 0,$

un rayon d'incidence nulle traverse le dioptre sans déviation;

b) pour $0° < i_1 < 90°,$

l'angle de réfraction i_2 est inférieur à l'angle d'incidence i_1;

c) pour $i_1 = 90°$ (incidence rasante), le point M est en A_1; la droite MM_1 est alors tangente au demi-cercle de rayon IA_1.

L'angle de réfraction atteint une valeur limite λ, appelée angle limite, telle que

$$n_1 \sin 90° = n_2 \sin \lambda,$$

d'où

$$\sin \lambda = \frac{n_1}{n_2} = n_{1/2}.$$

2° Domaine des rayons réfractés. — En un point I du dioptre, un rayon incident peut arriver d'une direction quelconque, dans le milieu 1, tandis que, dans le milieu 2, un rayon réfracté est contenu dans un

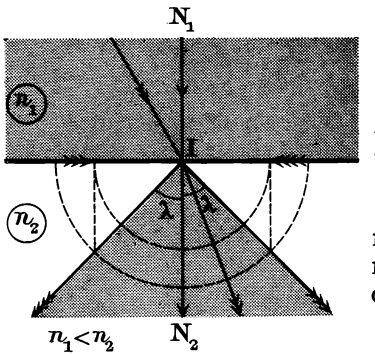


FIG. 10.

cône dont l'axe est la normale au dioptre au point d'incidence et dont l'angle au sommet est 2λ (fig. 10).

Le domaine des rayons réfractés est limité par le cône de réfraction : on dit qu'il y a **réfraction limite.**

3° Vérification expérimentale. — La réfraction limite se produit quand un rayon lumineux passe de l'air ($n_1 = 1$) dans le verre ($n_2 = 1{,}5$) ou dans l'eau

$$\left(n_2 = \frac{4}{3}\right).$$

Le dispositif signalé page 335 permet d'obtenir approximativement l'angle limite du plexiglass ($\lambda \approx 42°$).

9. Passage de la lumière d'un milieu dans un autre moins réfringent ($n_1 > n_2$).

1° La réfraction cesse avant que l'angle d'incidence atteigne 90°. — L'examen de la figure 9 montre que :

a) pour $i_1 = 0$, $i_2 = 0$,

un rayon d'incidence nulle traverse le dioptre sans déviation;

b) pour $i_1 > 0$, l'angle de réfraction est plus grand que l'angle d'incidence.

c) Le rayon réfracté est tangent au dioptre ($i_2 = 90°$) pour un angle d'incidence γ, déterminé par

$$n_1 \sin\gamma = n_2 \sin 90°,$$

soit

$$\sin\gamma = \frac{n_2}{n_1}.$$

d)

$$\gamma < i_1 < 90°.$$

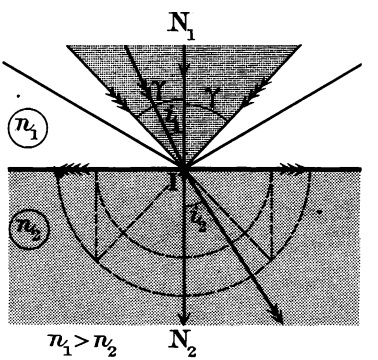


FIG. 11.

La lumière ne peut plus traverser le dioptre qui joue alors le rôle d'un miroir parfait (pouvoir réflecteur égal à l'unité). Toute la lumière incidente est réfléchie : il y a **réflexion totale.**

2° Domaine des rayons incidents qui subissent la réfraction (fig. 11). — Les rayons incidents en I et qui peuvent traverser le dioptre sont à

l'intérieur du cône dont l'axe est la normale IN_1 du dioptre et dont l'angle au sommet est 2γ. Tout rayon incident extérieur à ce cône subit la réflexion totale.

REMARQUE. — En inversant le sens de la lumière incidente en I, l'angle de réflexion totale γ deviendrait l'angle limite de réfraction λ, et les rayons réfractés dans le milieu n_1 seraient contenus dans le cône de sommet I, d'axe IN_1 et d'angle au sommet $2\gamma = 2\lambda$.

3° Vérification expérimentale..

a) Un pinceau cylindrique envoyé perpendiculairement à la paroi latérale de la cuve C est réfléchi par le petit miroir plan plongé dans l'eau qui contient un peu de fluorescéine (fig. 12).

Suivant l'inclinaison du miroir, on observe la réfraction de la lumière dans l'air ou la réflexion totale par la surface de l'eau.

b) Le demi-cylindre de plexiglass déjà utilisé permet d'observer la réfraction de la lumière par le dioptre plexiglass-air ou la réflexion totale dans le plexiglass. On fait arriver un pinceau cylindrique suivant un rayon TI du cercle de base (fig. 13). Les rayons pénètrent sans déviation dans le plexiglass.

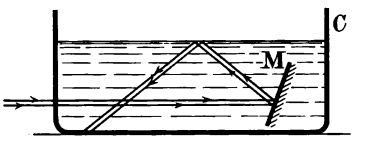


FIG. 12.

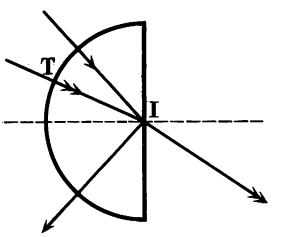


FIG. 13.

4° Applications de la réflexion totale.

a) Conduite de la lumière.

α) Dans le verre. — L'extrémité A de la baguette coudée AB, en verre, en quartz ou en plexiglass est frappée normalement par un faisceau de rayons parallèles (fig. 14). Derrière l'écran E, seule l'extrémité B est éclairée. Après avoir pénétré dans la baguette, un rayon lumineux rencontre toujours le dioptre sous une incidence supérieure à l'angle de réflexion totale. Une succession de réflexions totales l'amène à l'extrémité B d'où il peut seulement sortir dans l'air.

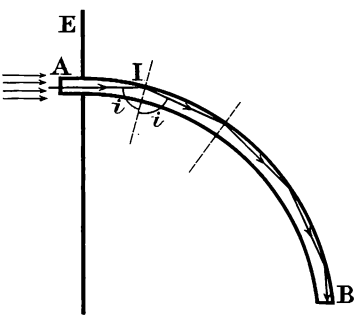


FIG. 14.

Le même phénomène se produit dans un filament de verre étiré de 20 à 30 microns de diamètre. L'assemblage de dizaines de milliers de ces

fibres optiques constitue un faisceau flexible qui permet l'exploration de cavités d'accès difficiles. Récemment, des tumeurs profondes ont été traitées par la lumière d'un laser transportée dans un faisceau à fibres optiques.

β) **Dans l'eau.** — Le jet d'eau, AB, est éclairé par les rayons parallèles qui pénètrent normalement dans la cuve C à travers la glace transparente G. Les gouttes d'eau qui se dispersent en B sont vivement éclairées (fig. 15).

Ce dispositif représente le principe des **fontaines lumineuses**. La lumière est diffusée à l'endroit où le jet se résout en gouttelettes.

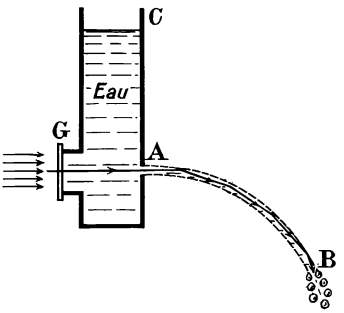


FIG. 15.

b) **Prisme à réflexion totale.** — On appelle prisme à réflexion totale un prisme de verre ordinaire dont la section droite ABC est un triangle rectangle isocèle.

Un faisceau lumineux cylindrique qui tombe normalement sur l'une des faces du prisme pénètre sans déviation dans le verre puis rencontre un dioptre plan, verre-air, qu'il aborde sous l'incidence de 45°, supérieure à l'angle de réflexion totale. Les deux cas suivants sont alors possibles.

α) Le faisceau pénètre dans le verre par l'une des faces du dièdre droit (fig. 16). Le réflexion totale se produit sur la face hypoténuse BC et la lumière réfléchie aborde normalement la face AC d'où elle sort dans l'air sans déviation. A la sortie du prisme, le faisceau est encore cylindrique, mais dévié de 90° par rapport au faisceau d'entrée.

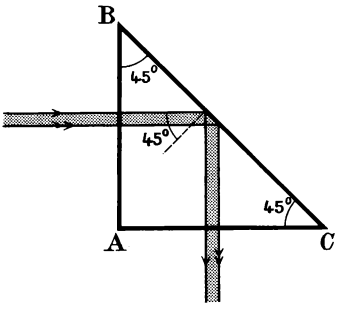


FIG. 16.

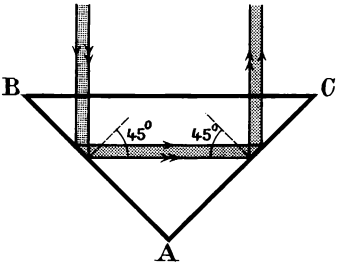


FIG. 17.

β) Le faisceau d'entrée est normal à la face hypoténuse du prisme (fig. 17). La lumière subit deux réflexions totales successives à l'intérieur du verre et ressort dans l'air normalement à la face hypoténuse suivant un faisceau cylindrique.

Le prisme a transformé le faisceau d'entrée en un faisceau parallèle, mais de sens inverse.

10. Réfraction et réflexion simultanées de la lumière.

Nous avons remarqué qu'une vitre, ou la surface tranquille de l'eau pouvait servir de miroir plan. Il y a donc à la fois réflexion et réfraction partielles de la lumière au contact des dioptres air-verre et air-eau.

D'une manière générale, la lumière qui passe d'un milieu dans un autre plus réfringent subit une réflexion partielle sur le dioptre.

Si l'angle d'incidence est inférieur à 30°, le pouvoir réflecteur de ces dioptres ne dépasse pas quelques centièmes. La réflexion partielle est faible, la réfraction est presque totale.

Pour des valeurs de l'angle d'incidence supérieures à 30°, le pouvoir réflecteur devient plus important et atteint pratiquement l'unité sous l'incidence rasante : la réflexion partielle croît tandis que la réfraction décroît.

Lorsque la lumière passe d'un milieu dans un autre moins réfringent, par exemple de l'eau dans l'air, on observe encore une réflexion partielle sur le dioptre, mais le pouvoir réflecteur ne dépasse pas quelques centièmes, si l'angle d'incidence n'atteint pas des valeurs voisines de l'angle limite de réflexion totale. Ce n'est qu'au voisinage de cet angle limite que le pouvoir réflecteur croît très rapidement pour atteindre la valeur 1 qu'il conserve ensuite jusqu'à l'incidence de 90° : il n'y a que réflexion totale pour les incidences supérieures à l'angle limite.

RÉSUMÉ

La réfraction est le brusque changement de direction que subissent les rayons lumineux quand ils traversent la surface de séparation, ou dioptre, entre deux milieux transparents.

Le rayon réfracté est dans le plan d'incidence déterminé par le rayon incident et la normale au dioptre.

Sur un dioptre séparant deux milieux transparents et isotropes, le rapport constant des angles d'incidence et de réfraction est l'indice de réfraction du milieu où se propage le rayon réfracté par rapport au milieu où se propage le rayon incident.

Quand la lumière passe d'un milieu dans un autre plus réfringent, l'angle de réfraction ne peut dépasser la valeur de l'angle limite.

Quand la lumière passe d'un milieu dans un autre moins réfringent, elle subit la réflexion totale si l'angle d'incidence est supérieur à l'angle de réflexion totale.

Exercices.

1. — *a*) Un rayon lumineux pénètre de l'air dans l'eau d'indice $n = \frac{4}{3}$. L'angle d'incidence est 1°,6. Quel est l'angle de réfraction?

b) Sous quelle incidence limite un rayon lumineux doit-il tomber en passant de l'eau dans l'air pour qu'il puisse émerger dans l'air?

Rép. : 1°,2. 48° 30′.

2. — Un rayon lumineux incident SI se réfracte en I à la surface de séparation de l'air et de l'eau, l'angle d'incidence est 60°. Dans l'eau, le rayon réfracté II′ rencontre un miroir plan dont le plan fait un angle α avec la surface du dioptre air-eau. Il se réfléchit suivant I′I″ et rencontre en I″ le dioptre eau-air. Calculer l'angle α de façon que le rayon I′I″ subisse la réflexion totale en I″. Indice de l'eau : $n = \frac{4}{3}$.

Rép. : $\alpha \geqslant 44° 30'$.

3. — Sur la face plane d'un demi-cylindre d'une substance parfaitement transparente et sous l'incidence de 45° tombent deux rayons lumineux, le premier, I_1A, sur le centre, le deuxième, I_2B sur le bord B. Ces rayons sont contenus dans un plan normal à la face d'entrée (fig. 18).

Trouver leur déviation, c'est-à-dire l'angle du rayon réfracté avec le prolongement du rayon incident.

Indice de réfraction de la substance : $n = \sqrt{2}$.

Rép. : 15°; 270°.

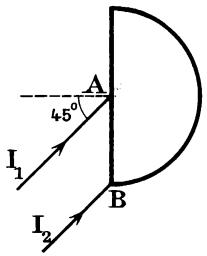


FIG. 18.

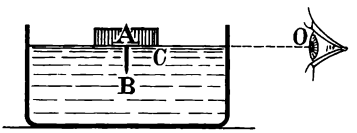


FIG. 19.

4. — L'épingle AB est plantée perpendiculairement au centre du bouchon de liège de rayon AC = 5 cm (fig. 19).

L'œil O, qui vise tangentiellement à la surface de l'eau, cesse de voir l'extrémité B de l'épingle quand AB = 4,4 cm.

Calculer l'angle de réfraction limite relatif au dioptre air-eau.

Rép. : 48° 45′.

CHAPITRE IV

IMAGES DANS UN DIOPTRE PLAN*

1. Réfraction d'un faisceau cylindrique par un dioptre plan.

Tous les rayons incidents arrivent sur le dioptre plan, dans le milieu d'indice n_1 sous le même angle d'incidence i_1 (fig. 1). Le dioptre les réfracte dans le milieu d'indice n_2 sous le même angle de réfraction i_2, donné par la relation de Descartes

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2.$$

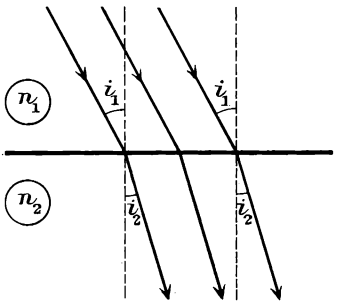


FIG. 1.

Un faisceau incident parallèle est réfracté par un dioptre plan suivant un faisceau parallèle.

2. Réfraction d'un faisceau conique par un dioptre plan.

Les figures 2 à 5 sont relatives à un dioptre plan air-eau.

La relation de Descartes permet de construire le rayon réfracté correspondant à chaque rayon incident.

1° Faisceau divergent (fig. 2 et 3).

Pour de **faibles incidences**, tous les rayons issus de A sont réfractés comme s'ils venaient du point A′ sur la normale AH.

Pour de **fortes incidences**, les rayons réfractés coupent la normale AH en des points distincts.

2° Faisceau convergent (fig. 4 et 5).

Pour de **faibles incidences**, les rayons réfractés convergent en un point A′ situé sur la normale AH.

---

*Les chapitres signalés par un astérisque ne sont pas du programme des classes de Première D et T.

Pour de **fortes incidences**, les rayons réfractés coupent la normale AH en des points distincts.

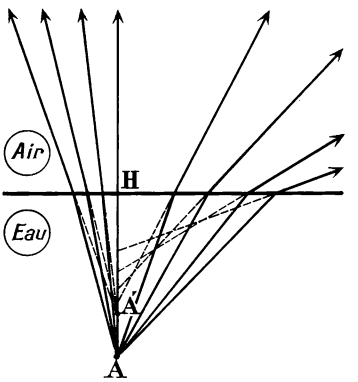


FIG. 2.

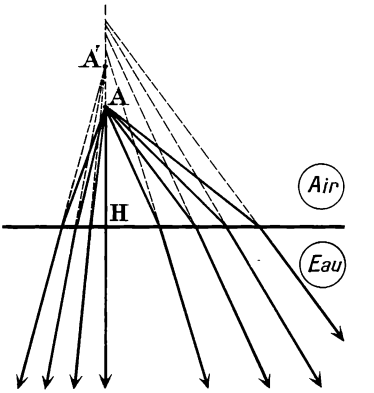


FIG. 3.

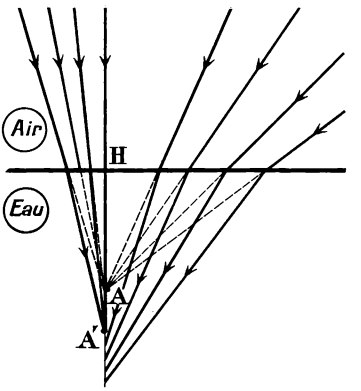


FIG. 4.

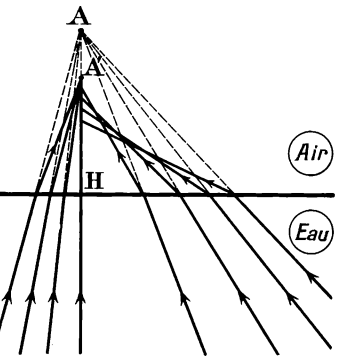


FIG. 5.

3° Conclusion. — Un dioptre plan quelconque fournit également les résultats précédents, donc

Pour de faibles incidences, un dioptre plan transforme un faisceau incident conique en un faisceau réfracté conique de même nature que le faisceau incident.

3. Image d'un point dans un dioptre plan.

1° Le point est à l'infini. — Tous les rayons émis par le point A, à l'infini, sont parallèles. Le dioptre réfracte ces rayons suivant un autre faisceau parallèle (§ 1).

Pour l'œil O, tout se passe comme si le pinceau parallèle qu'il reçoit venait de l'infini dans la direction OI_1 (fig. 6). **Le dioptre donne de A une image virtuelle A'_1 située à l'infini.**

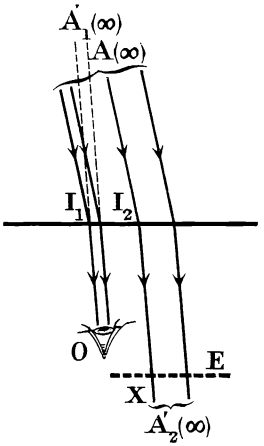


FIG. 6.

Sur un écran E, parallèle au dioptre par exemple, un faisceau bien délimité de rayons réfractés donne une tache éclairée dont les dimensions ne varient pas quand on éloigne ou l'on rapproche l'écran E du dioptre.

Si l'on admet que des droites parallèles se coupent à l'infini, on peut dire que la tache tend à devenir ponctuelle si l'on écarte indéfiniment l'écran dans la direction I_2X. L'image A'_2 serait réelle.

Un dioptre plan donne d'un point à l'infini une image ponctuelle à l'infini.

2° Le point est à distance finie. — Le point lumineux A est le sommet d'un faisceau conique dont les rayons rencontrent le dioptre plan (n_1, n_2).

Le point-objet est réel ou virtuel selon que le faisceau lumineux incident diverge ou converge en A (fig. 7 et 8).

Si l'on ne considère qu'un faisceau incident d'axe AH, normal au dioptre et de petit angle au sommet, les rayons réfractés forment un faisceau conique de sommet A', d'axe A'H confondu avec AH.

Le dioptre fournit un point-image A' virtuel ou réel selon que le faisceau réfracté diverge ou converge en A'. La position de A' est déterminée si l'on connaît celle de A et inversement. Les points A et A' sont dits **conjugués.**

a) **Conclusion. — Sous de faibles incidences, un dioptre plan donne, d'un point-objet A situé à distance finie un point-image A'.**

Le point A' est situé sur la demi-normale menée par A au dioptre plan.

Les points conjugués A et A' sont de natures contraires. Si l'un est réel, l'autre est virtuel.

b) **Construction de l'image A'** (fig. 7 à 10). — Dans le milieu n_1, le rayon incident RI touche le dioptre en I sous une faible incidence, i_1.

Dans le milieu n_2, le rayon réfracté sous l'angle i_2 coupe la normale AH en A'.

Puisque i_1 est faible, la relation de Kepler,

$$n_1 i_1 = n_2 i_2,$$

est applicable.

Selon que n_1 est inférieur ou supérieur à n_2, nous obtenons les constructions suivantes.

1° $n_1 < n_2$, d'où $i_1 > i_2$.

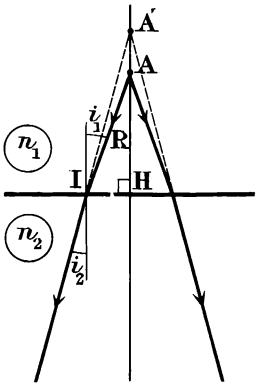


FIG. 7.

Faisceau incident divergent : objet réel.
Faisceau réfracté divergent : image virtuelle.

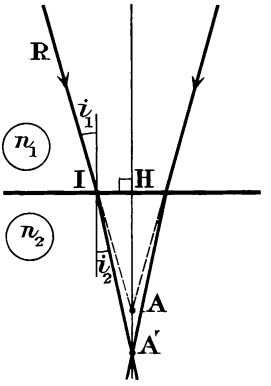


FIG. 8.

Faisceau incident convergent : objet virtuel.
Faisceau réfracté convergent : image réelle.

2° $n_1 > n_2$, d'où $i_1 < i_2$.

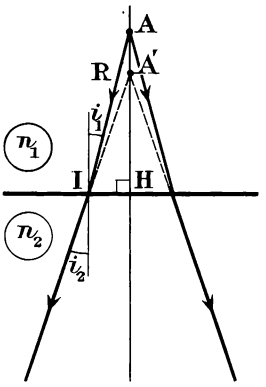


FIG. 9.

Faisceau incident divergent : objet réel.
Faisceau réfracté divergent : image virtuelle.

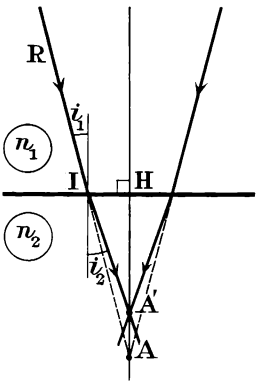


FIG. 10.

Faisceau incident convergent : objet virtuel.
Faisceau réfracté convergent : image réelle.

c) **Relation de conjugaison.**

Les triangles AHI et A'HI étant rectangles,

$$\frac{HI}{HA} = \operatorname{tg} i_1, \qquad \frac{HI}{HA'} = \operatorname{tg} i_2.$$

Par conséquent

$$\frac{HA'}{HA} = \frac{\operatorname{tg} i_1}{\operatorname{tg} i_2}.$$

Les angles i_1 et i_2 ont des valeurs faibles qui, exprimées en radians, peuvent être confondues avec celles des tangentes.

Par suite

$$\frac{HA'}{HA} = \frac{i_1}{i_2}$$

et, d'après la relation de Kepler,

$$\frac{HA'}{HA} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{(relation de conjugaison).}$$

En posant $HA = p_1$ et $HA' = p_2$, on obtient la formule du dioptre plan

$$\boxed{\frac{p_1}{n_1} = \frac{p_2}{n_2}.}$$

Cette relation symétrique, conséquence du principe du retour inverse de la lumière, ne fait pas intervenir le sens de propagation de la lumière.

REMARQUE. — L'application du principe du retour inverse de la lumière permet de déduire les figures 10 et 9 des figures 7 et 8.

3° Vérification expérimentale. — Dans l'éprouvette vide, V, un faisceau lumineux converge au point A sur l'écran E dont on repère la position avec un anneau de caoutchouc C (fig. 11).

On verse de l'eau contenant un peu de fluorescéine. Le nouveau point de convergence A' est repéré par un anneau C', placé plus bas que C.

4. Image d'un objet étendu.

1° Domaine des images fournies à un œil. — Soit O un œil placé dans l'air et qui, à travers l'eau d'une cuvette, regarde un objet ponctuel A, situé à la profondeur p_1 (fig. 12).

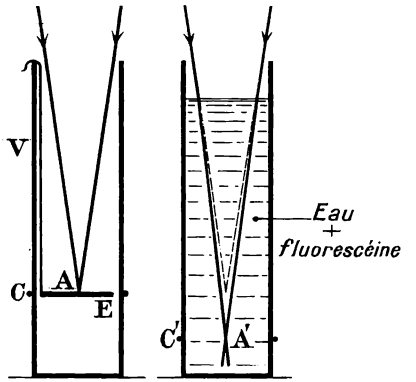


FIG. 11.

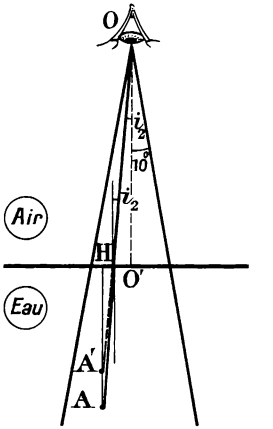


FIG. 12.

Si l'œil reçoit des rayons réfractés peu inclinés sur la normale au dioptre, aux points d'incidence, l'image A′ sera vue sur la normale AH et à la profondeur $p_2 = \frac{3}{4} p_1$.

Dans ce cas, l'angle de réfraction ne dépasse pas 10°. Par conséquent, tout rayon réfracté qui arrive à l'œil doit être contenu dans un cône d'axe OO′ normal au dioptre, de sommet O et de demi-angle au sommet égal à 10°.

La région située dans l'eau intérieurement à ce cône constitue donc le domaine des images fournies par le dioptre à l'œil O.

2° Image d'un objet plan situé dans le domaine des images.

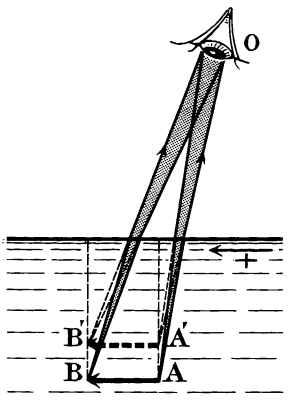


FIG. 13.

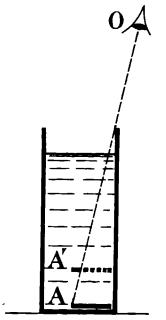


FIG. 14.

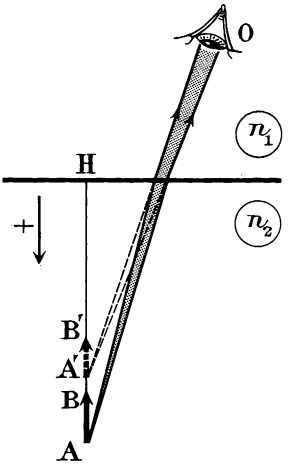


FIG. 15.

a) **L'objet est parallèle au dioptre.** — L'image de chaque point se déduit de celui-ci par une translation vers le haut suivant la normale et égale à $p_1 - p_2 = \frac{p_1}{4}$.

L'image est égale à l'objet, mais plus proche du dioptre. Tout se passe comme si l'objet était relevé (fig. 13).

Si l'on choisit un sens positif sur une parallèle à l'objet, on peut dire :

Dans le domaine des images et pour un objet plan parallèle au dioptre, le grandissement est égal à + 1 :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = +1.$$

EXPÉRIENCE. — Une pièce de monnaie est placée sur le fond d'un vase à parois non transparentes. L'œil O se place pour ne voir que le bord A de la pièce (fig. 14).

On fait apparaître une partie de la pièce en versant de l'eau dans le vase, tout en maintenant l'œil immobile.

b) Objet rectiligne perpendiculaire au dioptre

Les images A′ et B′ des points A et B sont situées sur la normale AH, que l'on peut orienter (fig. 15).

La relation de conjugaison donne

$$\frac{\overline{HA'}}{n_1} = \frac{\overline{HA}}{n_2}, \qquad \frac{\overline{HB'}}{n_1} = \frac{\overline{HB}}{n_2},$$

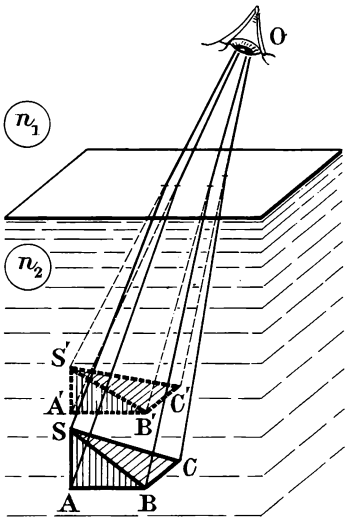
soit $$\overline{HA'} = \frac{n_1}{n_2}\overline{HA} \quad \text{et} \quad \overline{HB'} = \frac{n_1}{n_2}\overline{HB},$$

d'où $$\overline{HB'} - \overline{HA'} = \frac{n_1}{n_2}(\overline{HB} - \overline{HA})$$

et $$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Dans le domaine des images et pour un objet rectiligne perpendiculaire au dioptre le grandissement est $\frac{n_1}{n_2}$.

c) **Objet quelconque.** — Les dimensions de l'objet sont conservées parallèlement au dioptre; les dimensions perpendiculaires au dioptre sont réduites dans le rapport $\frac{n_1}{n_2}$. La figure 16 montre l'image d'une pyramide dont la base est parallèle au dioptre.



La base ABC est vue en vraie grandeur.
La hauteur AS est réduite :

$$\frac{\overline{A'S'}}{\overline{AS}} = \frac{n_1}{n_2}.$$

FIG. 16.

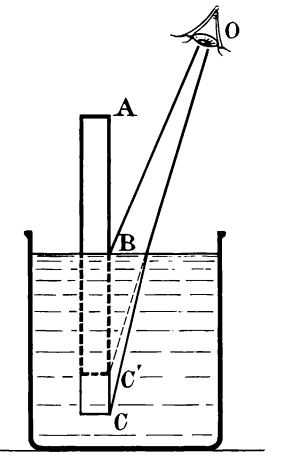


FIG. 17.

d) **Vérifications expérimentales.**

α) Une règle graduée est placée verticalement dans une cuvette d'eau. Les divisions équidistantes gravées sur la règle semblent devenir brusquement plus petites au-dessous de la surface du dioptre (fig. 17).

β) Un tube à essai est retourné, plein d'air, sur une cuvette d'eau (fig. 18). La partie immergée paraît raccourcie.

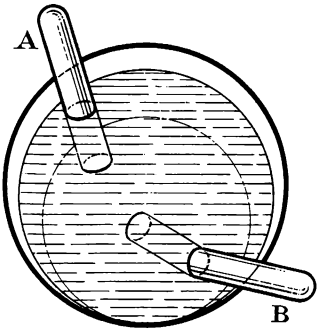


FIG. 18.

Le tube incliné paraît subir une légère cassure à la surface de l'eau, mais sa section apparaît égale dans l'air et dans l'eau.

5. Vision d'un objet dans l'eau sous de fortes incidences.

1° Bâton brisé. — Un bâton garni d'épingles qui lui sont perpendiculaires est en partie immergé dans l'eau d'une cuvette (fig. 19).

Un œil qui regarde sous une incidence moyenne de 45° voit dans l'eau le bâton nettement relevé et la section de la partie immergée est inférieure à celle de la partie qui est dans l'air.

Les épingles ne paraissent plus perpendiculaires au bâton.

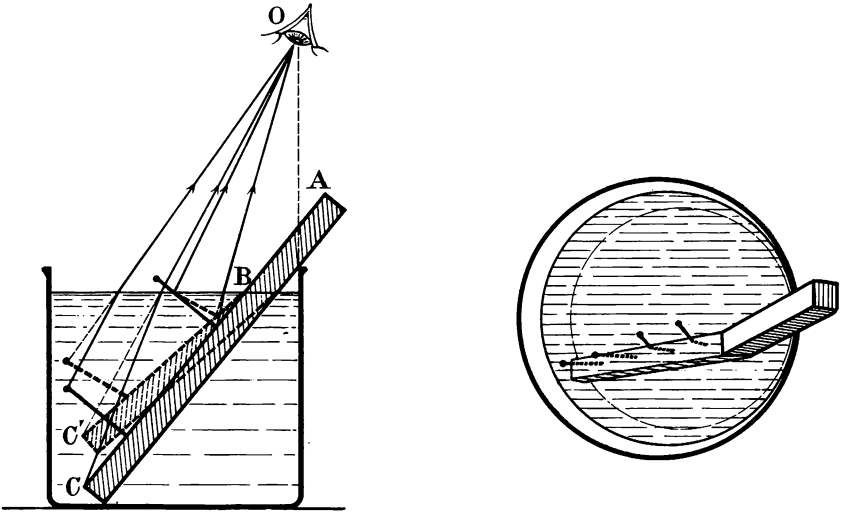


FIG. 19. — L'aspect du bâton varie avec la position de l'œil.

Quand l'œil se rapproche du plan horizontal de la surface de l'eau, il voit le bâton et les épingles immergés se rapprocher de l'horizontale.

2° Prisme immergé. — Un cube de 5 cm d'arête, plongé dans l'eau, est regardé sous une incidence de 45°. Le volume paraît aplati et allongé. La déformation s'accentue quand l'œil se rapproche de la surface de l'eau.

3° Explication. — L'œil reçoit de chaque point A de l'objet des rayons fortement réfractés qui ne forment pas un faisceau conique

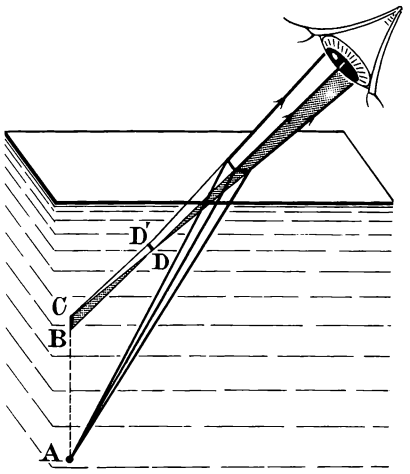


FIG. 20. — Pour la clarté du dessin, les dimensions de la pupille sont nettement exagérées.

(§ 2). Ces rayons s'appuient sur deux petites droites CB et DD' (fig. 20).

La pupille étant très petite, l'œil ne reçoit, en fait, que des pinceaux très étroits, de telle sorte que les droites CB et DD' apparaissent comme un point mais de position mal déterminée, sans relation simple avec la position de A et celle de l'œil.

On considère que l'impression produite sur l'œil n'est pas une image de l'objet.

RÉSUMÉ

Un dioptre plan donne d'un point à l'infini une image ponctuelle à l'infini.

Sous de faibles incidences, un dioptre plan donne d'un point-objet A, situé à distance finie p_1 dans le milieu n_1, un point-image A' dans le milieu n_2 à la distance p_2.

Le point A' est situé sur la demi-normale menée au dioptre plan par A. Les points A et A' sont de natures contraires.

La formule du dioptre plan est $\frac{p_1}{n_1} = \frac{p_2}{n_2}$.

Dans le domaine des images, le grandissement est 1 ou $\frac{n_1}{n_2}$ selon que l'objet est parallèle ou perpendiculaire au dioptre plan.

Exercices.

1. — Une cuve cylindrique contient de l'eau; la hauteur de cette colonne d'eau est 40 cm; l'œil d'un observateur, placé au-dessus de la cuve, regarde à travers l'eau suivant la verticale. A quelle distance de la surface libre aperçoit-il le fond de la cuve?

On donne l'indice absolu de l'eau : $n = \frac{4}{3}$; faire une figure donnant la marche d'un rayon lumineux issu d'un point P du fond (rayon non normal à la surface de l'eau); placer l'image P_1 de ce point P; dessiner la marche d'un faisceau étroit issu de P et sortant dans l'air.

L'œil O de l'observateur étant situé sur la verticale de P, à 60 cm au-dessus de la surface de l'eau, calculer la distance apparente OP_1; la comparer à la vraie distance OP.

Rép. : 30 cm; $OP_1 = 90$ cm; $OP = 100$ cm.

2. — Un point lumineux A est situé à 5 cm de la face antérieure d'une glace dont le verre, d'indice 1,5, est épais de 15 mm.

Des rayons lumineux issus de A pénètrent dans le verre, se réfléchissent sur la face argentée, M, de la glace, puis émergent du verre et arrivent à l'œil de l'observateur.

Montrer que, si les rayons issus de A sont presque normaux à la face argentée M, les rayons émergents correspondant à ces rayons incidents passent sensiblement par un même point, A', qui est l'image de A donnée par la glace. Déterminer la position de cette image A'.

Rép. : A' est situé à 70 mm derrière la face antérieure de la glace.

CHAPITRE V

LAME A FACES PARALLÈLES*

1. Introduction.

Une lame à faces parallèles est un milieu transparent homogène, limité par deux plans parallèles. — Une glace d'automobile, une épaisseur uniforme d'eau ou d'air sont des lames à faces parallèles.

Une lame à faces parallèles est caractérisée par son épaisseur et par l'indice absolu du milieu qui la constitue. Elle peut être considérée comme l'association de deux dioptres plans parallèles entre eux, limitant un milieu intermédiaire commun, celui de la lame.

2. Marche d'un rayon lumineux qui rencontre une lame à faces parallèles.

1° Application des lois de la réfraction. — La lame d'épaisseur e, d'indice n_2 est plongée dans le milieu d'indice n_1. Nous supposons $n_2 > n_1$. Par exemple, la lame est en verre, le milieu extérieur est l'air. Considérons le rayon lumineux RI qui se propage dans le milieu n_1 et rencontre la lame en I. La lumière réfractée en I traverse la lame suivant II' et, après une deuxième réfraction en I', retourne dans le milieu n_1 suivant I'R'.

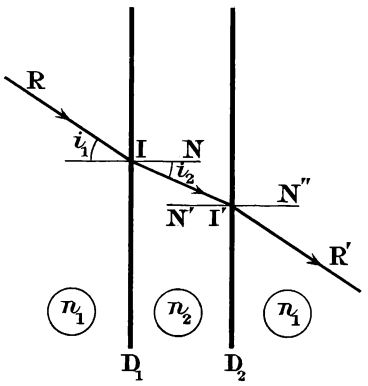


FIG. 1.

La normale IN à la face d'entrée et la normale I'N' à la face de sortie sont parallèles et déterminent un plan qui sera pris comme plan de figure (fig. 1).

Ce plan, qui contient II', est le plan d'incidence commun aux deux réfractions.

Le rayon d'entrée RI et le rayon de sortie I'R' sont dans le même plan.

En I, l'angle d'incidence i_1 est lié à l'angle de réfraction i_2 par la deuxième loi de Descartes :

$$(1) \qquad n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2.$$

*Les chapitres signalés par un astérisque ne sont pas du programme des classes de Première D et T.

En I', la même loi donne

(2) $$n_2 \sin \mathrm{II'N'} = n_1 \sin \mathrm{R'I'N''}.$$

Or, $\widehat{\mathrm{II'N'}} = \widehat{\mathrm{NII'}} = i_2$ (angles alternes-internes), donc, d'après (1) et (2), nous obtenons $\mathrm{R'I'N''} = i_1$.

Le rayon de sortie I'R' est parallèle au rayon d'entrée RI.

Nous pouvons donc dire :

un rayon lumineux traverse sans déviation une lame à faces parallèles quand les deux faces de la lame sont en contact avec le même milieu transparent.

2° Vérification expérimentale. — On fait tomber sur un parallélépipède de verre, L, un faisceau lumineux cylindrique (fig. 2).

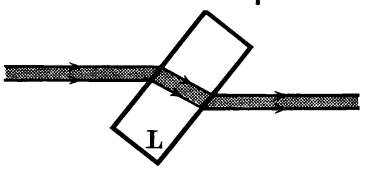


FIG. 2.

On constate que le faisceau émergent est parallèle à la direction du faisceau incident.

3° Vérification du parallélisme des faces d'une lame. — On repère avec précision la direction de la lumière qui vient d'une étoile (au moyen d'une lunette astronomique).

L'interposition d'une lame à faces parallèles sur le trajet de la lumière ne doit pas modifier la direction. Sinon, les faces de la lame ne sont pas parallèles.

3. Déplacement latéral du rayon de sortie.

La figure 3 montre que le support du rayon de sortie I'R' se déduit du support du rayon d'entrée RI par une translation, ou **déplacement latéral**,

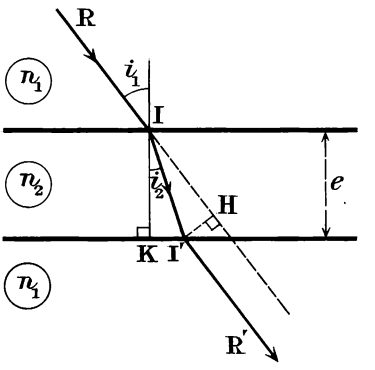


FIG. 3.

$$\mathrm{I'H} = d.$$

Les triangles IHI' et IKI' étant rectangles, on peut écrire

$$\mathrm{I'H} = \mathrm{II'} \sin (i_1 - i_2),$$

$$\mathrm{II'} = \frac{\mathrm{IK}}{\cos i_2},$$

donc $$\mathrm{I'H} = \mathrm{IK} \frac{\sin (i_1 - i_2)}{\cos i_2},$$

ou $$\boxed{d = e \frac{\sin (i_1 - i_2)}{\cos i_2}}.$$

1° Pour une même incidence i_1, le déplacement d est proportionnel à l'épaisseur e de la lame.

2° Pour une même lame, on peut vérifier graphiquement que le déplacement croît de o à e, quand l'angle d'incidence i_1 augmente de o à 90° (fig. 4).

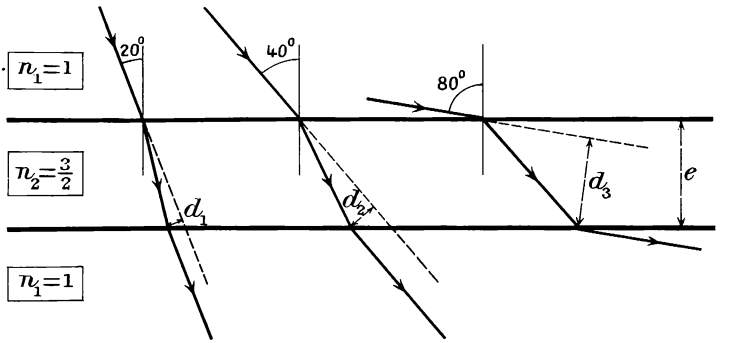


FIG. 4.

4. Image d'un point dans une lame à faces parallèles.

Nous nous limiterons au cas d'une lame d'indice n_2 supérieur à l'indice n_1 du milieu extérieur.

1° Passage d'un faisceau conique à travers la lame.

Le rayon qui arrive normalement en H sur la lame la traverse sans déplacement latéral (fig. 5).

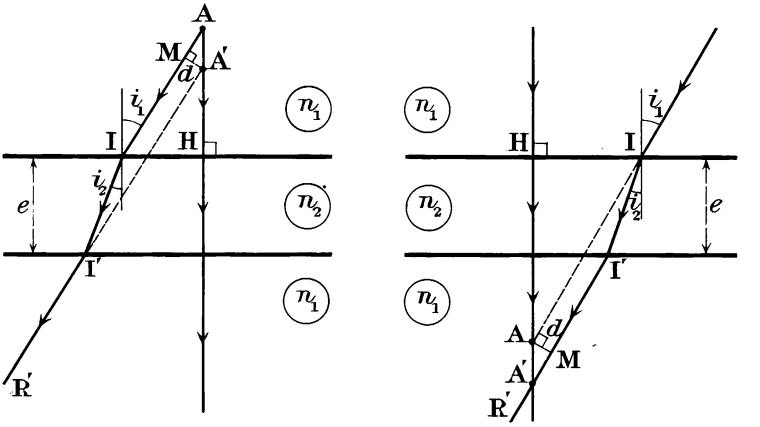


FIG. 5.

Le rayon qui arrive en I sous l'incidence i_1 et pénètre dans la lame sous l'angle de réfraction i_2 subit un déplacement latéral

$$d = e\frac{\sin(i_1 - i_2)}{\cos i_2}.$$

Le support du rayon de sortie I'R' coupe AH au point A'.
Le triangle AMA', étant rectangle, on a

$$AA' = \frac{d}{\sin i_1} = e\frac{\sin(i_1 - i_2)}{\cos i_2 \sin i_1}.$$

Comme $\sin(i_1 - i_2) = \sin i_1 \cos i_2 - \sin i_2 \cos i_1$, nous obtenons

$$AA' = e\left(1 - \frac{\sin i_2 \cos i_1}{\cos i_2 \sin i_1}\right) = e\left(1 - \frac{\operatorname{tg} i_2}{\operatorname{tg} i_1}\right).$$

Si l'on considère un faisceau conique, d'axe normal à la lame et de petit angle au sommet, les angles i_1 et i_2, petits pour tous les rayons du faisceau, peuvent être confondus avec leurs tangentes :

$$AA' = e\left(1 - \frac{i_2}{i_1}\right).$$

D'après la loi de Kepler, $n_1 i_1 = n_2 i_2$, ou $\frac{i_2}{i_1} = \frac{n_1}{n_2}$, nous pouvons écrire

$$\boxed{AA' = e\left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right)}.$$

Tous les rayons émergents du faisceau passent par le même point fixe, A'.

Un faisceau conique d'axe normal à la lame et de petit angle au sommet est transformé en un faisceau conique émergent de même nature que le faisceau incident.

2° Notion d'image dans le cas de faibles incidences.

a) Sans intervention d'un observateur. — Le sommet A' du faisceau émergent se déduit du sommet A du faisceau incident par une translation

$$AA' = e\left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right),$$

perpendiculaire à la lame et dans le sens de la lumière.

Par définition, **sous de faibles incidences, la lame donne du point-objet A un point-image A'.**

L'objet et l'image sont de natures contraires : l'un est réel, l'autre est virtuel.

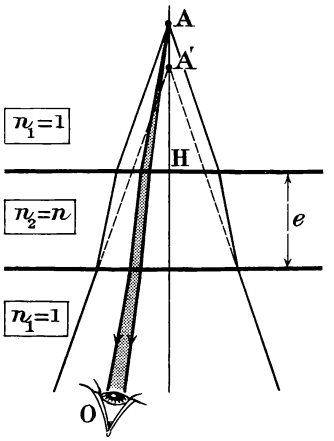


FIG. 6.

b) Intervention d'un observateur. — Nous supposerons que l'observateur est dans l'air, d'indice $n_1 = 1$. L'indice de la lame $n_2 = n$ est supérieur à l'unité.

Les rayons incidents sont contenus dans un cône de sommet A, d'axe AH et de demi-angle au sommet voisin de 10°, puisque l'incidence est faible (fig. 6).

Le faisceau de sortie est un cône de sommet A', d'axe A'H confondu avec AH et de demi-angle au sommet voisin de 10°.

Un œil O, placé dans ce cône de sortie, reçoit un pinceau divergent dont les rayons semblent provenir de A', dont la position est indépendante de celle de l'observateur.

L'œil voit en A' une image ponctuelle et virtuelle du point-objet A.

Sous de faibles incidences, une lame à faces parallèles d'épaisseur e, d'indice *n*, plongée dans l'air, donne d'un point-objet A une image ponctuelle A', déduite de A par une translation perpendiculaire à la lame, dans le sens de la lumière, et égale à

$$AA' = e\left(1 - \frac{1}{n}\right).$$

L'objet et l'image sont de natures contraires.

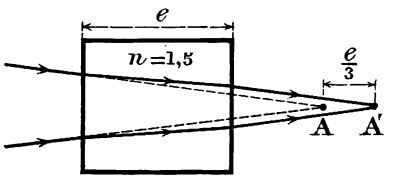


FIG. 7.

c) Vérification expérimentale. — Sur le trajet d'un faisceau convergent en A, on interpose un bloc de verre d'épaisseur e et d'indice 1,5 (fig. 7).

On constate qu'il faut reculer l'écran, où se formait A, d'une longueur $AA' = \frac{e}{3}$, dans le sens de la lumière, pour obtenir l'image réelle et ponctuelle A' de l'objet virtuel A.

Exercice 2. — En utilisant la formule relative à un dioptre plan, déterminer la position de l'image d'un point dans une lame à faces parallèles plongée dans l'air (fig. 8).

Pour des rayons de faible incidence, dans le dioptre D_1, l'image de A est le point A_1 situé sur la demi-normale AH_1:

$$\frac{H_1A}{1} = \frac{H_1A_1}{n}. \qquad (1)$$

Dans le dioptre D_2, le point A_1 sert d'objet dont l'image est le point A'

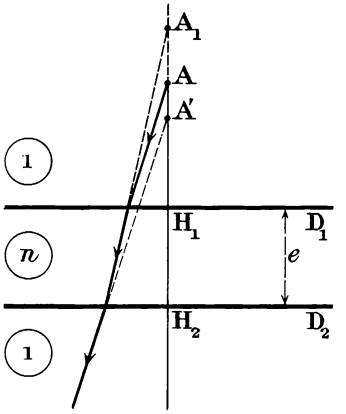


FIG. 8.

situé sur la demi-normale A_1H_2, de même support que AH_1. Les points A, A_1 et A' sont sur la demi-normale AH_2 et

$$(2) \qquad \frac{H_2A_1}{n} = \frac{H_2A'}{1}.$$

Or, l'égalité

$$H_2A_1 = H_2H_1 + H_1A_1$$

entraîne

$$\frac{H_2A_1}{n} = \frac{H_2H_1}{n} + \frac{H_1A_1}{n}.$$

D'après (2) et (1), nous avons

$$(3) \qquad \frac{H_2A'}{1} = \frac{H_2H_1}{n} + \frac{H_1A}{1},$$

ou, en remarquant que $H_1A = H_2A - H_2H_1$, l'égalité (3) devient

$$H_2A' = \frac{H_2H_1}{n} + H_2A - H_2H_1.$$

Donc

$$H_2A - H_2A' = H_2H_1\left(1 - \frac{1}{n}\right),$$

d'où

$$AA' = e\left(1 - \frac{1}{n}\right).$$

5. Image d'un objet étendu.

Soit A et B deux points, les plus éloignés possible, pris sur le contour de l'objet.

Les rayons de sortie qui participent à la formation de l'image A' de A sont contenus dans le cône XA'Y (§ 4, 2°, *b*); ceux qui donnent l'image B' de B sont à l'intérieur du cône UB'V (fig. 9).

Un œil O placé dans la partie commune UPQY de ces cônes verra simultanément les deux images A' et B'.

La translation qui permet de déduire un point-image du point-objet correspondant est la même pour tous les points de l'objet.

Par conséquent, l'œil qui voit le segment A'B', voit l'image de la droite AB déduite de l'objet par une translation perpendiculaire à la lame dans le sens de la lumière et égale à $AA' = BB' = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)$.

Sous de faibles incidences, une lame à faces parallèles, d'indice *n*, d'épaisseur e, plongée dans l'air, donne une image qui se déduit de l'objet par une

translation perpendiculaire à la lame, dans le sens de la lumière et égale à $e\left(1-\frac{1}{n}\right)$.

L'image et l'objet sont égaux et de natures contraires.

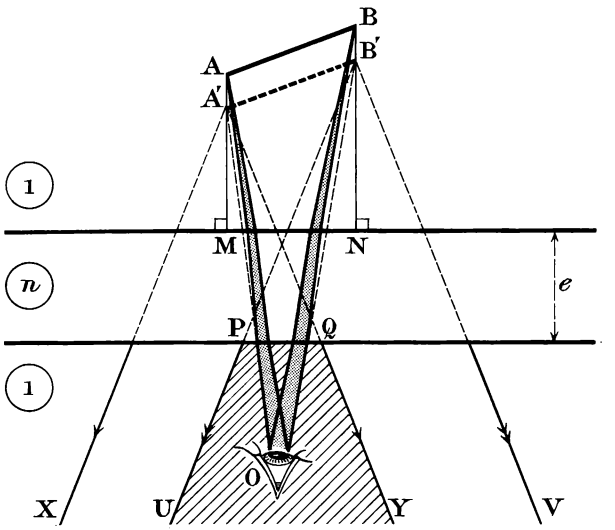


FIG. 9.

6. Vision d'un point sous de fortes incidences.

Les rayons émergents qui pénètrent dans la pupille de l'œil ne forment pas un pinceau conique (fig. 10).

On montre que les longueurs des deux petites droites BC, DD' et la distance qui les sépare sont sensiblement proportionnelles à l'épaisseur e de la lame.

L'image du point A n'existe pas : l'œil voit une petite tache de lumière mal localisée (impression de flou).

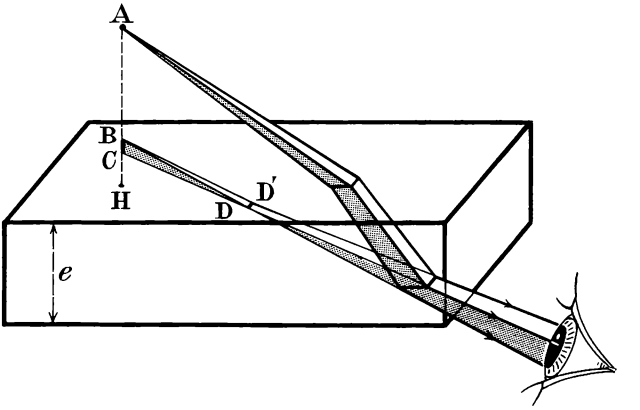
7. Cas d'une lame mince.

1° Vision des objets à travers une vitre. — Dans le cas d'une vitre de faible épaisseur ($e \leqslant 3$ mm), les droites BC et DD' sont très petites (de l'ordre de 0,01 mm) et très proches l'une de l'autre.

L'œil reçoit, du point A, un faisceau pratiquement conique, dont le sommet est confondu avec les points B, C et D.

D'ailleurs, le point B est également confondu avec le point A', déduit

de A par une translation $e\left(1-\frac{1}{n}\right)$, sur la normale AH à la vitre, dans le sens de la lumière.



Pour la clarté du dessin, les dimensions de la pupille sont nettement exagérées.

FIG. 10.

A travers la vitre et quelle que soit l'incidence, l'œil voit les points d'un objet sensiblement à la même place que s'il les regardait directement.

2° Lame mince interposée entre deux milieux différents.

Sur la figure 11, nous voyons que l'angle de réfraction en I, sur la face d'entrée, est égal à l'angle d'incidence en I', sur la face de sortie. Comme

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2, \quad \text{en I},$$
$$n_2 \sin i_2 = n_3 \sin i_3, \quad \text{en I}',$$

on voit que

$$n_1 \sin i_1 = n_3 \sin i_3.$$

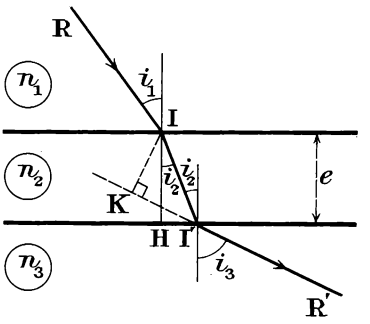


FIG. 11.

Le rayon de sortie I'R' a la même direction que si le rayon incident RI avait pénétré en I dans le milieu n_3 sous l'incidence i_1.

L'intervention de la lame se manifeste par le déplacement latéral

$$IK = e\frac{\sin(i_3 - i_2)}{\cos i_2}.$$

Ce déplacement, proportionnel à e, est négligeable si l'épaisseur de la lame est très faible.

Une lame à faces parallèles, d'épaisseur négligeable, n'apporte pas de perturbation appréciable au trajet de la lumière.

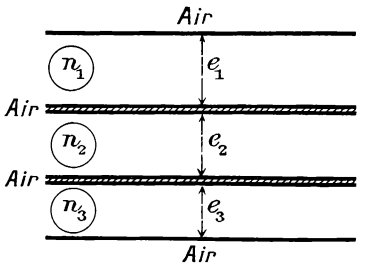


FIG. 12.

Ainsi, on pourra négliger la présence des parois d'une cuve parallélépipédique.

Inversement, l'addition d'une très mince couche d'un milieu transparent, d'épaisseur uniforme, sur un dioptre plan, ne modifie pas les propriétés du dioptre.

Cette dernière propriété justifie l'artifice utilisé pour étudier le système constitué par plusieurs lames à faces parallèles, d'indices différents, qui sont accolées et dont les faces extrêmes baignent dans l'air (fig. 12).

On imagine entre chaque lame une mince couche d'air d'épaisseur uniforme. On obtient ainsi des lames dont les faces sont toutes en contact avec l'air.

RÉSUMÉ

Une lame à faces parallèles est un milieu transparent, homogène, limité par deux plans parallèles.

Un rayon lumineux traverse sans déviation une lame à faces parallèles quand les deux faces de la lame sont en contact avec le même milieu transparent.

Sous de faibles incidences, une lame à faces parallèles, d'indice n, d'épaisseur e, plongée dans l'air, donne une image qui se déduit de l'objet par une translation perpendiculaire à la lame, dans le sens de la lumière et égale à $e\left(1-\frac{1}{n}\right)$.

L'objet et l'image sont de natures contraires.

Une lame à faces parallèles, d'épaisseur négligeable, n'apporte pas de perturbation appréciable au trajet de la lumière.

Exercices.

1. — Une cuve de verre à fond horizontal contient une colonne d'eau dont la hauteur est 10 cm. Un œil, placé au-dessus de la cuve, regarde le fond de la cuve suivant la verticale. A quelle distance de la surface libre le fond de la cuve est-il vu? Indice de l'eau : $\frac{4}{3}$.

On verse une couche de benzine de 6 cm d'épaisseur à la surface de l'eau. Calculer l'épaisseur apparente des deux couches liquides. Indice de la benzine : $\frac{3}{2}$.

Rép. : 7,5 cm. 11,5 cm.

2. — Dessiner un prisme à réflexion totale; tracer la marche de plusieurs rayons dans le prisme tombant tous perpendiculairement à la face d'entrée. Montrer que tous ces rayons traversent la même épaisseur du prisme. En déduire qu'un prisme à réflexion totale est équivalent à un miroir plan suivi d'une lame à faces parallèles.

3. — On regarde un point P situé à 20 cm de la face la plus rapprochée d'un prisme de verre à réflexion totale convenablement orienté pour que les rayons issus de P tombent normalement sur le prisme et en sortent normalement pour se diriger vers l'œil. Déterminer l'image P′ de P.

La section principale du prisme utilisé est un triangle dont deux côtés mesurent 5 cm; le verre du prisme a pour indice 1,5.

CHAPITRE VI

PRISME*

1. Définitions.

En Optique, **un prisme est un milieu transparent, homogène, limité par deux plans non parallèles.**

Ces deux plans sont les **faces** du prisme; leur intersection est **l'arête.**

Toute section du prisme par un plan perpendiculaire à l'arête s'appelle **section principale** (fig. 1).

L'angle formé par les deux droites qui limitent une section principale est **l'angle du prisme.**

Ordinairement, le prisme est limité parallèlement à son arête par un troisième plan qui est la **base.**

Nous n'envisagerons que des prismes d'indice supérieur à l'unité et dont les deux faces sont baignées par de l'air.

Nous n'étudierons que les rayons incidents contenus dans un plan de section principale.

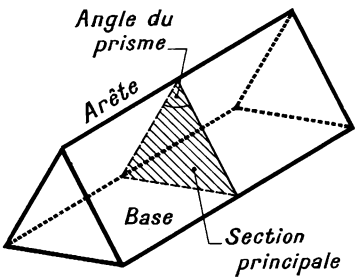


FIG. 1.

2. Effet d'un prisme sur la lumière.

1° Dispersion de la lumière blanche. — Un faisceau de rayons parallèles provenant du Soleil ou d'un arc électrique traverse une fente étroite, F, et vient former une tache blanche rectangulaire F′ sur l'écran E.

Interposons le prisme P, dont l'arête est parallèle à la fente F (fig. 2). Sur l'écran E, la tache F′ a disparu. On voit maintenant une bande rectangulaire, B, appelée **spectre** de la lumière blanche, où s'étalent les couleurs de l'arc-en-ciel, du rouge au violet.

*Les chapitres signalés par un astérisque ne sont pas du programme des classes de Première D et T.

L'existence de ces différentes couleurs, qui ne deviennent visibles qu'après leur **dispersion** par le prisme, montre la complexité de ce que nous appelons la lumière blanche.

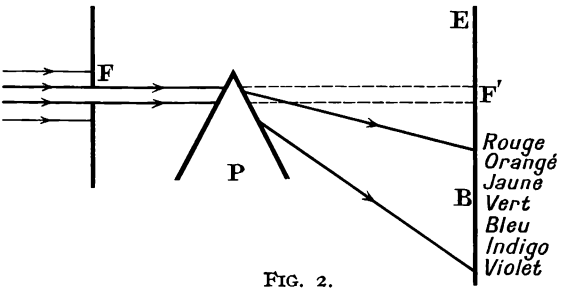


FIG. 2.

2° Déviation d'une lumière monochromatique. — En un point de la bande colorée B ou **spectre lumineux**, pratiquons une petite ouverture, O, dans l'écran E, à l'emplacement du rouge par exemple (fig. 3).

La lumière qui sort de O est reçue sur l'écran E', où apparaît une tache B' colorée en rouge.

Après interposition du prisme P', la tache B' passe en B'', sans que change sa couleur rouge.

Le prisme P' dévie la lumière rouge, mais ne la disperse pas. Cette lumière d'une seule couleur est dite **monochromatique**.

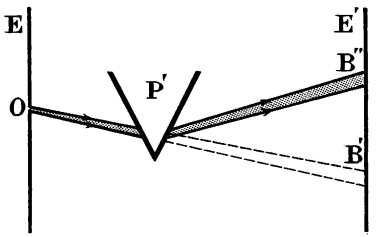


FIG. 3.

En faisant tourner lentement le prisme P (fig. 2), on peut amener les différentes couleurs du spectre sur l'ouverture O. Les taches colorées qui apparaissent alors sur E' sont monochromatiques et subissent seulement une déviation par le prisme P'.

3° Conséquence. — L'étude de la déviation de la lumière par un prisme doit être faite en lumière monochromatique.

Dans les vérifications expérimentales, on pourra utiliser un **filtre**, constitué par exemple par un verre rouge, qui rendra la lumière approximativement monochromatique. La lumière jaune du sodium fournie par une lampe à vapeur de sodium est également monochromatique.

Le phénomène de la dispersion de la lumière blanche sera étudié ultérieurement (ch. 12).

3. Formules du prisme.

Considérons un rayon incident SI qui se propage dans l'air en restant dans le plan P d'une section principale du prisme d'angle A et d'indice n.

La lumière réfractée en I sur la face B rencontre la deuxième face, C, du prisme et émerge dans l'air en I' suivant le rayon I'R.

Le plan d'incidence en I et le plan P de la section principale ont une droite commune, SI, et sont perpendiculaires à la face d'entrée, B. Ils sont donc confondus et le rayon réfracté II′ est dans le plan P.

Le même raisonnement, appliqué au plan d'incidence, en I′, montre que le rayon émergent I′R est dans le plan P, que nous prendrons comme plan de figure (fig. 4).

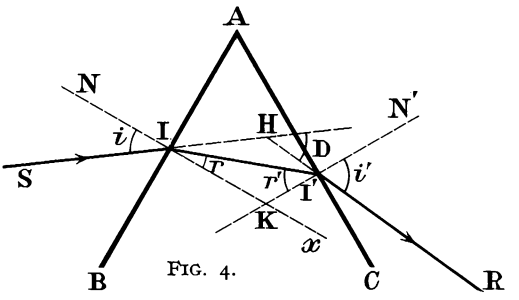


FIG. 4.

Un rayon lumineux qui arrive sur un prisme dans le plan d'une section principale, traverse le prisme et en émerge sans quitter cette section principale.

Soit i l'angle d'incidence et r l'angle de réfraction en I :

$$\sin i = n \sin r. \tag{1}$$

En I′, le rayon II′ aborde la face de sortie C sous l'incidence r' et émerge sous l'angle de réfraction i' :

$$n \sin r' = \sin i'. \tag{2}$$

L'angle N′Kx, extérieur au triangle II′K, est égal à la somme des angles intérieurs qui ne lui sont pas adjacents :

$$\widehat{\mathrm{N'K}x} = r + r'.$$

Or, le quadrilatère AIKI′ a deux angles droits, I et I′. Par conséquent, les angles A et IKI′ sont supplémentaires et, par suite, les angles A et N′Kx, qui ont le même supplément IKI′, sont égaux, donc

$$\mathrm{A} = r + r'. \tag{3}$$

Calculons l'angle que forme le rayon émergent I′R avec le prolongement du rayon incident SI. Cet angle caractérise la **déviation** D de la lumière par le prisme.

L'angle D est extérieur au triangle HII′, donc

$$\mathrm{D} = (i - r) + (i' - r') = i + i' - (r + r')$$

et, d'après (3), nous avons

$$\mathrm{D} = i + i' - \mathrm{A}. \tag{4}$$

Les relations (1), (2), (3) et (4), sont les formules du prisme :

$$\begin{aligned} \sin i &= n \sin r, \\ n \sin r' &= \sin i', \\ \mathrm{A} &= r + r', \\ \mathrm{D} &= i + i' - \mathrm{A} \end{aligned}$$

Ces formules sont valables algébriquement, si i et i' sont comptés positivement entre les normales et la base du prisme.

REMARQUES.

1° Le rayon émergent est rabattu vers la base du prisme.

2° En I, la lumière incidente pénètre toujours dans le prisme, quelle que soit l'incidence i. L'angle r est inférieur ou égal à l'angle limite de réfraction, λ.

3° En I', la lumière émerge dans l'air quand l'angle r' est inférieur ou égal à l'angle de réflexion totale λ.

Sinon, une réflexion totale se produit sur la face C.

4. Conditions d'émergence.

D'après les remarques précédentes, la traversée du prisme impose les deux inégalités

$$r \leqslant \lambda \qquad \text{et} \qquad r' \leqslant \lambda.$$

Par addition membre à membre, on obtient

$$r + r' \leqslant 2\lambda$$

et, d'après (3),

$$A \leqslant 2\lambda.$$

Aucun rayon ne peut émerger d'un prisme dont l'angle est supérieur au double de l'angle de réfraction limite λ.

Cette conclusion ne concerne que les faces qui définissent optiquement un prisme.

Par exemple, l'angle limite du verre ordinaire est $\lambda \approx 42°$. Un prisme de verre dont l'angle est 90° imposera la réflexion totale à tout rayon qui arrive sur la face de sortie. Après la réflexion totale, le rayon traversera la base, mais cette surface ne fait pas partie du prisme optique.

Considérons un prisme dont l'angle satisfait à la condition

$$A \leqslant 2\lambda.$$

Étudions les variations de l'angle d'émergence i' en fonction de celles de l'angle d'incidence i.

Remarquons d'abord que, d'après les formules

$$\sin i = n \sin r \qquad \text{et} \qquad n \sin r' = \sin i' :$$

a) les variations de i et de r sont de même sens;

b) les variations de i' et de r' sont de même sens.

Par conséquent, l'étude des variations de r' en fonction des variations de r permet d'obtenir le sens des variations de i' en fonction des variations de i.

Or, la formule $r' = A - r$ montre que les variations de r et de r' sont de sens contraires. Donc, **les variations de i et de i' sont de sens contraires.**

Les conditions

$$r \leqslant \lambda, \qquad r' \leqslant \lambda, \qquad r + r' = A$$

indiquent que r varie entre $r_0 = A - \lambda$ et $r_M = \lambda$, tandis que r' varie entre $r'_M = \lambda$ et $r'_0 = A - \lambda$.

Par suite, i varie entre une valeur minimale i_0, définie par la relation $\sin i_0 = n \sin (A - \lambda)$ et une valeur maximale i_M, telle que $\sin i_M = n \sin \lambda = 1$,

soit $$i_M = \frac{\pi}{2} \quad \text{(incidence rasante)}.$$

A la valeur minimale i_0 correspond la valeur maximale i'_M de l'angle d'émergence, telle que

$$\sin i'_M = n \sin r'_M = n \sin \lambda = 1,$$

soit $$i'_M = \frac{\pi}{2} \quad \text{(émergence rasante)}.$$

A la valeur maximale $i_M = \frac{\pi}{2}$ de l'angle d'incidence, correspond la valeur minimale i'_0 de l'angle d'émergence, telle que

$$\sin i'_0 = n \sin r'_0 = n \sin (A - \lambda).$$

Donc $$i'_0 = i_0.$$

La discussion est résumée dans le tableau suivant :

i	i_0	↗	$\frac{\pi}{2}$
r	$A - \lambda$	↗	λ
r'	λ	↘	$A - \lambda$
i'	$\frac{\pi}{2}$	↘	$i'_0 = i_0$

La valeur minimale $A - \lambda$ de r ou de r' est négative quand A est inférieur à λ.

Par conséquent, la valeur minimale $i_0 = i'_0$ des angles i et i' est également négative. Les rayons correspondants sont inclinés par rapport à la normale vers le sommet du prisme (fig. 5 et 6).

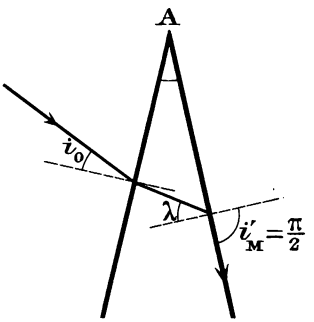


FIG. 5.

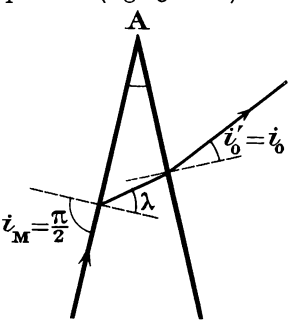


FIG. 6.

Si l'angle A est supérieur à λ, l'angle $A - \lambda$ est positif et l'angle $i_0 = i'_0$ est positif (fig. 7 et 8).

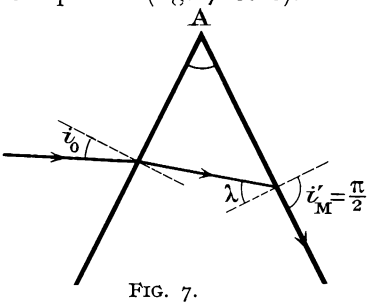


FIG. 7.

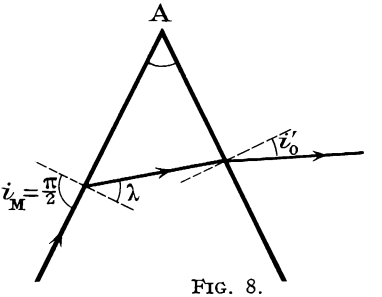


FIG. 8.

Dans tous les cas, pour qu'un rayon puisse émerger par la seconde face du prisme, l'angle d'incidence i doit satisfaire à la condition

$$i_0 \leqslant i \leqslant \frac{\pi}{2},$$

avec $\sin i_0 = n \sin (A - \lambda)$.

5. Prisme de petit angle travaillant sous de faibles incidences.

L'angle d'incidence i étant faible, la loi de Kepler $i = nr$ montre que r est aussi un petit angle.

Par conséquent $r' = A - r$ et $i' = nr'$ ont des valeurs faibles.

La déviation est alors

$$D = i + i' - A = nr + nr' - A = n(r + r') - A,$$

ou

$$\boxed{D = (n - 1)A}.$$

La déviation d'un rayon de faible incidence par un prisme de petit angle est indépendante de l'incidence.

6. Étude expérimentale de la déviation.

La déviation imposée par un prisme d'angle A à un rayon qui entre sous l'incidence i et qui émerge sous l'angle i' est

$$D = i + i' - A.$$

Les formules du prisme permettent de calculer la valeur de i' à partir de i et de A, si l'indice n est connu.

Ainsi, la déviation D dépend des grandeurs i, A et n. L'influence de chacune de ces grandeurs sur la déviation peut être étudiée expérimentalement, en maintenant constantes les deux autres.

1° Influence de l'angle du prisme (*i* et *n* sont constants). — Le prisme d'angle variable A est constitué par un volume de liquide (eau, par exemple) contenu dans une cuve dont deux parois opposées sont des glaces de faible épaisseur, mobiles autour d'axes parallèles et horizontaux.

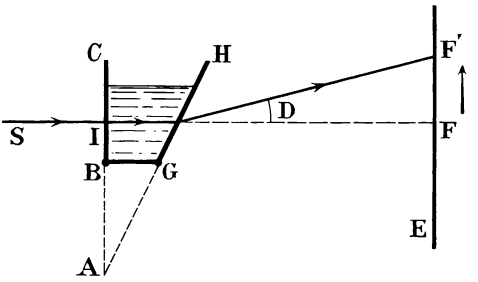


FIG. 9.

Un pinceau SI très étroit, cylindrique et horizontal, de lumière monochromatique (rouge) tombe normalement sur la première glace, BC, disposée verticalement (fig. 9).

La deuxième glace GH, étant d'abord verticale, le liquide de la cuve fonctionne comme une lame à faces parallèles (A = 0). Sur l'écran vertical E, la tache éclairée, F, correspond à une déviation nulle.

On laisse fixe et verticale la face BC et l'on incline la face GH. Le déplacement FF', vers le haut, de la tache sur l'écran augmente avec l'inclinaison de GH.

La déviation croît quand l'angle du prisme augmente.

2° Influence de l'indice du prisme (*i* et A sont constants). — On utilise un polyprisme constitué par une succession de prismes ayant mêmes faces, même arête et des indices différents.

Une fente F très étroite laisse passer un pinceau rectangulaire de rayons parallèles monochromatiques qui forment une tache éclairée F' sur l'écran E (fig. 10).

Un polyprisme dont les indices successifs n_1, n_2, n_3 sont croissants est interposé sur le trajet du faisceau, de manière que l'arête soit parallèle à la fente F.

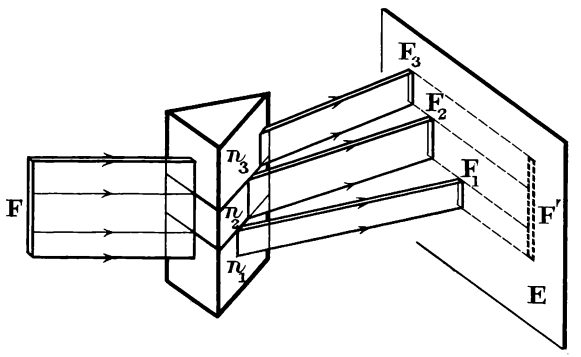


FIG. 10.

Pour une incidence convenable, la lumière émerge de chacun des prismes et donne une tache éclairée d'autant plus éloignée de F' que l'indice du prisme est plus grand.

La déviation croît quand l'indice du prisme augmente.

3° Influence de l'angle d'incidence (A et *n* sont constants). — Le prisme d'angle A est solidaire d'un cercle divisé dont le centre est sur l'arête du prisme (fig. 11).

La face d'entrée AB est perpendiculaire au diamètre 0 — 180°

On lit directement sur le cercle l'angle d'incidence i, que l'on fait décroître de $i = \frac{\pi}{2}$ (incidence rasante) à i_0 (incidence minimale).

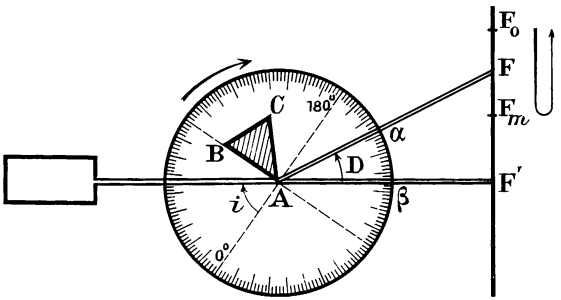


FIG. 11.

Une partie du faisceau (AF') ne rencontre pas le prisme et donne une tache fixe F' sur l'écran.

La partie déviée du faisceau est AF et l'on peut lire directement l'angle de déviation D = (AF', AF).

On peut relever sur un tableau les angles i et D et construire la courbe $D = f(i)$ (fig. 12).

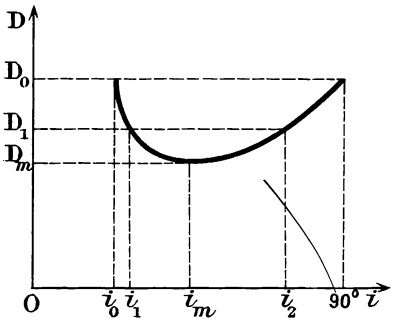


FIG. 12.

L'incidence diminue quand on tourne le cercle dans le sens de la flèche. La tache éclairée F se rapproche de F', jusqu'à la position F_m dont elle s'éloigne ensuite pour rejoindre F_0.

La déviation dont les variations suivent celles de la longueur F'F passe donc par un **minimum** D_m.

Entre i_0 et $\frac{\pi}{2}$, deux valeurs i_1 et i_2 de l'angle d'incidence donnent la même valeur D_1 à la déviation.

Le minimum de déviation, D_m, est obtenu pour une seule valeur i_m de l'incidence.

Quand la déviation est minimale, on peut vérifier que l'angle d'incidence i_m et l'angle d'émergence i' sont égaux.

7. Mesure de l'indice d'une substance.

1° La substance est un solide transparent. — On polit deux faces bien planes, dont on détermine l'angle A.

Perpendiculairement à l'arête de ce prisme, on fait tomber un faisceau cylindrique de lumière monochromatique. On cherche, par tâtonnements, à obtenir le minimum de déviation D_m, que l'on mesure.

Au minimum de déviation, nous avons

$$i = i' \quad \text{et, par suite,} \quad r = r'.$$

Il en résulte

$$D_m = 2i - A \qquad \text{et} \qquad 2r = A,$$

donc

$$i = \frac{A + D_m}{2} \qquad \text{et} \qquad r = \frac{A}{2}.$$

Par suite, la formule $n = \frac{\sin i}{\sin r}$ devient

$$\boxed{n = \frac{\sin \frac{A + D_m}{2}}{\sin \frac{A}{2}}}.$$

2° La substance est un liquide transparent. — On utilise un prisme creux dont les glaces ont des faces bien parallèles. Après avoir versé du liquide, on opère comme précédemment.

Exercice 3. — 1° On considère un prisme d'angle au sommet A = 30° sur la face antérieure duquel tombe normalement un pinceau de lumière de sodium. Connaissant l'indice de réfraction du prisme, $n = \frac{3}{2}$, on déterminera l'angle d'émergence et la déviation D.

2° Quelle valeur faudrait-il donner à n pour que, toutes les autres conditions restant les mêmes, le rayon émergent sorte en rasant la face postérieure du prisme? Quel doit être l'angle au sommet d'un prisme d'indice

$$n = \frac{3}{2}$$

pour que, avec la même incidence que précédemment, le rayon émergent rase la face postérieure du prisme?

1° Après avoir traversé sans déviation la première face du prisme, le rayon II′ forme l'angle r' avec la normale NN′ à la seconde face du prisme.

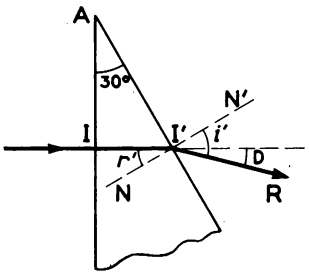


FIG. 13.

Les angles aigus II′N et IAI′ sont égaux comme ayant leurs côtés perpendiculaires; donc $r' = 30°$.

Le rayon émergent I′R forme avec la normale l'angle de réfraction i', tel que

$$n \sin r' = \sin i',$$

doù $$\sin i' = \frac{3}{2} \sin 30° = 0{,}75$$

et $$i' = 48°35'.$$

La déviation est

$$D = i' - r' = 48°35' - 30° = 18°35'.$$

2° *a*) Le rayon II′, qui rencontre la face AI′ sous l'angle $r' = 30°$ est réfracté sous l'angle $i' = 90°$ si l'indice, qui satisfait à la condition $n_1 = \dfrac{\sin i'}{\sin r'}$ a pour valeur

$$n_1 = \frac{\sin 90°}{\sin 30°} = 2.$$

b) Le rayon II′ rencontre la face postérieure sous une incidence r'_1 égale à l'angle A_1 du prisme. La lumière émerge en rasant la face de sortie ($i'_1 = 90°$), si l'angle $r'_1 = A_1$ satisfait à la condition $n \sin r'_1 = \sin i'_1$,

d'où
$$\sin r'_1 = \frac{\sin 90°}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}.$$

L'angle du prisme a pour valeur

$$A_1 = r'_1 = 41°48'.$$

RÉSUMÉ

Un prisme est un milieu transparent, homogène, limité par deux plans non parallèles.

Un rayon lumineux qui arrive sur un prisme dans le plan d'une section principale traverse le prisme et en émerge sans quitter cette section principale.

Les formules du prisme sont les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \sin i &= n \sin r, \\ \sin i' &= n \sin r', \\ A &= r + r', \\ D &= i + i' - A. \end{aligned}$$

La déviation croît avec l'angle et l'indice du prisme.

La déviation est minimale quand l'angle d'incidence est égal à l'angle d'émergence.

Exercices.

1. — On fait tomber normalement, sur la face d'entrée AB d'un prisme, un rayon de lumière monochromatique. On constate que ce rayon sort du prisme en faisant, avec la normale à la face de sortie AC, un angle de 47° 30′.

1° Sachant que le verre dont est fait le prisme a un indice égal à 1,52, on demande quelle est la valeur de l'angle au sommet, A, de ce prisme.

2° On utilise maintenant ce prisme au minimum de déviation et on l'éclaire avec la même radiation monochromatique. Quel est l'angle que fait le rayon émergent avec le rayon incident? Quel est l'angle que fait ce même rayon émergent avec la normale à la face de sortie AC?

Rép. : 1° $A = 29°$. 2° $D = 15° 44'$; $i' = 22° 22'$.

2. — Un rayon lumineux SI situé dans le plan de section principale d'un prisme équilatéral ABC traverse ce prisme au minimum de déviation, puis se réfléchit sur un miroir plan M dont le plan est le prolongement de la face BC du prisme.

1° Tracer la marche de ce rayon.

2° Montrer qu'après réflexion sur le miroir M, le rayon émergent est parallèle au rayon incident SI.

3° La perpendiculaire OH au rayon SI forme un angle de 20° avec la bissectrice AO de l'angle A du prisme. Déterminer l'indice n du prisme pour la radiation qui le traverse ainsi au minimum de déviation (on donne sin 30° = 0,500 et sin 50° = 0,766).

Rép. : $n = 1{,}532$.

3. — On dispose d'un prisme d'angle A = 60°.

1° On sait que la déviation minimale est $D_m = 40°$. Calculer l'indice n. Quelles sont les valeurs des angles i et i' correspondant au minimum de déviation ?

2° On fait varier i de 0 à 90°. A partir de quelle valeur, i_o, de i obtiendra-t-on un rayon émergent et quelle sera la direction de ce rayon émergent correspondant à l'incidence i_o ? Qu'advient-il des rayons incidents ayant un angle d'incidence compris entre 0 et i_o ?

Calculer la déviation D pour

$$i = i_o,\ i = i_m \quad \text{(minimum de déviation)},\ i = 90°.$$

En utilisant ces points, tracer la courbe $D = f(i)$.

Rép. : 1° $n = 1{,}532$; $i = i' = 50°$. 2° $i_o = 30° 20'$; $D_o = 60° 20'$; $D_m = 40°$.

CHAPITRE VII

LENTILLES SPHÉRIQUES MINCES

A. — GÉNÉRALITÉS.

1. Définitions.

Une lentille est un milieu transparent limité par deux surfaces sphériques ou par une surface sphérique et une surface plane.

Les rayons des surfaces sphériques sont les **rayons de courbure.** La droite qui joint les centres des surfaces sphériques, ou la perpendiculaire abaissée du centre de la surface sphérique sur la surface plane, est l'**axe principal.**

La section d'une lentille par un plan qui passe par l'axe principal est une **section principale.** Une telle section permet de distinguer les lentilles à **bords minces** et les lentilles à **bords épais** (fig. 1).

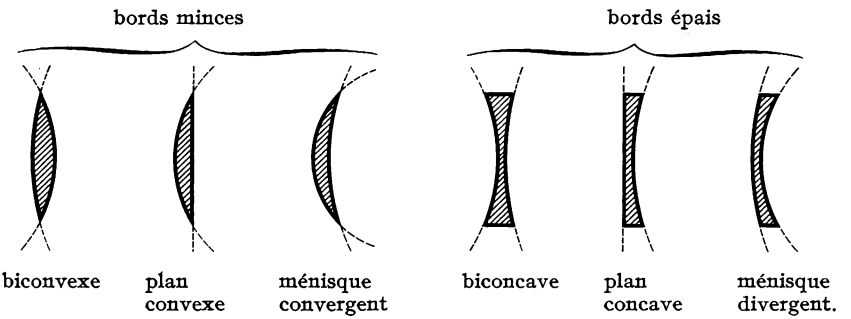


FIG. 1.

Le diamètre d'**ouverture** d'une lentille est le diamètre du cercle perpendiculaire à l'axe principal et qui passe par les bords de la lentille.

L'**épaisseur** d'une lentille, à bords minces ou épais, est le segment de l'axe principal compris entre les deux faces.

Nous n'envisagerons que des lentilles dont l'indice est supérieur à l'unité et dont les deux faces baignent dans l'air. Les rayons incidents seront toujours dans une section principale.

2. Lentilles convergentes et lentilles divergentes.

1° Foyer image. — L'expérience montre qu'un faisceau incident parallèle à l'axe principal d'une lentille sort de cette lentille suivant un faisceau conique, dont le sommet, appelé **foyer image,** est situé sur l'axe principal (fig. 2 et 3).

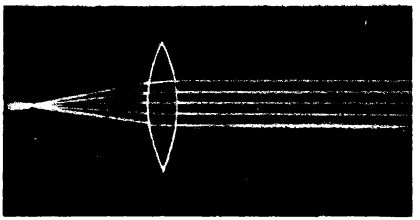


FIG. 2.

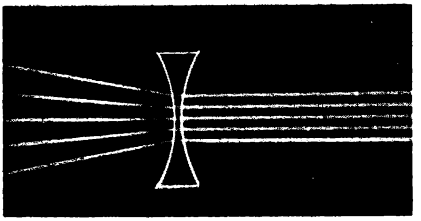


FIG. 3.

Le faisceau réfracté est convergent si la lentille est à bords minces, il est divergent si la lentille est à bords épais.

Les lentilles à bords minces sont dites convergentes et leur foyer image est réel.

Les lentilles à bords épais sont dites divergentes et leur foyer image est virtuel.

2° Image d'un point. — Un faisceau conique incident qui tombe sur une lentille est transformé en un autre faisceau conique (fig. 4 et 5).

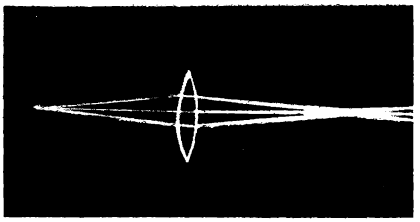


FIG. 4.

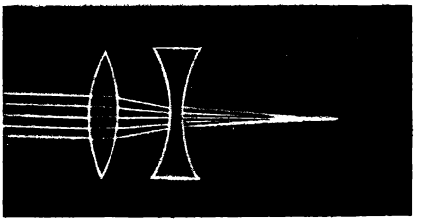


FIG. 5.

D'un point-objet situé sur l'axe principal, une lentille donne une image ponctuelle, située sur l'axe principal.

3° Centre optique. — Sur les figures 6 et 7, nous voyons que les rayons incidents ne subissent pas de déviation dans la traversée de la lentille.

Après réfraction sur la face d'entrée, tous les rayons rencontrent l'axe principal de la lentille en un point appelé **centre optique**.

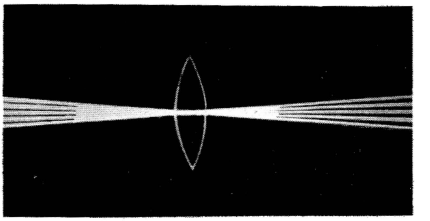


FIG. 6.

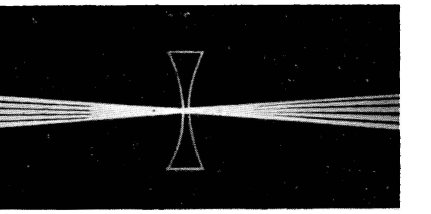


FIG. 7.

Un rayon lumineux qui traverse une lentille en passant par le centre optique ne subit pas de déviation.

3. Réfraction d'un rayon lumineux.

1° Le rayon émergent reste dans la section principale. — Le rayon incident R_1I_1 traverse la lentille suivant I_1I_2 et sort en I_2 dans la direction I_2R_2 (fig. 8).

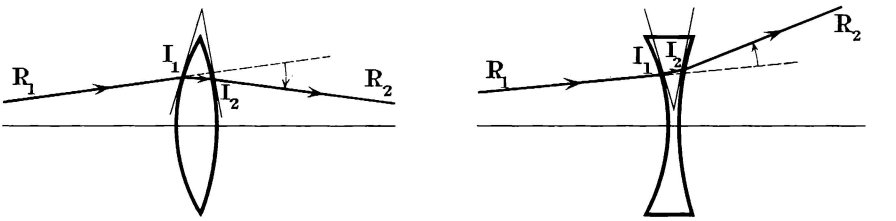


FIG. 8.

Le trajet serait identique dans un prisme limité par les plans tangents en I_1 et I_2 aux faces de la lentille. Les rayons réfractés seraient situés dans la section principale du prisme, confondue avec celle de la lentille.

Le rayon de sortie I_2R_2 est dévié vers la base du prisme.

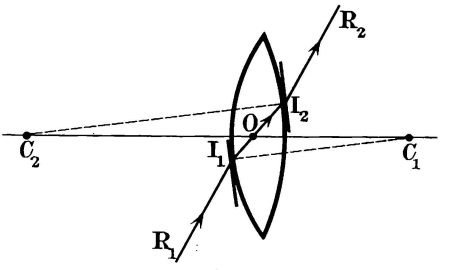


FIG. 9.

Un rayon lumineux réfracté dans une lentille se rapproche ou s'éloigne de l'axe principal selon que la lentille est convergente ou divergente.

2° Position du centre optique.

— Le rayon incident R_1I_1 et le rayon réfracté I_2R_2 sont parallèles (fig. 9). Le centre optique O est situé à l'intersection de l'axe principal et du rayon I_1I_2. Entre I_1 et I_2, la lentille est équivalente à une lame à faces parallèles dont les normales C_1I_1 et C_2I_2 sont les rayons respectifs des faces d'entrée et de sortie de la lentille.

Les triangles semblables C_1OI_1, et C_2OI_2 donnent

$$\frac{\overline{C_1O}}{\overline{C_2O}} = \frac{\overline{C_1I_1}}{\overline{C_2I_2}}.$$

La position du point O, bien déterminée sur le segment C_1C_2, est indépendante du rayon particulier R_1I_1.

4. Lentilles minces.

1° Définitions. — Une **lentille mince** a une épaisseur très petite par rapport aux rayons de courbure des faces.

Dans l'étude d'une lentille mince, nous négligerons son épaisseur.

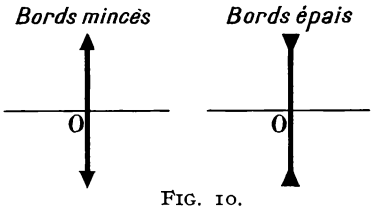


FIG. 10.

Suivant que la lentille sera convergente ou divergente nous la représenterons par un des schémas de la figure 10.

Le point d'intersection O d'une lentille mince et de son axe principal est le **centre optique.**

Toute droite, autre que l'axe principal, qui passe par le centre optique d'une lentille mince est un **axe secondaire.**

Un plan perpendiculaire à l'axe principal est appelé **plan de front.**

2° Netteté des images. — La lettre F, fortement éclairée est placée dans un plan de front devant la lentille mince convergente L (fig. 11).

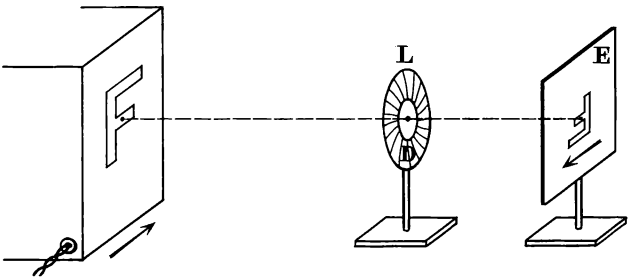


FIG. 11.

Par tâtonnements, on arrive à recueillir une image sur l'écran E qui occupe également la position d'un plan de front.

L'image devient plus nette si l'on diaphragme la lentille, pour laisser passer la lumière seulement dans le voisinage de l'axe principal.

Une translation de l'objet dans son plan entraîne un déplacement, en sens inverse, de l'image sur l'écran. Les images des parties de l'objet éloignées de l'axe principal sont devenues moins nettes.

L'obtention d'une image nette dans une lentille mince convergente exige donc :

1° des rayons incidents peu inclinés sur l'axe principal et arrivant dans le voisinage du centre optique de la lentille ;

2° un objet de petites dimensions situé dans un plan de front et dans le voisinage de l'axe principal. L'image, semblable à l'objet, se forme dans un plan de front.

Ces conditions, dites **conditions de Gauss**, sont également nécessaires pour obtenir une image nette dans une lentille mince divergente. Nous les supposerons toujours réalisées dans l'étude des lentilles minces convergentes ou divergentes.

B. LENTILLES MINCES CONVERGENTES.

5. Foyers. Plans focaux. Distance focale.

Le filament plat d'une lampe électrique, éloignée d'une dizaine de mètres, sert d'objet, qui sera assimilé à un point A situé à l'infini.

Les faces d'une lentille mince convergente, L, sont numérotées 1 et 2.

1° Foyer principal et foyers secondaires. — La face 1 tournée vers la lampe reçoit du point A, à l'infini, un faisceau de rayons parallèles qui, selon l'orientation de la lentille, est parallèle à l'axe principal ou à un axe secondaire.

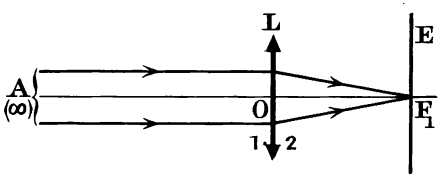


FIG. 12.

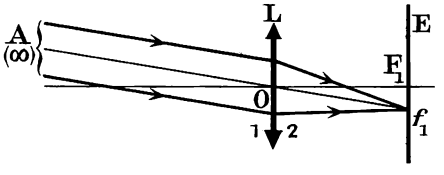


FIG. 13.

a) **Faisceau parallèle à l'axe principal.** — Sur un écran, E, parallèle à la lentille, les rayons qui sortent par la face 2 convergent en F_1 et donnent une image ponctuelle réelle. Le point F_1, situé sur l'axe principal, est appelé **foyer principal** (fig. 12).

b) **Faisceau parallèle à un axe secondaire.** — Le faisceau issu de A est dirigé suivant l'axe secondaire AO (fig. 13). Sur l'écran E, les rayons sortant de la face 2 convergent au point f_1. Le point f_1, situé sur l'axe secondaire AO est appelé **foyer secondaire**.

A chaque axe secondaire, correspond un foyer secondaire qui est réel. Tous ces foyers sont situés dans un plan réel, appelé **plan focal**, perpendiculaire à l'axe principal au foyer principal F_1.

2° Une lentille convergente possède deux foyers principaux et deux plans focaux réels. — Tournons la face 2 vers la lampe. Les rayons réfractés sortent maintenant par la face 1.

On obtient un deuxième foyer principal F_2, symétrique de F_1 par rapport au centre optique O (fig. 14).

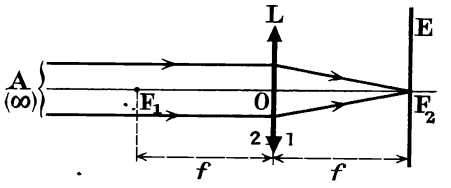


FIG. 14.

La valeur commune

$$OF_1 = OF_2 = f$$

est la distance focale de la lentille.

Sur un axe secondaire, le deuxième foyer secondaire est dans le plan perpendiculaire en F_2 à l'axe principal.

Une lentille mince convergente possède donc deux plans focaux réels, symétriques par rapport au centre optique.

3° Foyer principal objet et foyer principal image. — Sur la figure 12, le point F_1 peut être considéré comme l'image du point A à l'infini, sur l'axe principal, à gauche de la lentille : F_1 est le **foyer principal image** quand la lumière entre par la face 1.

Le principe du retour inverse de la lumière appliqué au cas de la figure 14 montre que les rayons émis par le point F_2 sortiraient de la lentille, par la face 2, parallèlement à l'axe principal. Le point F_2 est **foyer principal objet** quand la lumière entre par la face 1.

Le rôle des foyers d'une lentille dépend du sens de propagation de la lumière.

Pour un sens de propagation déterminé, le foyer principal objet sera désigné par F, le foyer principal image par F′ (fig. 15).

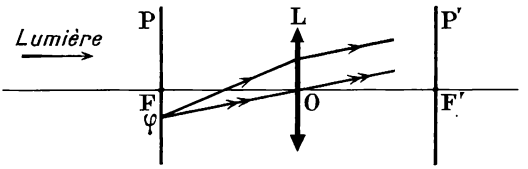


FIG. 15.

On distingue également les **foyers secondaires images**, situés dans le **plan focal image** P′ et les **foyers secondaires objets** situés dans le **plan focal objet** P.

REMARQUE. — Un point objet, placé au foyer secondaire objet φ émet des rayons qui sortent de la lentille parallèlement à l'axe secondaire φO (fig. 15).

4° Construction d'un rayon émergent. — Le rayon incident est connu.

1re *méthode.* — Le rayon émergent passe par le foyer image φ' situé sur l'axe secondaire, $O\varphi'$, parallèle au rayon incident RI (fig. 16).

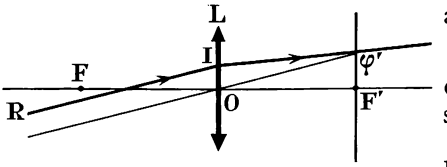


FIG. 16.

2e *méthode.* — Le rayon incident passe par le foyer objet secondaire φ.

Le rayon émergent est parallèle à l'axe secondaire φO (fig. 17), comme s'il provenait de φ (remarque 3°).

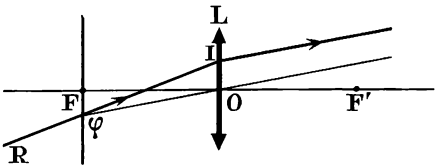


FIG. 17.

6. Images données par une lentille convergente.

1° L'objet est ponctuel. — L'expérience montre que l'image est ponctuelle.

La construction géométrique du point image est donnée par l'intersection de deux rayons émergents.

a) **Le point objet est sur l'axe principal.** — Le rayon incident dirigé suivant l'axe principal sort sans déviation.

L'image est donc sur l'axe principal.

Un deuxième rayon incident quelconque donne un rayon émergent, que l'on sait construire (§ 5, 4°).

b) **Le point objet, en dehors de l'axe principal, est réel.** — Trois rayons incidents particuliers fournissent des rayons émergents dont la construction est immédiate (fig. 18).

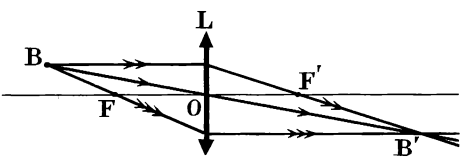


FIG. 18.

— *Le rayon qui passe par le centre optique,* O, ne subit pas de déviation.

— *Le rayon incident parallèle à l'axe principal* passe, après réfraction, par le foyer principal image F'.

— *Le rayon incident qui passe par le foyer principal objet* F sort de la lentille parallèlement à l'axe principal.

L'image B' est réelle ou virtuelle selon que les rayons de sortie convergent ou divergent.

Si l'objet est en avant du plan focal objet, l'image B' est réelle; elle est virtuelle si l'objet est entre le plan focal objet et la lentille.

c) **Le point-objet est virtuel.** — L'interposition de la lentille empêche l'arrivée des rayons au point de convergence B, qui devient objet virtuel (fig. 19).

Les rayons incidents à retenir sont :

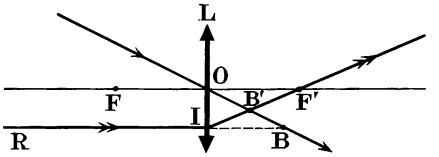


FIG. 19.

— le rayon OB, qui rencontre la lentille au centre optique et ne subit pas de déviation;

— le rayon RI parallèle à l'axe principal et qui passe après réfraction par le foyer principal image F'.

2° L'objet est étendu. — L'expérience montre que, si l'objet est situé au voisinage de l'axe principal dans un plan de front et si ses dimensions sont faibles par rapport à la distance à la lentille, l'image est située dans un plan frontal et elle est semblable à l'objet.

Dans la section principale où sont effectuées les constructions, l'objet et l'image sont alors représentés par des segments de droite, perpendiculaires à l'axe principal.

On simplifie les constructions en supposant qu'une extrémité, A, du segment objet AB repose sur l'axe principal (fig. 20). Il suffit de construire l'image, B', de l'extrémité B et d'abaisser de B' la perpendiculaire B'A' sur l'axe principal.

3° Variations de l'image avec la position et la nature de l'objet. —

a) **Objet réel** : situé devant la face d'entrée de la lentille.

α) *La distance de l'objet à la lentille est supérieure à la distance focale* : l'image est réelle et renversée (fig. 20).

L'examen des triangles rectangles AFB et OFJ montre que l'image

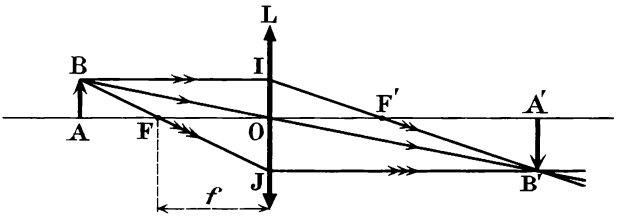


FIG. 20.

A'B', de grandeur OJ, est plus petite que l'objet tant que celui-ci est éloigné de la lentille d'une distance AO, supérieure à $2f$.

L'image est symétrique de l'objet par rapport à O quand celui-ci est placé à une distance $2f$ de la lentille ($AO = OA' = 2f$). L'image est plus grande que l'objet quand $f < AO < 2f$. L'image est rejetée à l'infini quand l'objet est dans le plan focal objet ($AO = f$).

β) *La distance de l'objet à la lentille est inférieure à la distance focale* : l'image est virtuelle et droite (fig. 21).

b) **Objet virtuel** : situé derrière le face de sortie de la lentille (fig. 22).

L'image est réelle, droite, plus petite que l'objet et située entre la lentille et le plan focal image.

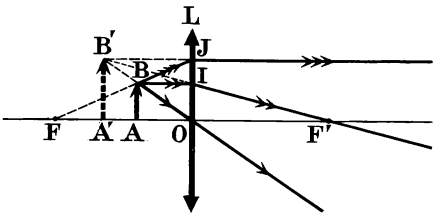


FIG. 21.

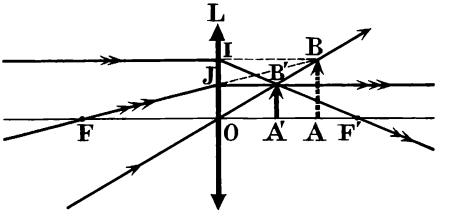


FIG. 22.

c) Tableau récapitulatif.

Objet : o		Image : i	
devant la face d'entrée Réel	∞	derrière la face de sortie Réelle et renversée	dans le plan focal image
			$i < o$
	$2f$		au double de f . . . . . $i = o$
	f		à l'infini $i > o$
		devant la face d'entrée Virtuelle et droite	à l'infini
			$i > o$
	o		sur la lentille $i = o$
derrière la face de sortie Virtuel	o	derrière la face de sortie Réelle et droite	sur la lentille $i = o$
			$i < o$
	∞		dans le plan focal image

REMARQUE. — L'objet et l'image se déplacent dans le même sens.

7. Formules des lentilles minces convergentes.

I° Formules de Descartes.

a) On choisit un seul axe d'abscisses. — L'axe principal orienté dans le sens de propagation de la lumière est choisi comme axe des abscisses dont l'origine est le centre optique O (fig. 23).

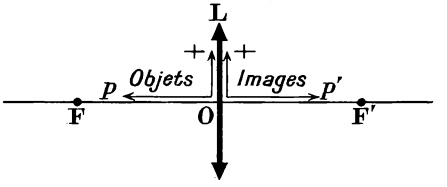


FIG. 23.

L'axe des ordonnées, d'origine O, se déduit de l'axe des abscisses par une rotation de $\frac{\pi}{2}$ dans le sens trigonométrique.

Dans tous les cas (fig. 20, 21, 22), on peut remarquer que :

— les triangles OA'B' et OAB sont homologues dans une homothétie de centre O, de rapport $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$;

— les triangles F'A'B' et F'OI sont homologues dans une homothétie de centre F', de rapport $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{OI}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$.

Par conséquent

$$\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}, \tag{1}$$

$$\frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}. \tag{2}$$

L'équation (2) peut s'écrire

$$\frac{\overline{A'F'}}{\overline{OF'}} = \frac{\overline{OF'} - \overline{OA'}}{\overline{OF'}} = 1 - \frac{\overline{OA'}}{\overline{OF'}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}},$$

d'où, en utilisant la relation (1),

$$1 - \frac{\overline{OA'}}{\overline{OF'}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \quad \text{et} \quad -\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} + 1 = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OF'}}.$$

En divisant les deux membres de cette dernière équation par $\overline{OA'}$, on obtient

$$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}}. \tag{3}$$

Le rapport d'homothétie $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ est le **grandissement.**

La relation (3), ou **relation de position,** et la relation (1), ou **relation de grandissement,** constituent les **formules de Descartes :**

$$\boxed{\begin{gathered} -\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}}, \\ \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \end{gathered}}.$$

REMARQUE. — Le choix d'un axe unique pour les abscisses des objets et des images entraîne les conséquences suivantes.

1° L'abscisse d'une image est positive ou négative selon que cette image est réelle ou virtuelle. L'abscisse positive du foyer principal image caractérise la distance focale. Ainsi **la distance focale d'une lentille convergente est positive.**

2° L'abscisse d'un objet réel est négative, celle d'un objet virtuel est positive. L'abscisse du foyer principal objet est négative.

b) **On choisit deux axes d'abscisses.** — L'intérêt de cette convention est de faire correspondre une **abscisse positive** à tout objet ou image **réel**, une **abscisse négative** à tout objet ou image **virtuel**, de sorte que le signe de l'abscisse renseigne sur la nature de l'objet ou de l'image.

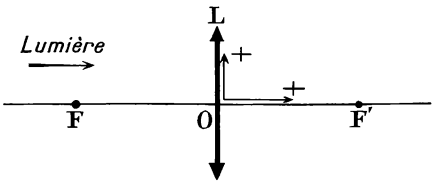


FIG. 24.

L'axe des abscisses des images est l'axe principal orienté dans le sens de propagation de la lumière et d'origine au centre optique O (fig. 24).

L'axe principal, d'origine O, orienté dans le sens contraire à celui de la lumière est l'axe des abscisses pour les objets.

L'axe des ordonnées se déduit encore de l'axe des abscisses des images par une rotation de $\frac{\pi}{2}$ dans le sens trigonométrique.

On pose $\overline{OA} = p$, $\overline{OA'} = p'$, $\overline{OF'} = f$.

Les formules de Descartes s'écrivent alors

$$\boxed{\begin{array}{l} \dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{p'} = \dfrac{1}{f} \\ \dfrac{p'}{p} = -\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \end{array}}.$$

2° Formules de Newton. — On choisit deux origines sur le même axe des abscisses, qui est l'axe principal orienté dans le sens de la lumière : le foyer principal objet F est l'origine des abscisses des objets, le foyer principal image F' est l'origine des abscisses des images (fig. 25).

L'axe des ordonnées conserve l'orientation déjà indiquée. Les triangles FOJ et FAB sont homologues dans une homothétie de centre F et de rapport $\dfrac{\overline{OJ}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ (fig. 20, 21, 22), donc

$$(4) \qquad \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{OJ}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}.$$

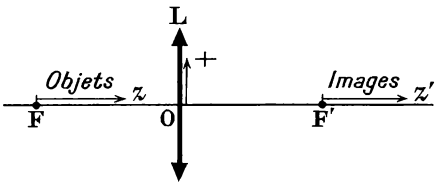


FIG. 25.

Cette relation (4) et l'équation (2) déjà obtenue à la page précédente :

$$\frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}},$$

constituent les **formules de Newton.**

En posant $\overline{FA} = z$, $\overline{FO} = -\overline{F'O} = f$, $\overline{F'A'} = z'$, on obtient

les **relations de grandissement** $\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\dfrac{z'}{f} = \dfrac{f}{z}$

et la **relation de position :** $zz' = -f^2$.

Cette dernière formule est particulièrement commode pour étudier les variations de position de l'image en fonction de celles de l'objet.

En particulier, on constate aisément que l'objet et l'image se déplacent dans le même sens.

C. — LENTILLES MINCES DIVERGENTES.

8. Foyers. Distance focale. Plans focaux.

1° Les deux foyers principaux sont virtuels. — L'expérience montre que, si un faisceau de rayons parallèles à l'axe principal de la lentille mince divergente L, entre par la face 1, on obtient un faisceau divergent à la sortie de la face 2 (fig. 26).

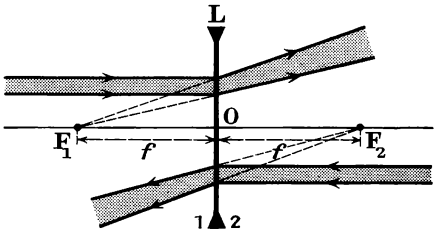


FIG. 26.

Le sommet F_1 de ce faisceau divergent est situé sur l'axe principal. On l'appelle **foyer principal** relatif à la face d'entrée 1.

Si le faisceau parallèle à l'axe principal entre par la face 2, il donne, à la sortie de la face 1, un faisceau divergent dont le sommet, F_2, est symétrique de F_1 par rapport au centre optique O.

Ces deux foyers qui sont situés sur les prolongements des rayons réfractés sont virtuels. Leur distance commune, f, au centre optique est la **distance focale** de la lentille.

2° Les deux plans focaux sont virtuels. — Faisons entrer successivement, par la face 1 et par la face 2, un faisceau parallèle incliné sur l'axe principal (fig. 27).

Da ns chacun des cas, le faisceau réfracté est divergent.

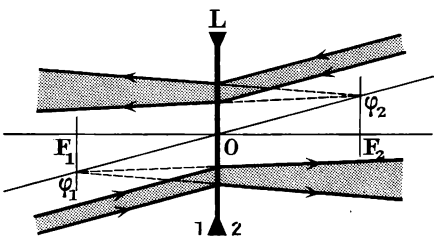


FIG. 27.

Les sommets de ces faisceaux divergents, ou **foyers secondaires,** sont à l'intersection de l'axe secondaire, parallèle au faisceau d'entrée, avec les plans perpendiculaires en F_1 et F_2 à l'axe principal.

Ces plans, appelés **plans focaux,** sont les lieux de foyers virtuels. On considère qu'ils sont **virtuels.**

3° Foyer principal image et foyer principal objet. — Admettons que la lumière entre uniquement par la face 1 de la lentille L, de foyers principaux F_1 et F_2.

Le foyer F_1 peut être considéré comme l'image du point à l'infini d'où part le faisceau parallèle à l'axe principal. F_1 est dit **foyer principal image** (fig. 28).

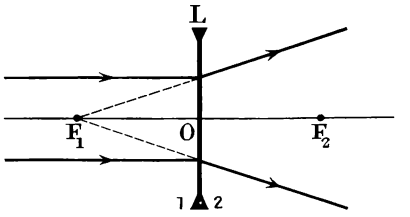


FIG. 28.

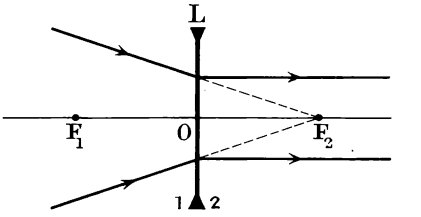


FIG. 29.

Faisons tomber, sur la face 1, un faisceau convergent dont le sommet est au foyer principal F_2 (fig. 29). La lumière sort parallèlement à l'axe principal.

Le point F_2 dont l'image est à l'infini sur l'axe principal est appelé **foyer principal objet.**

La distinction entre foyer principal objet et foyer principal image suppose que le sens de propagation de la lumière est fixé.

Le foyer principal objet sera désigné par F, le foyer principal mage par F'.

4° Image d'un point A situé sur l'axe principal. — Le rayon incident AO (fig. 30), dirigé suivant l'axe principal sort sans déviation : l'image est donc située sur l'axe principal.

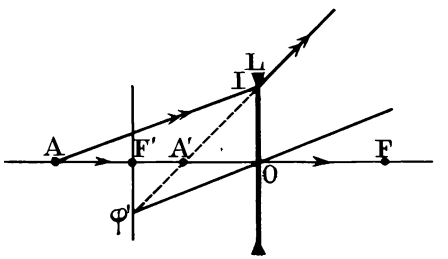


FIG. 30.

Soit AI un rayon quelconque émis par le point-objet A. Un faisceau incident parallèle à AI sortirait de la lentille C suivant un faisceau divergent dont le sommet serait le foyer secondaire φ', situé à l'intersection du plan focal image avec l'axe secondaire φ'O parallèle à AI.

L'image du point A est l'intersection, A', de l'axe principal et du rayon réfracté φ'I.

9. Construction de l'image d'une droite.

1° Objet réel (fig. 31).

Le rayon BI, parallèle à l'axe principal, sort de la lentille comme s'il provenait du foyer image F'.

Le rayon BO ne subit pas de déviation.

Le rayon BJ dirigé vers le foyer objet F sort parallèle à l'axe principal.

L'image A'B', virtuelle, droite, plus petite que l'objet est entre le plan focal image et la lentille.

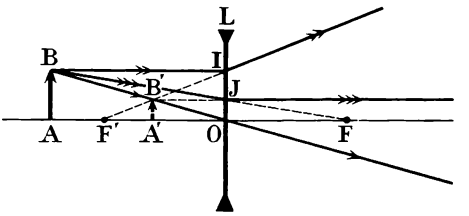


FIG. 31.

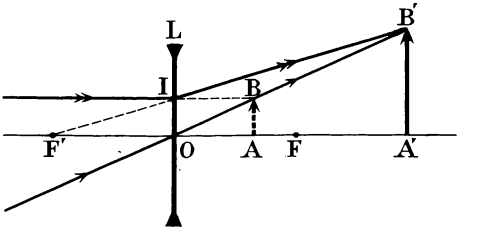


FIG. 32.

2° Objet virtuel. — *a) L'objet est entre le centre optique et le foyer principal objet* (fig. 32). — L'image A'B' réelle, droite est plus grande que l'objet.

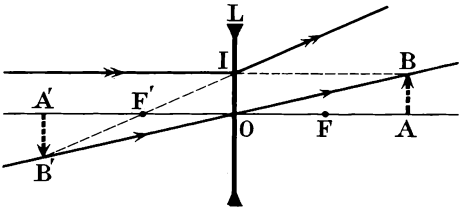


FIG. 33.

b) L'objet est au-delà du foyer principal objet (fig. 33). — L'image A'B' virtuelle, renversée, diminue de grandeur en se rapprochant de F' dans le sens de propagation de la lumière.

3° Tableau récapitulatif.

Objet : o		Image : i		
devant la face d'entrée — Réel	∞	. . . . .	dans le plan focal image	
		devant la face d'entrée — Virtuelle et droite		$i < o$
	o	. . . . .	sur la lentille	$i = o$
derrière la face de sortie — Virtuel	o	. . . . .	sur la lentille	$i = o$
		derrière la face de sortie — Réelle et droite	à l'infini	$i > o$
	f	devant la face d'entrée	à l'infini	$i > o$
	$2f$	Virtuelle et renversée	au double de f	$i = o$
	∞	. . . . .	dans le plan focal image	$i > o$

REMARQUE. — L'objet et l'image se déplacent dans le même sens.

10. Formules des lentilles minces divergentes.

En adoptant les axes et les notations utilisées dans l'étude des lentilles convergentes et en appliquant les mêmes raisonnements (page 382), on aboutit aux formules déjà obtenues.

1° Formules de Descartes. — Le centre optique est l'origine des abscisses.

a) L'axe principal est orienté dans le sens de la lumière. — L'étude des triangles OA'B' et OAB d'une part, F'A'B' et F'OI d'autre part, (fig. 31 à 33), fournit les relations suivantes :

$$\boxed{-\frac{1}{\overline{OA}}+\frac{1}{\overline{OA'}}=\frac{1}{\overline{OF'}}}\ ,$$

$$\boxed{\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}}\ .$$

La distance focale $\overline{OF'}$ est négative.

b) On choisit deux axes d'abscisses, de manière que tout objet ou image réel ait une abscisse positive.

On pose $\overline{OA}=p$, $\overline{OA'}=p'$, $\overline{OF'}=f$; on obtient

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f} \quad \text{(relation de position)},$$

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}=-\frac{p'}{p} \quad \text{(relation de grandissement)},$$

la distance focale f est négative.

2° Formules de Newton. — Le foyer principal objet F est l'origine des abscisses des objets, le foyer principal image F' est l'origine des abscisses des images sur l'axe principal orienté dans le sens de la lumière.

En posant $\overline{FA}=z$, $\overline{FO}=-\overline{F'O}=f$, $\overline{F'A'}=z'$, on obtient (fig. 31) :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}=-\frac{z'}{f}=\frac{f}{z},$$

d'où $$zz'=-f^2.$$

D. — VERGENCE DES LENTILLES.

11. Définitions.

On appelle **vergence** d'une lentille la propriété que possède cette lentille de transformer un faisceau incident parallèle à l'axe principal en un faisceau réfracté conique dont le sommet est au foyer principal image, F', de la lentille.

On considère que la vergence est d'autant plus accentuée que le sommet du cône des rayons réfractés est plus proche du centre optique, O, de la lentille. En orientant l'axe principal dans le sens de propagation de la lumière, on caractérise la vergence d'une lentille, plongée dans l'air, par le nombre algébrique $C = \frac{1}{\overline{OF'}}$.

D'après le décret du 3 mai 1961, une **vergence positive prend le nom de convergence et une vergence négative prend le nom de divergence.** Par conséquent, une lentille convergente $(\overline{OF'} > 0)$ a une vergence positive $(C > 0)$ et une lentille divergente $(\overline{OF'} < 0)$ a une vergence négative $(C < 0)$.

L'unité de vergence, la **dioptrie** (δ), est définie par le décret du 3 mai 1961 :

La dioptrie est la vergence d'un système optique dont la distance focale est 1 mètre dans un milieu dont l'indice de réfraction est 1.

Par conséquent, si la distance focale, f, d'une lentille est donnée en mètres, la vergence, C, s'exprime en dioptries :

$$\boxed{C = \frac{1}{f}}.$$

12. Lentilles minces accolées. Théorème des vergences.

Considérons deux lentilles minces, L_1 et L_2, placées l'une contre l'autre de telle sorte que les axes principaux soient confondus. Les deux centres optiques sont en O et les foyers principaux images en F'_1 et F'_2 (fig. 34).

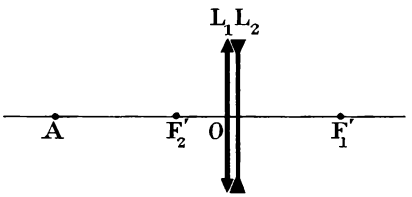


FIG. 34.

Soit A un point lumineux sur l'axe principal. Adoptons comme sens positif le sens de propagation de la lumière.

Dans la lentille L_1, l'image de A est située sur l'axe principal en un point A_1, tel que

$$(1) \quad -\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{1}{\overline{OF'_1}}.$$

Le point A_1 joue le rôle d'objet pour la lentille L_2, qui en donne l'image A′ sur l'axe principal, donc

$$(2) \quad -\frac{1}{\overline{OA_1}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'_2}}.$$

En ajoutant (1) et (2), membre à membre, il vient

$$(3) \qquad -\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'_1}} + \frac{1}{\overline{OF'_2}}.$$

Proposons-nous d'obtenir l'image A′ de A en remplaçant les deux lentilles, L_1 et L_2, par une lentille unique, L, de même axe principal et de centre optique O.

La distance focale OF′ de la lentille L doit satisfaire à la condition

$$(4) \qquad -\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}}.$$

La comparaison de (3) et (4) donne

$$\frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{\overline{OF'_1}} + \frac{1}{\overline{OF'_2}},$$

d'où, en faisant intervenir les vergences respectives, C, C_1, C_2, des lentilles,

$$\boxed{C = C_1 + C_2.}$$

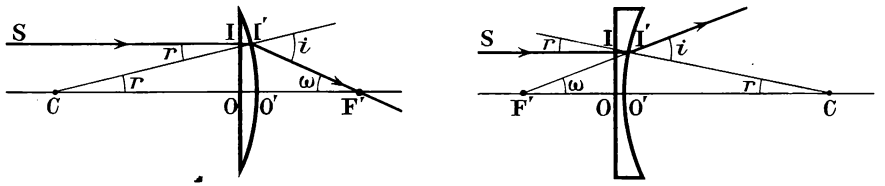
Cette formule peut être étendue à plus de deux lentilles accolées.

La vergence de la lentille équivalant à un système de lentilles minces accolées est égale à la somme algébrique des vergences des lentilles isolées (théorème des vergences).

13. Calcul de la vergence.

Considérons une lentille mince dont une des faces est plane et l'autre face est sphérique de centre C et de rayon R. Soit n l'indice du verre et f la distance focale.

Le rayon incident SI, parallèle à l'axe principal arrive en I perpendiculairement à la face plane qui est traversée sans déviation (fig. 35). La lumière sort dans l'air en I′ et le rayon réfracté passe par le foyer principal image F′.



Lentille plan-convexe. Lentille plan-concave.

FIG. 35.

Puisque la lentille est mince, les distances II′ et OO′ sont négligeables et, par suite, OI et O′I′ sont confondus. Les triangles CO′I′ et F′O′I′ sont donc rectangles en O′. D'autre part, en I′, le rayon incident SI′ et la normale CI′ à la face sphérique forment

un petit angle r (condition de Gauss). L'angle de réfraction i satisfait donc à la condition de Kepler $i = nr$.

L'angle i est extérieur au triangle CI'F', donc

$$i = r + \omega, \quad \text{d'où} \quad \omega = nr - r = (n - 1)r.$$

Les angles r et ω étant petits, on peut écrire

$$r \approx \operatorname{tg} r = \frac{O'I'}{CO'}, \qquad \omega \approx \operatorname{tg} \omega = \frac{O'I'}{O'F'},$$

d'où

$$\frac{O'I'}{O'F'} = (n - 1)\frac{O'I'}{CO'}.$$

En remarquant que $O'F' = f$ et $CO' = R$, on obtient

$$\frac{1}{f} = \frac{n - 1}{R}. \tag{1}$$

L'indice n de la lentille est supérieur à l'unité, donc la quantité $(n - 1)$ est positive.

La lentille plan-convexe est convergente, donc sa distance focale est positive. La lentille plan-concave divergente a une distance focale négative. La relation (1) donnera la valeur algébrique de $\frac{1}{f}$ en admettant que **le rayon d'une face convexe a une valeur positive,** tandis que **le rayon d'une face concave a une valeur négative.**

Une lentille mince limitée par deux faces sphériques de rayons respectifs R_1 et R_2 peut être considérée comme résultant de l'accolement de deux lentilles, de même indice, ayant une face plane commune.

La lentille qui possède la face sphérique de rayon R_1 a pour vergence

$$C_1 = \frac{n - 1}{R_1}.$$

La vergence de l'autre lentille est

$$C_2 = \frac{n - 1}{R_2}.$$

La vergence de l'ensemble est

$$C = C_1 + C_2 = (n - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Cette expression fournit la distance focale, f, de la lentille :

$$\boxed{\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)},$$

en attribuant une valeur positive ou négative au rayon d'une face selon que cette face est convexe ou concave.

14. Détermination de la distance focale d'une lentille.

1° Formation d'images réelles.

A. La lentille est convergente.

a) *Méthode de l'objet à l'infini.* — Un faisceau incident de rayons parallèles à l'axe principal converge à la sortie de la lentille sur un écran dont la distance à la lentille est la distance focale cherchée.

b) *Méthode par autocollimation.* — Un miroir plan M est placé derrière la lentille L, perpendiculairement à l'axe principal (fig. 36).

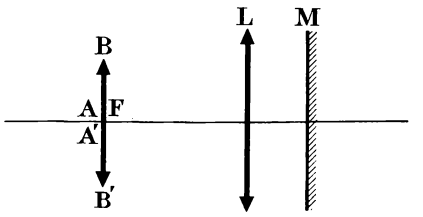


FIG. 36.

On déplace devant la lentille un objet plan, perpendiculaire à l'axe du système, et l'on recherche la position dans laquelle l'image se forme dans le plan de front de l'objet. L'image et l'objet sont alors dans le plan focal objet de la lentille.

c) *Méthode de Silbermann.* — On cherche à obtenir une image réelle, égale à l'objet. L'objet et l'image, situés respectivement à la distance $2f$ de la lentille, sont distants l'un de l'autre de $4f$.

B. La lentille est divergente.

Cette lentille est accolée avec une lentille convergente de vergence connue afin d'obtenir un système convergent dont on détermine la distance focale par une des méthodes précédentes.

Le théorème des vergences fournit la divergence recherchée.

2° Méthode des lunetiers.

a) *Boîte de verres.* — Les lunetiers disposent d'une boîte où sont rassemblées des lentilles convergentes et des lentilles divergentes dont les numéros représentent les vergences exprimées en dioptries. Par tâtonnements, on cherche à obtenir un système de vergence nulle en accolant une lentille de vergence connue, prise dans la boîte, à la lentille de vergence inconnue.

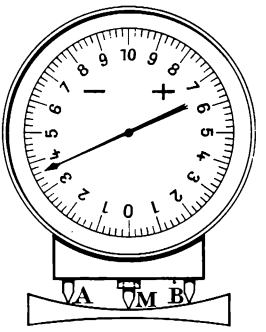


FIG. 37.

b) *Sphéromètre des lunetiers* (fig. 37). — Les verres de lunettes ont sensiblement le même indice de réfraction, n.

Quand les deux pointes fixes A, B et la pointe M, mobile le long de son axe, appuient sur une surface sphérique de rayon de courbure R, la graduation du sphéromètre donne en dioptries le produit $\frac{n-1}{R}$, positif pour les surfaces convexes, négatives pour les surfaces concaves.

La vergence d'une lentille,

$$C = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

s'obtient en ajoutant algébriquement les indications de l'appareil appliqué successivement sur les deux faces de la lentille.

RÉSUMÉ

Une lentille est un milieu transparent, limité par deux surfaces sphériques ou par une surface sphérique et par un plan.

La droite qui joint les centres des sphères ou qui passe par le centre de la sphère en étant normale au plan est l'axe principal.

Une lentille mince a une épaisseur négligeable devant les rayons de courbure des faces. Le point de rencontre de l'axe principal avec la lentille, supposée très mince, est le centre optique. Un rayon qui passe par le centre optique d'une lentille mince ne subit ni déviation, ni translation latérale.

Une lentille mince convergente possède deux plans focaux réels, symétriques par rapport au centre optique. Les deux plans focaux d'une lentille mince divergente sont virtuels, symétriques par rapport au centre optique.

Un rayon incident parallèle à l'axe principal fournit un rayon émergent qui coupe l'axe principal au foyer image.

Un rayon incident dont la direction coupe l'axe principal au foyer objet émerge de la lentille parallèlement à l'axe principal.

Les formules de Descartes,

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}, \qquad \gamma=-\frac{p'}{p},$$

sont applicables à toute lentille mince si l'on adopte les conventions suivantes :

1° le centre optique est l'origine des abscisses sur l'axe principal;

2° l'abscisse p d'un objet réel est positive;

3° l'abscisse p' d'une image réelle est positive;

4° la distance focale f est positive si la lentille est convergente, négative si la lentille est divergente.

La dioptrie est la vergence d'un système optique dont la distance focale est 1 mètre dans un milieu dont l'indice de réfraction est 1.

La vergence d'une lentille de distance focale f est

$$C=\frac{1}{f}.$$

La vergence de la lentille équivalant à un système de lentilles minces accolées est égale à la somme algébrique des vergences des lentilles isolées (théorème des vergences).

Exercices.

1. — L'axe d'une lentille convergente de distance focale $f = 10$ cm est dirigé vers le centre du Soleil. Sachant que le diamètre apparent du Soleil est 32 minutes, on demande de calculer la grandeur de l'image qu'en donne la lentille.

Rép. : 0,093 1 cm.

2. — Une lentille convergente est placée entre une source lumineuse et un écran séparés par une distance de 50 cm. On obtient une image nette de la source pour deux positions de la lentille séparées par une distance de 22,4 cm. Calculer la distance focale de la lentille et les dimensions des deux images, sachant que la source est une ligne lumineuse de 2 cm de longueur.

Rép. : 9,99 cm; 5,25 cm; 0,762 cm.

3. — Devant une lentille dont la vergence est + 2 dioptries, on place normalement à l'axe une droite lumineuse de 1 cm de longueur et l'on constate que l'on peut recevoir sur un écran une image nette de 5 cm de longueur. Quelle est la distance de l'objet à la lentille?

Entre cet objet et la lentille, on intercale, normalement à l'axe, une lame à faces parallèles de 30 cm d'épaisseur et l'on constate que l'image est rejetée à l'infini. En déduire l'indice de la lame.

Rép. : 0,60 m; $\frac{3}{2}$.

4. — On dispose de part et d'autre d'une lentille convergente et perpendiculairement à son axe principal un miroir plan et un objet. L'objet sera assimilé à un segment de droite AB dont l'extrémité A est sur l'axe. La lumière provenant de l'objet traverse la lentille, se réfléchit sur le miroir et traverse à nouveau la lentille.

Montrer, en étudiant la marche des rayons lumineux, que, lorsque l'image donnée par le système peut être recueillie dans le même plan que AB, A se trouve au foyer principal objet F de la lentille.

Rép. : Le rayon incident issu de B parallèle à l'axe principal, ressort du système et coupe le plan focal objet en un point F_1, tel que $\overrightarrow{FF_1} = -\overrightarrow{AB}$.

Le rayon incident BF revient sur lui-même après la traversée du système.

5. — Une lentille mince convergente L, de centre optique O, donne d'un objet réel AB normal à l'axe principal de la lentille, une image réelle A'B'. A et A' sont sur l'axe et OA = 120 cm, OA' = 60 cm.

1° Calculer la convergence de la lentille L.

2° Où doit-on placer, sur l'axe principal de L, le centre optique O_1 d'une lentille L_1, de distance focale égale à 3 cm, pour qu'elle donne de A'B' une image A''B'', 5 fois plus grande que A'B'?

Rép. : 2,5 δ; $OO_1 = 57{,}6$ cm.

6. — Un objet lumineux est placé à 4 m d'un écran. Une lentille L_1 dont la distance focale est inconnue donne sur l'écran une image réelle de l'objet trois fois plus grande ou trois plus petite que cet objet. Quelles sont la nature et les positions de la lentille? Calculer la vergence de la lentille L_1.

Déterminer la vergence d'une deuxième lentille L_2 qui, accolée à L_1, ne donnerait sur l'écran une image nette que pour une seule position du système des deux lentilles accolées.

Rép. : Lentille convergente, l'objet est à 3 m ou à 1 m de la lentille; 1,33 δ; — 0,33 δ.

7. — Un système optique est formé de deux lentilles minces de même axe principal, l'une, L, convergente, de 60 cm de distance focale, l'autre, L', divergente, de 20 cm de distance focale. Ces lentilles sont distantes de 41 cm. A l'infini, en avant de L, se trouve un astre lumineux AB de diamètre apparent $\frac{1}{100}$ radian.

1° A quelle distance en arrière de L devra-t-on mettre une plaque photographique pour recevoir l'image de AB donnée par le système des deux lentilles L et L'? Quelle sera la grandeur de cette image?

2° Quelle devrait être la distance focale d'une lentille convergente unique qui donnerait de AB une image de même dimension que le système LL'?

Rép. : 421 cm; 12 cm; 12 m.

8. — Déterminer la distance focale d'une lentille, sachant qu'elle donne d'un objet une image de même grandeur sur un écran placé à 1 mètre de l'objet.

La lentille est biconvexe, ses deux faces ont le même rayon de courbure, R. L'indice de réfraction de la lentille étant $n = 1{,}5$, calculer R.

Cette lentille L_1 est accolée avec une lentille L_2 et la convergence de l'ensemble est égale à 24 dioptries. Quelle est la distance focale de la lentille L_2?

Rép. : 25 cm; 25 cm; 5 cm.

9. — 1° On photographie une automobile qui se déplace à la vitesse de 72 km par heure, perpendiculairement à la direction de l'axe principal de l'objectif. La distance focale de l'objectif est 18 cm et la distance de la voiture à l'appareil 100 m. Quel doit être le temps de pose maximal, sachant que l'image peut être considérée comme nette si, pendant la photographie, un point de cette image ne s'est pas déplacé de plus de 0,1 mm?

2° La distance maximale qui sépare l'objectif de la plaque sensible est 20 cm. A quelle distance minimale faut-il placer un objet devant l'appareil pour en obtenir une image nette?

3° Alors que la couche sensible de la plaque se trouve normalement du côté de l'objectif, la plaque a par mégarde été retournée et les rayons venant de l'objectif doivent franchir l'épaisseur du verre avant d'atteindre cette couche sensible. De combien faut-il rapprocher la plaque de l'objectif pour que l'image située comme en 2° soit nette? L'épaisseur de la plaque est 1 mm et l'indice du verre est égal à 1,5.

Rép. : 1° $\frac{1}{360}$ s. 2° 1,80 m. 3° 0,67 mm.

CHAPITRE VIII

L'ŒIL*

1. Constitution de l'œil.

L'œil est un globe d'environ 2,5 cm de diamètre, protégé extérieurement par une membrane très résistante, la **sclérotique**, dont la partie antérieure légèrement bombée et transparente s'appelle la **cornée transparente** (fig. 1).

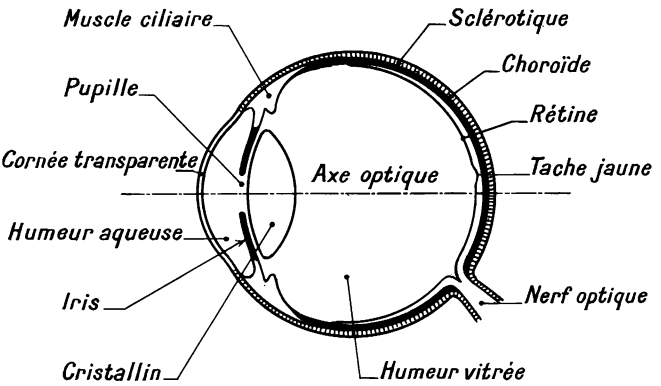


FIG. 1.

La partie colorée de l'œil, ou **iris**, est un diaphragme dont l'ouverture centrale et circulaire, la **pupille**, a un diamètre variant de 2 mm en pleine lumière à 8 mm dans l'obscurité.

Derrière et contre l'iris se trouve le **cristallin**, lentille biconvexe, élastique, soumise à l'action d'un muscle annulaire (**muscle ciliaire**).

L'œil est rempli, en avant du cristallin par un liquide transparent, ou **humeur aqueuse**, et en arrière par une masse gélatineuse transparente, **l'humeur vitrée**.

Le fond de l'œil est tapissé par la **choroïde** dont le pigment noir arrête la lumière. Sur la choroïde, s'étale la **rétine**, sensible à la lumière et en relation avec le cerveau par le **nerf optique**.

* Les chapitres signalés par un astérisque ne sont pas du programme des classes de Première D et T.

La partie de la rétine la plus sensible à la lumière est le fond de la **tache jaune** qui se trouve dans le voisinage de l'axe commun, ou **axe optique,** des différents milieux transparents de l'œil.

2. Œil réduit.

L'œil constitue un système optique complexe. Cependant, on peut interpréter simplement son fonctionnement en assimilant les différents milieux transparents à une lentille convergente de même axe optique et située à environ 17 mm de la rétine.

D'autre part, pour être vues nettement les images doivent se former sur le fond de la tache jaune, ou **fovea,** qui ne mesure que 0,5 mm de diamètre. Les objets étendus sont vus, sans remuer la tête, grâce à une rotation rapide et inconsciente de l'œil, qui explore les différentes parties de l'objet en amenant successivement leurs images sur la fovea. La vision nette n'est donc produite que par des pinceaux lumineux de faibles incidences et l'œil fonctionne dans les conditions de Gauss.

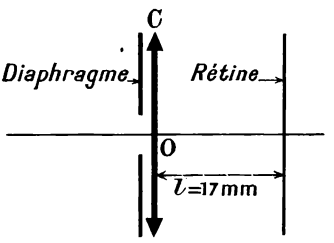


FIG. 2.

L'étude de la vision peut encore être simplifiée en supposant l'œil immobile et en admettant que les images se forment sur une rétine de sensibilité uniforme et égale à celle de la fovea.

L'œil réel se trouve ainsi réduit à une lentille convergente, C, diaphragmée, d'ouverture égale à celle de la pupille et située à une distance fixe, $l \approx 17$ mm, d'un écran sensible. Cet ensemble s'appelle **œil réduit** (fig. 2).

La vision nette d'un objet situé à la distance d de l'œil (centre optique O de la lentille C de l'œil réduit) exige que l'image se forme sur la rétine à la distance l de O.

La distance focale f de la lentille C est telle que

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{l} = \frac{1}{f}.$$

Lorsque l'objet se déplace, la distance d varie alors que l reste invariable. L'image restant nette, il est nécessaire que la distance focale f varie.

La distance focale de la lentille de l'œil réduit est variable. Elle diminue quand l'objet se rapproche de l'œil.

3. Accommodation.

1° Œil réel. — La formation des images sur la rétine est spontanée. Elle est produite par une modification de la courbure des faces du cristallin sous l'action inconsciente du muscle ciliaire dont la contraction rend le cristallin plus globuleux et en diminue la distance focale.

On appelle accommodation, l'adaptation automatique de l'œil pour la vision nette des objets à des distances diverses.

Un œil n'accommode pas, ou est à **l'état de repos,** quand le muscle ciliaire est complètement relâché. La distance focale du cristallin est alors maximale.

La contraction du muscle ciliaire est limitée. Quand elle est maximale, la distance focale du cristallin est devenue minimale et l'œil a atteint sa limite d'accommodation.

2° Œil réduit. — De nombreuses observations ont montré que la plupart des gens voient nettement un objet à l'infini, sans accommoder.

Par définition, un œil qui voit un objet à l'infini sans accommoder est dit normal, ou emmétrope.

La distance focale f d'un œil normal réduit qui regarde à l'infini est égale à la distance l du centre optique à la rétine.

Quand l'objet se rapproche, la figure 3 montre la diminution de f.

La contraction maximale du muscle ciliaire correspond au minimum f_m de la distance focale de l'œil réduit. Pour cette valeur, l'objet occupe la position A_mB_m.

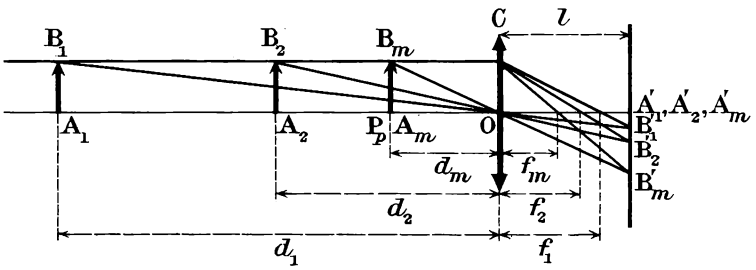


FIG. 3.

L'objet situé entre A_m et O ne peut plus être vu nettement.

La distance $d_m = OA_m$ est appelée **distance minimale de vision distincte.**

Avec l'âge, le cristallin devient moins élastique et, par suite, la distance minimale de vision distincte augmente.

Le tableau suivant, qui résulte de moyennes statistiques, fournit les variations de d_m en fonction de l'âge.

Age en années	10	20	30	40	50	60
d_m (en centimètres)	7	8,5	11	17	25	55

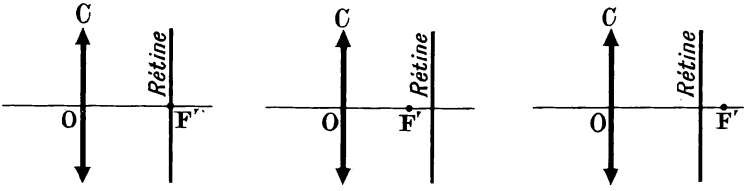
Le point situé sur l'axe principal, en avant de l'œil, à la distance minimale de vision distincte, est appelé le **punctum proximum** P_p.

REMARQUE. — L'examen d'un objet placé à la distance minimale de vision distincte entraîne une fatigue rapide à cause de la contraction extrême du muscle ciliaire. C'est pourquoi, pour une lecture prolongée, on recommande de ne pas tenir le livre trop près des yeux.

4. Myopie et hypermétropie.

Pour un œil normal qui n'accommode pas, la rétine est située dans le plan focal image de la lentille de l'œil réduit, considéré à l'état de repos.

Chez certains sujets, la rétine ne se trouve pas dans le plan focal image de l'œil au repos (fig. 4). Elle peut être :
en arrière du foyer principal image F′ : **myopie,** ou en avant de F′ : **hypermétropie.**



Normal. Myope. Œil au repos. Hypermétrope.

FIG. 4.

1° **Myopie.** — Un **œil myope est trop convergent** par rapport à sa longueur, si l'on considère la convergence de la lentille, ou **trop long** si l'on envisage la distance de la lentille à la rétine.

Un œil myope ne peut donc voir nettement un objet à l'infini, puisque l'accommodation ne peut que diminuer la distance focale.

Un objet vu nettement sans accommodation est situé alors à **la distance maximale de vision distincte,** qui, dans les fortes myopies, est inférieure à 1 mètre.

Le point situé sur l'axe principal, en avant de l'œil à la distance maximale de vision distincte est le **punctum remotum** P_r.

Le pouvoir d'accommodation d'un œil myope n'étant pas inférieur à celui d'un œil normal de même âge il en résulte que la distance minimale de vision distincte d'un œil myope est inférieure à celle d'un œil normal.

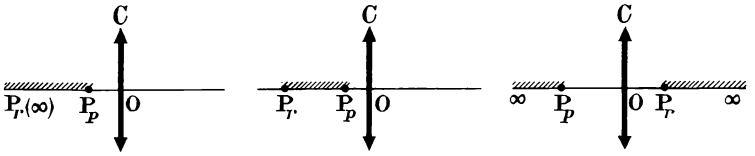
2° **Hypermétropie.** — Un œil hypermétrope (ou hyperope) est **trop peu convergent** par rapport à sa longueur. On peut dire aussi qu'il est **trop court.**

Un œil hypermétrope devant accommoder pour voir nettement un objet à l'infini, il atteint sa limite d'accommodation plus rapidement qu'un œil normal.

Le punctum proximum d'un œil hypermétrope est plus éloigné que celui d'un œil normal de même âge.

Par contre, un œil hypermétrope au repos ou avec une faible accommodation, peut faire converger sur sa rétine un faisceau de rayons convergents. Il peut donc voir des objets virtuels. **Son punctum remotum est virtuel.**

3° Comparaison des limites de vision distincte. — La figure 5 indique, sur les parties hachurées, les positions possibles d'un objet pouvant être vu par les différentes catégories d'yeux.



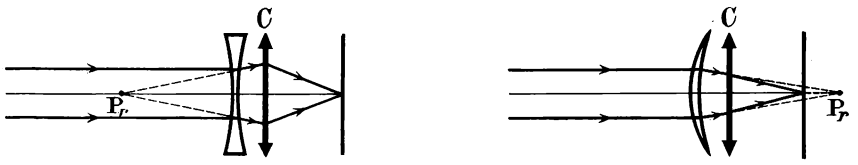
Œil normal. Œil myope. Œil hypermétrope.

FIG. 5.

4° Correction de la myopie et de l'hypermétropie. — On corrige le défaut de l'œil par une lentille antagoniste qui rend l'œil normal, c'est-à-dire qui lui permet de voir nettement, sans accommodation, un objet à l'infini.

On adjoint une lentille divergente à un œil myope, trop convergent, et une lentille convergente à un œil hypermétrope, trop peu convergent.

D'un objet à l'infini, la lentille correctrice donne, au punctum remotum, une image que l'œil regarde sans accommoder (fig. 6).



Œil myope. Œil hypermétrope.

FIG. 6.

5. Presbytie.

Le pouvoir d'accommodation d'un œil normal, ou myope, ou hypermétrope, qui vieillit diminue progressivement. Au-dessous d'un certain niveau de la faculté d'accommodation, on dit que l'œil est atteint de **presbytie.**

La presbytie ne modifie pas la vision de loin. Pratiquement, elle se manifeste par l'éloignement du punctum proximum.

Pour voir de près, l'œil normal devenu presbyte utilisera des verres correcteurs convergents; l'hypermétrope emploiera des lentilles de convergence supérieure à celle de ses verres habituels; le myope n'aura qu'à retirer ses verres pour vision lointaine.

6. Formation des images sur la rétine.

1° Diamètre apparent d'un objet. — L'image A′ d'un point A qui est vu nettement est situé à l'intersection de la rétine et de la droite AO (fig. 7).

L'image de l'objet AB est A′B′.

L'accommodation ne modifie pas la distance OB′ $= l$; le triangle rectangle A′B′O donne

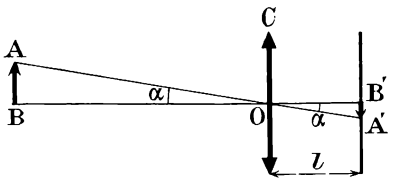


FIG. 7.

$$\frac{A'B'}{l} = \operatorname{tg}\alpha.$$

L'angle α est supposé petit ($\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha$), donc

$$A'B' = l\alpha.$$

L'angle $\alpha = AOB$ est appelé **diamètre apparent** de l'objet AB, pour l'œil O. On dit aussi que l'objet AB est vu par l'œil sous l'angle α, ou encore que la distance angulaire des points A et B est α pour l'œil O.

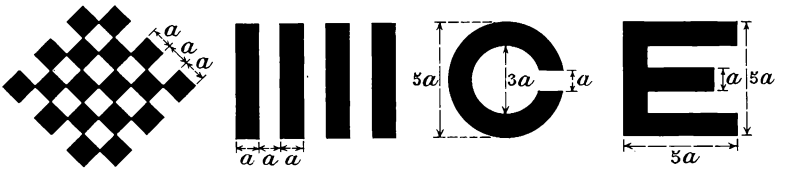
La grandeur de l'image rétinienne est proportionnelle au diamètre apparent de l'objet.

2° Pouvoir séparateur de l'œil. — Quand les images rétiniennes A′ et B′ sont très proches l'une de l'autre, l'œil ne les distingue plus. Les deux points-objets correspondants, A et B, ne sont plus **séparés** sur l'objet dont la vision reste nette cependant.

Le **pouvoir séparateur** d'un œil est caractérisé par la plus petite distance angulaire, ou seuil de séparation, de deux points dont les images rétiniennes sont vues séparément.

On peut déterminer le pouvoir séparateur en utilisant des tests de formes géométriques simples qui présentent un détail caractéristique de dimension *a* (fig. 8). On éloigne le test (ou optotype) de l'œil et, à une distance D, le détail cesse d'être distingué dans l'ensemble du dessin. Le pouvoir séparateur de l'œil, caractérisé par l'angle $\varepsilon = \frac{a}{D}$, dépend du test utilisé. On obtient pour ε des valeurs voisines de 1′, soit

$$3 \times 10^{-4} \text{ radian.}$$



Damier. Mire. Anneau. Lettre.

FIG. 8.

3° Acuité visuelle. — Le pouvoir séparateur d'un œil est d'autant meilleur que le minimum discernable, de distance angulaire ε, est plus faible.

Pour caractériser le pouvoir séparateur par une grandeur qui varie dans le même sens, on utilise l'**acuité visuelle**, ou inverse du seuil de séparation ε, dont la valeur est exprimée en minutes.

Par définition, un œil qui peut distinguer deux points dont la distance angulaire minimale est 1′ a une acuité visuelle égale à 1 unité, ou 10 dixièmes.

Suivant le test utilisé, on obtient des acuités visuelles différentes pour un même sujet (par exemple : $\frac{14}{10}$ avec une mire, $\frac{16}{10}$ avec une lettre, $\frac{20}{10}$ avec un anneau).

Les nombres cités correspondent à des angles ε valant respectivement $\frac{10'}{14}$, $\frac{10'}{16}$, 0,5′.

L'acuité visuelle varie avec l'âge. Elle passe, pour un œil normal, de $\frac{12}{10}$ chez un enfant à $\frac{6}{10}$ chez un vieillard de 80 ans.

RÉSUMÉ

Les différents milieux transparents de l'œil peuvent être assimilés à une lentille convergente située à 17 mm de la rétine. L'œil se trouve ainsi réduit à une lentille convergente diaphragmée et à un écran sensible.

La distance focale de la lentille de l'œil réduit est variable. Elle diminue quand l'objet se rapproche de l'œil.

L'accommodation est l'adaptation automatique de l'œil pour la vision nette des objets à des distances diverses.

Un œil normal voit sans accommoder un objet situé à l'infini. Un œil myope est trop convergent, un œil hypermétrope n'est pas assez convergent. Un œil presbyte est un œil dont la faculté d'accommodation diminue par suite de vieillissement.

On corrige la myopie par des verres divergents et l'hypermétropie par des verres convergents. Un œil normal atteint de presbytie utilise des verres convergents.

Le pouvoir séparateur d'un œil est d'autant meilleur que le minimum discernable de distance angulaire, ou seuil de séparation, est plus faible.

Un œil qui peut distinguer deux points dont la distance angulaire minimale est 1 minute a, par définition, une acuité visuelle égale à 1 unité ou 10 dixièmes.

Exercices.

1. — Une personne voit distinctement les objets qui sont à plus de 40 cm de ses yeux. Que deviennent pour cette personne les limites de la vision distincte lorsqu'elle porte des lunettes dont les verres, placés à 1 cm des yeux, ont une convergence de + 1 dioptrie?

Rép. : 29 cm et 101 cm.

2. — Les limites de la vision distincte pour une personne sont 11 cm et 101 cm. Que deviennent ces limites lorsque la personne utilise des lunettes dont les verres, placés à 1 cm des yeux, ont une puissance de — 1 dioptrie?

Rép. : 12,11 cm et l'infini.

3. — Un œil, placé au foyer d'une lentille convergente de distance focale 20 cm, voit nettement à travers la lentille les objets dont les distances à cette lentille sont comprises entre 25 cm et 9 cm.

a) Quel est le défaut de cet œil?

b) Quelle est sa distance minimale de vision distincte?

c) Indiquer la nature et la vergence de la lentille à placer contre l'œil pour la vision à l'infini sans accommodation.

d) Que devient la distance minimale de vision distincte de l'œil muni de la lentille correctrice?

Rép. : hypermétrope; 36,36 cm; lentille convergente de 1,25 dioptrie; 25 cm.

4. — Un myope devenu presbyte a pour distances maximale et minimale de vision distincte 2 mètres et 50 centimètres.

1° Quelle est la vergence de la lentille correctrice lui permettant de voir à l'infini sans accommoder?

2° Que devient, lorsqu'il utilise cette lentille, sa distance minimale de vision distincte?

3° Pour corriger en même temps sa presbytie, on accole à la partie inférieure de son verre une petite lentille convergente de 2,5 dioptries. Que devient, lorsqu'il utilise le système des deux lentilles, sa distance minimale de vision distincte?

4° L'œil ainsi armé examine le plus petit objet AB dont il puisse séparer les extrémités tout en le voyant nettement sous le plus grand angle possible. Calculer AB, sachant que le pouvoir séparateur de cet œil est $\frac{3}{10\,000}$ radian.

N. B. — On considérera dans tous les cas que les centres optiques de la lentille et de l'œil sont confondus.

Rép. : 1° 0,5 dioptrie. 2° 66,7 cm. 3° 25 cm. 4° 75 μ.

CHAPITRE IX

LA LOUPE*

1. Définition.

Une loupe est une lentille convergente, de faible distance focale. On l'utilise en regardant au travers l'image virtuelle agrandie d'un petit objet.

La distance focale d'une loupe est comprise entre 2 et 10 cm.

2. Construction de l'image.

L'image A'B' est virtuelle si l'objet AB est situé entre le foyer objet F et le centre optique C de la loupe L (fig. 1).

L'œil se place à proximité du foyer image F'.

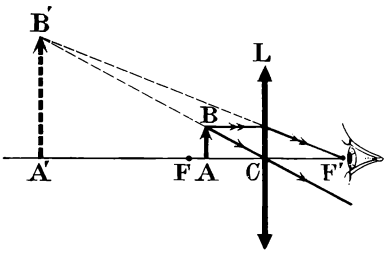


FIG. 1.

3. Mise au point.

Pour être nette, l'image donnée par une loupe doit être comprise entre les limites de vision distincte de l'observateur.

1° La mise au point consiste à amener cette image entre le punctum remotum et le punctum proximum de l'œil.

On peut procéder de plusieurs manières :

a) on déplace la lentille entre l'œil et l'objet, qui restent fixes;

b) la lentille et l'objet sont fixes alors que l'œil se déplace;

c) l'œil étant maintenu à distance fixe de la lentille :

α) on déplace l'ensemble devant l'objet fixe;

β) ou bien, l'objet est déplacé devant l'ensemble, lentille-œil, qui reste fixe.

* Les chapitres signalés par un astérisque ne sont pas du programme des classes de Première D et T.

2° Latitude de mise au point. — Nous envisagerons uniquement le dernier cas, c'est-à-dire celui où l'œil O reste à distance constante de la lentille L maintenue fixe, tandis que l'objet AB est mobile (fig. 2).

Quand l'image A'B' passe du punctum remotum P_r au punctum proximum P_p, le point A, qui se déplace dans le même sens que l'image, passe de A_1 en A_2.

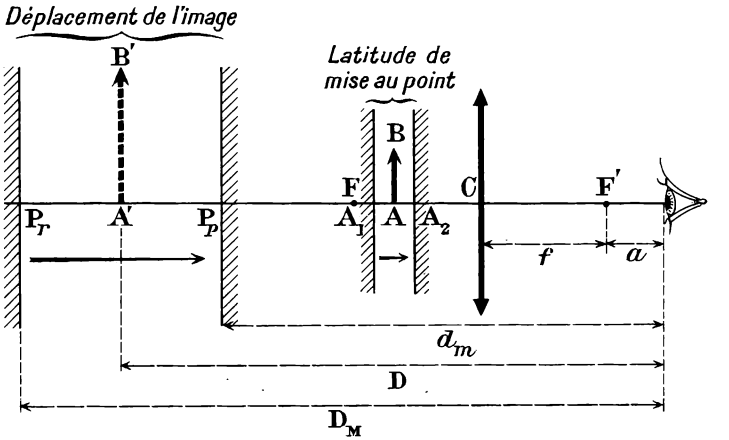


FIG. 2.

La distance A_1A_2 est la **latitude de mise au point.**

La distance D de l'image A'B' à l'œil est comprise entre D_M et d_m, distances maximale et minimale de vision distincte.

Désignons par a la distance de l'œil au foyer image F' et par p la distance du point A à la lentille. D'après la figure, nous avons

$$p' = -(D - f - a)$$

et, d'après la formule de Descartes,

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{D - f - a} = \frac{1}{f},$$

d'où

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{f} + \frac{1}{D - f - a} = \frac{D - a}{f(D - f - a)}$$

et

$$p = f\frac{(D - f - a)}{D - a} = f\left(1 - \frac{f}{D - a}\right).$$

Les valeurs extrêmes de p sont

$$p_1 = f\left(1 - \frac{f}{D_M - a}\right) \quad \text{et} \quad p_2 = f\left(1 - \frac{f}{d_m - a}\right).$$

Par conséquent,

$$A_1A_2 = p_1 - p_2 = f^2\left(\frac{1}{d_m - a} - \frac{1}{D_M - a}\right).$$

La latitude de mise au point est proportionnelle au carré de la distance focale de la loupe.

Effectuons les calculs pour un œil normal ($D_M = \infty$, $d_m = 20$ cm), placé au foyer principal image d'une loupe de distance focale $f = 4$ cm.

La latitude de mise au point est

$$A_1A_2 = \frac{4 \times 4}{20} = 0{,}8 \text{ cm, ou } 8 \text{ mm.}$$

4. Puissance de la loupe.

Par définition, **la puissance de la loupe est le quotient de l'angle sous lequel on voit l'image par la longueur de l'objet.**

L'image A'B' de l'objet AB est vue par l'œil O sous l'angle α' à la distance D (fig. 3).

La puissance de la loupe, exprimée en dioptries, est

$$\boxed{P \text{ (dioptries)} = \frac{\alpha' \text{ (radians)}}{AB \text{ (mètres)}}} .$$

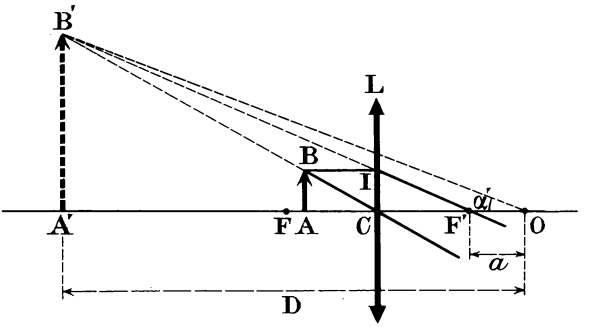


FIG. 3.

Le triangle OA'B' étant rectangle,

$$\text{tg } \alpha' = \frac{A'B'}{D}.$$

Or, l'angle α' est petit (approximation de Gauss), donc

$$\alpha' \approx \frac{A'B'}{D}$$

et, par suite,

$$P = \frac{A'B'}{AB} \times \frac{1}{D}.$$

Remarquons que les triangles F'CI et F'A'B' sont semblables :

$$\frac{F'A'}{F'C} = \frac{A'B'}{CI},$$

ou, puisque CI = AB,

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{D - a}{f}$$

et

$$P = \frac{D - a}{Df} = \frac{1}{f}\left(1 - \frac{a}{D}\right).$$

Dans le cas général, la puissance de la loupe dépend non seulement de sa distance focale, mais aussi des positions de l'œil et de l'objet.

Puissance intrinsèque. — La puissance de la loupe est égale à sa convergence $\frac{1}{f}$ dans deux cas particuliers :

1° l'œil est au foyer principal image ($a = 0$);
2° l'œil est normal et regarde sans accommoder ($D = \infty$).

Cette puissance P_i, dite **intrinsèque**, ne dépend que de la loupe :

$$\boxed{P_i = \frac{1}{f}}.$$

Un observateur qui utilise une loupe place, inconsciemment, son œil très près du foyer principal image; ainsi la puissance d'une loupe est toujours très voisine de $\frac{1}{f}$.

5. Grossissement.

Un observateur qui regarderait le petit objet AB à l'œil nu, le placerait à la distance minimale de vision distincte, d_m, pour se trouver dans les meilleures conditions d'observation.

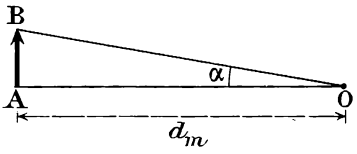


FIG. 4.

L'objet serait alors vu sous le diamètre apparent

$$\alpha = \frac{AB}{d_m} \quad \text{(fig. 4)}.$$

Par définition, **le grossissement G de la loupe est le rapport entre le diamètre apparent α' de l'objet vu à travers la loupe et le diamètre apparent α de l'objet vu à l'œil nu, à la distance minimale de vision distincte :**

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}.$$

Évaluons α' en fonction de la puissance :

$$\alpha' = P \times AB.$$

L'expression du grossissement est

$$G = \frac{P \times AB}{\frac{AB}{d_m}} = \boxed{P \times d_m}.$$

Le grossissement d'une loupe est égal au produit de la puissance de la loupe par la distance minimale de vision distincte de l'observateur.

REMARQUES. — 1° Le grossissement, rapport de deux angles, est un nombre abstrait qui ne doit être suivi d'aucune indication d'unité.

2° Le grossissement d'une loupe varie beaucoup avec l'observateur. Ainsi, une loupe de 20 dioptries fournit les grossissements suivants :

œil normal ($d_m = 0{,}2$ m) : $G = 20 \times 0{,}2 = 4$,
œil myope ($d_m = 0{,}1$ m) : $G = 20 \times 0{,}1 = 2$,
œil presbyte ($d_m = 0{,}4$ m) : $G = 20 \times 0{,}4 = 8$.

Grossissement commercial. — Le grossissement indiqué dans les catalogues est calculé en considérant la puissance intrinsèque, P_i, et une distance minimale, uniforme, de vision distincte $d_m = 0{,}25$ m.

La valeur de ce grossissement, dit **commercial**, est

$$G_C = 0{,}25\ P_i = \frac{P_i}{4}.$$

6. Pouvoir séparateur.

Le pouvoir séparateur d'une loupe est la distance minimale de deux points qui restent encore visibles séparément à travers l'instrument.

Un œil qui regarde un objet AB à travers une loupe de puissance P voit cet objet sous l'angle α', tel que $P = \frac{\alpha'}{AB}$, soit $\alpha' = P \times AB$.

Les deux points A et B sont vus séparément si l'angle α' est supérieur ou égal au pouvoir séparateur ε de l'œil.

Donc $$P \times AB \geqslant \varepsilon,$$

ou $$AB \geqslant \frac{\varepsilon}{P}.$$

Le pouvoir séparateur de la loupe est donc $\frac{\varepsilon}{P}$.

La puissance des loupes est limitée à 100 dioptries à cause de la difficulté de fabriquer des lentilles de très courtes distances focales, capables de fournir des images acceptables.

En adoptant la valeur $\varepsilon = 3 \times 10^{-4}$ rd, nous voyons qu'à l'aide d'une loupe l'œil ne peut distinguer deux points dont la distance est inférieure à

$$\frac{3 \times 10^{-4}}{100} = 3 \times 10^{-6}\,\text{m}, \quad \text{soit} \quad 3\,\mu.$$

RÉSUMÉ

Une loupe est une lentille convergente de faible distance focale et que l'on utilise en regardant au travers l'image virtuelle agrandie qu'elle donne d'un petit objet.

La mise au point consiste à amener l'image entre le punctum remotum et le punctum proximum de l'œil.

La puissance de la loupe est le quotient de l'angle sous lequel on voit l'image par la longueur de l'objet.

Le grossissement d'une loupe est égal au produit de la puissance de la loupe par la distance minimale de vision distincte de l'observateur.

Le pouvoir séparateur d'une loupe est la distance minimale de deux points qui restent encore visibles séparément à travers l'instrument.

Exercices.

1. — A travers une loupe, assimilée à une lentille mince, un observateur regarde un petit objet. Son œil est à 1 cm de la lentille. La distance focale de la loupe est 12 cm. La distance minimale de vision distincte pour l'observateur est 25 cm; la distance maximale est l'infini.

On demande de calculer :

1° les distances limites de l'objet à la loupe entre lesquelles l'objet est vu nettement par l'observateur;

2° le grossissement pour ces distances.

Rép. : 1° 12 cm; 8 cm. 2° 2,08; 3.

2. — Définir la puissance d'une loupe. Calculer sa valeur dans le cas où l'observateur met au point à l'infini.

Quelle est la valeur de la puissance intrinsèque d'une loupe dont la distance focale est 1 cm?

Rép. : $P = \frac{\alpha'}{AB}$; $P = \frac{1}{f}$; $P = 100\,\delta$.

3. — Le pouvoir séparateur d'un œil normal étant de l'ordre de 2 minutes, quelle est la distance de deux points voisins les plus rapprochés que l'œil puisse séparer en les observant à travers une loupe de 50 dioptries?

Rép. : 11,6 μ, en plaçant l'œil au foyer image de la loupe ou en plaçant l'objet dans le plan focal objet.

4. — Deux lentilles convergentes, L_1 et L_2, de distance focale $f = 6$ cm sont éloignées de 4 cm et ont le même axe principal. Le système optique L_1L_2 est utilisé pour observer un petit objet AB = 0,5 mm. Le point A est sur l'axe commun aux deux lentilles; AB, perpendiculaire à cet axe, est placé devant L_1 et l'œil est placé derrière L_2 dans le plan focal image de cette lentille. L'image du point A dans le système L_1L_2 se forme à l'infini. On demande de calculer :

a) la distance du point A à la lentille L_1;

b) l'angle sous lequel l'œil voit l'image de l'objet AB.

Rép. : 1,5 cm; 38′ 13″.

5. — Une lentille convergente donne d'un petit objet lumineux perpendiculaire à l'axe principal une image nette réelle et égale à l'objet lorsque la distance objet-écran est égale à 8 cm.

1° Quelle est la distance focale de cette lentille?

2° Un observateur dont la distance minimale de vision distincte est 20 cm utilise cette lentille comme loupe. Il place son œil dans le plan focal image de la loupe. Calculer la puissance et le grossissement de cet instrument.

3° L'œil étant toujours au foyer image, il voit à travers la loupe l'image d'un objet sous un angle de 0,05 radian. Quelle est la grandeur réelle de cet objet?

Rép. : 1° 2 cm. 2° 50 δ; 10. 3° 1 mm.

CHAPITRE X

MICROSCOPE*

1. Principe.

La difficulté d'obtenir des lentilles de convergence supérieure à 100 dioptries ne permet pas à un œil armé seulement d'une loupe de distinguer, sur un objet, deux points dont la distance est inférieure à 3 ou 4 microns.

Pour voir un objet très petit, on peut envisager d'en obtenir d'abord une image réelle très agrandie, que l'on examinera ensuite à la loupe : tel est le principe du **microscope** dont l'invention remonte à 1590.

Le dispositif qui fournit l'image réelle agrandie est placé vers l'objet et constitue l'**objectif**. L'œil regarde l'image obtenue à travers un **oculaire** maintenu à distance fixe de l'objectif.

L'oculaire, et surtout l'objectif, sont des systèmes optiques très compliqués. Cependant, une théorie simplifiée du microscope permet de les assimiler l'un et l'autre à une lentille convergente. L'axe principal commun à ces deux lentilles est l'**axe optique** du microscope.

La distance focale de l'oculaire est d'environ 2 centimètres. La nécessité de réduire l'encombrement de l'instrument tout en obtenant une image réelle nettement agrandie impose à l'objectif une distance focale de quelques millimètres.

2. Marche des rayons. Construction des images.

1° A travers l'objectif. — Pour obtenir une image réelle agrandie, l'objet AB doit être placé un peu en avant du foyer principal objet, F_1, de l'objectif L_1. **L'image A_1B_1 donnée par l'objectif est renversée** (fig. 1).

2° A travers l'oculaire. — L'image A_1B_1 sert d'objet réel. L'image sera virtuelle si A_1B_1 est située entre l'oculaire L_2 et le foyer principal objet F_2.

* Les chapitres signalés par un astérisque ne sont pas du programme des classes de Première D et T.

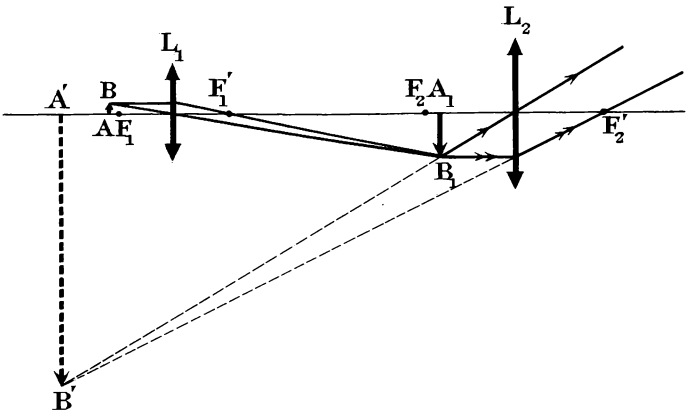


FIG. 1.

L'image définitive A'B', droite par rapport à A_1B_1, est renversée par rapport à l'objet AB.

3. Cercle oculaire. Position de l'œil.

Considérons un rayon lumineux RI_1 qui entre dans l'objectif en I_1 et sort, en I_2, de l'oculaire suivant I_2R' (fig. 2).

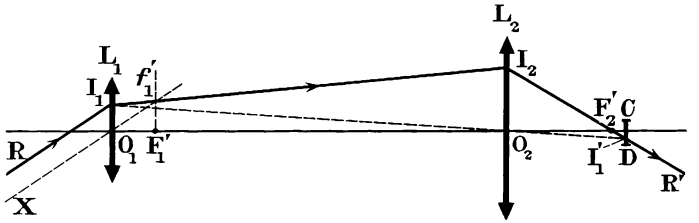


FIG. 2.

Le rayon réfracté I_1I_2 passe par le foyer secondaire f'_1, sur l'axe secondaire XO_1 parallèle à RI_1.

Entre l'objectif et l'oculaire, un rayon tel que I_1I_2, qui rencontre les deux lentilles, doit être situé dans le tronc de cône ayant pour bases ces deux lentilles.

Le rayon I_2R', qui est issu du point I_1 de l'objectif, passe par l'image I'_1 de I_1 dans l'oculaire.

Par conséquent, tout rayon qui sort de l'oculaire traverse l'image CD de l'objectif L_1 dans l'oculaire L_2. Cette image CD est appelée **cercle oculaire.**

Le diamètre du cercle oculaire est plus faible que celui de la pupille de l'œil. Par conséquent, l'œil qui examine un objet à travers un microscope en reçoit le maximum de lumière si sa pupille est placée au cercle oculaire.

Exercice 4. — Calculer la position et le diamètre ρ du cercle oculaire d'un microscope qui présente les caractéristiques suivantes :

diamètre de l'objectif : D = 5 mm,
distance objectif-oculaire : $p = 20$ cm,
distance focale de l'oculaire : $f_2 = 2$ cm.

Désignons par p' la distance du cercle oculaire à l'oculaire et appliquons les formules de Descartes :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f_2}; \qquad \frac{\rho}{D} = \left|\frac{p'}{p}\right|,$$

d'où

$$p' = \frac{pf_2}{p - f_2} = \frac{20 \times 2}{20 - 2} = 2{,}22 \text{ cm},$$

$$\rho = D \times \frac{p'}{p} = 5 \times \frac{2{,}22}{20} = 0{,}55 \text{ mm}.$$

Le cercle oculaire est à 2,22 — 2 = 0,22 cm du foyer principal image. Pratiquement, on considère que l'œil doit se placer au foyer principal image de l'oculaire.

4. Latitude de mise au point.

La **mise au point** consiste à amener l'image définitive, donnée par l'instrument, entre les limites de vision distincte de l'observateur.

Cette opération se réalise en déplaçant l'ensemble objectif-oculaire par rapport à l'objet, qui est fixe. L'œil est maintenu au foyer principal image de l'oculaire.

La **latitude de mise au point** est le déplacement maximal que l'on peut faire subir à l'instrument par rapport à l'objet sans que l'image définitive cesse d'être visible.

Lorsque l'image définitive A'B' se déplace entre les deux punctums de l'œil, l'image intermédiaire A_1B_1 subit un déplacement qui correspond à la latitude de mise au point de l'oculaire et dont la valeur ne dépasse pas quelques millimètres (page 405).

Cette faible marge laissée aux déplacements possibles de A_1B_1 impose à l'objet AB, placé près du foyer principal objet de l'objectif, de rester dans un intervalle excessivement réduit.

La latitude de mise au point d'un microscope ne dépasse pas quelques microns. La mise au point nécessite l'utilisation d'une vis micrométrique.

Exercice 5. — Un microscope est constitué par un objectif de distance focale 2 millimètres et un oculaire de 50 dioptries. La distance des centres optiques est constante et égale à 20 centimètres. L'observateur a une vue normale et sa distance minimale de vision distincte est 25 centimètres.

1° Quelle est la distance focale de l'oculaire? A quelle distance de l'objectif doit-on placer un objet plan AB perpendiculaire à l'axe optique, pour que l'image définitive de cet objet, donnée par le microscope, se forme à l'infini?

2° L'observateur examine ensuite cette image à la distance minimale de vision distincte. Dans quel sens et de combien faut-il déplacer l'objet par rapport à sa position précédente? Quelle est la latitude de mise au point de l'instrument utilisé dans ces conditions?

1° La distance focale de l'oculaire est l'inverse de sa convergence :

$$f_2 = \frac{1}{50} = 0{,}02 \text{ m, ou } 20 \text{ mm.}$$

L'objectif donne de l'objet AB une image réelle et renversée, A_1B_1, qui constitue un objet réel pour l'oculaire. L'image définitive étant rejetée à l'infini, l'image intermédiaire A_1B_1 doit se former dans le plan focal de l'oculaire, c'est-à-dire à

$$200 - 20 = 180 \text{ mm}$$

de l'objectif (fig. 3).

La position de l'objet AB par rapport au centre optique de l'objectif est donnée par la formule de Descartes,

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f_1},$$

dans laquelle $p' = O_1A_1 = 180$ mm et $f_1 = 2$ mm.

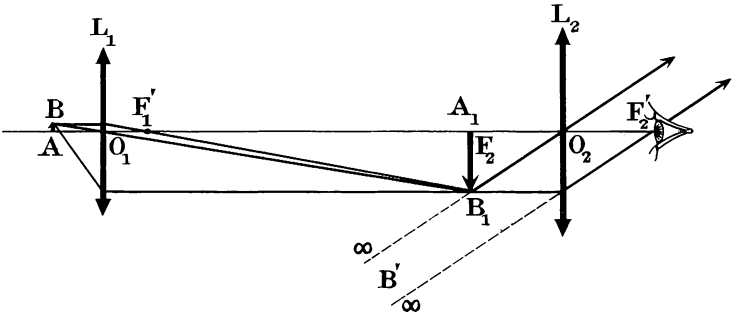


FIG. 3.

Il vient $$p = \frac{p'f_1}{p' - f_1} = \frac{180 \times 2}{180 - 2} = 2{,}022\ 5 \text{ mm.}$$

L'objet doit être placé à 2,022 5 mm devant le centre optique de l'objectif.

2° L'image définitive, virtuelle et droite, est à 250 mm de l'œil de l'observateur, c'est-à-dire à

$$250 - 20 = 230 \text{ mm}$$

du centre optique de l'oculaire.

Pour trouver la position de l'image intermédiaire A_1B_1, appliquons à l'oculaire la formule de Descartes

$$\frac{1}{P} + \frac{1}{P'} = \frac{1}{f_2},$$

avec $f_2 = 20$ mm et $P' = -230$ mm (image virtuelle).

On obtient $P = \frac{P'f_2}{P' - f_2} = \frac{-230 \times 20}{-230 - 20} = 18{,}4$ mm. L'image A_1B_1 est placée à 18,4 mm de l'oculaire, c'est-à-dire à la distance

$$p_1 = 200 - 18{,}4 = 181{,}6 \text{ mm de l'objectif.}$$

L'objet AB doit être placé à la nouvelle distance p_1 de l'objectif telle que

$$p_1 = \frac{p'_2 f_1}{p'_1 - f_1} = \frac{181{,}6 \times 2}{181{,}6 - 2} = 2{,}022\ 3 \text{ mm.}$$

L'objet doit être rapproché de l'objectif de

2,022 5 — 2,022 3 = 0,000 2 mm, ou 0,2 μ.

La latitude de mise au point du microscope est 0,2 μ.

5. Puissance du microscope.

Par définition, la puissance P d'un microscope est le quotient de l'angle α' sous lequel on voit l'image définitive par la longueur AB de l'objet.

$$P\ (\text{dioptries}) = \frac{\alpha'\ (\text{radians})}{AB\ (\text{mètres})}.$$

Les effets de grandissement par l'objectif et de grossissement par l'oculaire se manifestent en faisant intervenir l'image intermédiaire A_1B_1. Écrivons

$$P = \underbrace{\frac{A_1B_1}{AB}}_{\substack{\text{grandissement de l'objectif} \\ \gamma_1}} \times \underbrace{\frac{\alpha'}{A_1B_1}}_{\substack{\text{puissance de l'oculaire} \\ P_2}}.$$

La puissance d'un microscope est le produit du grandissement de l'objectif par la puissance de l'oculaire :

$$\boxed{P = \gamma_1 P_2}.$$

Théoriquement, la puissance de l'oculaire dépend des positions de l'œil et de l'image intermédiaire A_1B_1 (page 407).

En pratique, l'œil se place au cercle oculaire, qui est très proche du foyer principal image de l'oculaire. Par conséquent, l'œil peut être considéré comme étant au foyer image et la puissance de l'oculaire est l'inverse de la distance focale : $P_2 = \frac{1}{f_2}$.

Pour obtenir une expression du grandissement de l'objectif ne dépendant que des caractéristiques du microscope, on suppose que l'image intermédiaire A_1B_1 se forme dans le plan focal objet de l'oculaire (fig. 4). D'ailleurs, un observateur dont l'œil est normal, pour éviter la fatigue, réalise inconsciemment cette condition, qui lui permet de regarder l'image définitive sans accommoder.

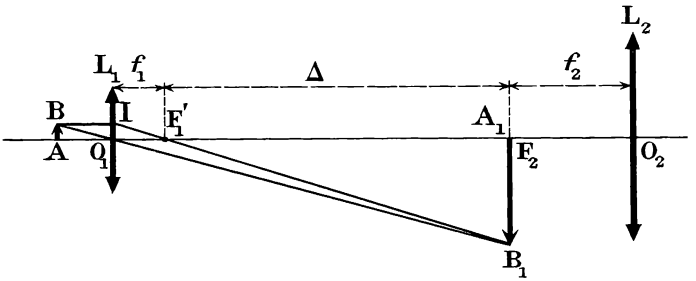


FIG. 4.

La longueur O_1O_2 de l'instrument est fixée par le constructeur. Par conséquent, le foyer image F_1' de l'objectif est séparé du foyer objet F_2 de l'oculaire par une distance fixe $\Delta = F_1'F_2$, appelée **intervalle optique** du microscope, voisine de 16 cm.

Les triangles rectangles $F_1'O_1I$ et $F_1'A_1B_1$ sont semblables

$$\frac{A_1B_1}{O_1I} = \frac{\Delta}{f_1}.$$

Or, $O_1I = AB$, donc

$$\gamma_1 = \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{\Delta}{f_1}.$$

Par suite, la puissance est

$$\boxed{P_i = \gamma_1 P_2 = \frac{\Delta}{f_1 f_2}}.$$

Cette expression caractérise la **puissance intrinsèque** du microscope. On la calcule en dioptries, après avoir exprimé en mètres les longueurs qui y figurent.

Les puissances des microscopes usuels varient entre 100 et 3 000 dioptries. Un bon microscope est toujours livré avec un jeu d'objectifs et un jeu d'oculaires dont les combinaisons permettent des usages variés.

En utilisant l'ultra violet, qui nécessite des lentilles de quartz, et en s'aidant de la photographie, on a pu exceptionnellement atteindre 12 000 dioptries.

Exercice 6. — **En utilisant la formule de Newton, relative à une lentille, calculer la latitude de mise au point d'un microscope utilisé par un œil normal, placé au foyer image de l'oculaire.**

Rappelons que la formule de Newton $zz' = -f^2$, se rapporte à un axe principal orienté dans le sens de la lumière. Les abscisses, z, de l'objet et, z', de l'image, ont pour origines respectives le foyer principal objet et le foyer principal image de la lentille de distance focale f.

1° Image définitive donnée par l'oculaire. — Quand l'œil n'accommode pas, il examine l'image définitive à l'infini. L'image intermédiaire est en A_1 confondu avec le foyer principal F_2 (fig. 5).

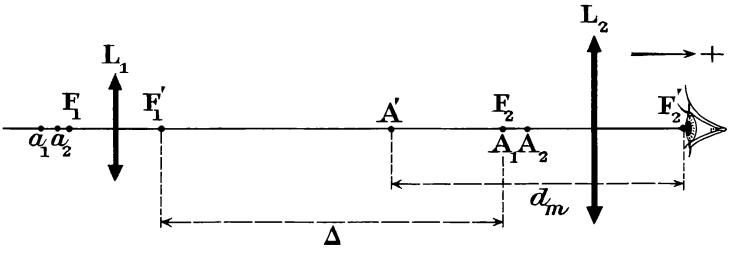


FIG. 5.

Quand l'image définitive est en A', à la distance minimale de vision distincte d_m, son abscisse est $Z' = -d_m$. L'image intermédiaire est en A_2 dont l'abscisse, par rapport à F_2, est $F_2A_2 = Z = \frac{-f_2^2}{Z'} = \frac{f_2^2}{d_m}$.

2° Image intermédiaire fournie par l'objectif. — *a*) *Située en* A_1, d'abscisse $z_1' = F_1'A_1 = \Delta$.

L'objet est alors en a_1, d'abscisse

$$z_1 = F_1a_1 = -\frac{f_1^2}{\Delta}.$$

b) *Située en* A_2, d'abscisse

$$z_2' = F_1'A_2 = F_1'A_1 + A_1A_2 = \Delta + \frac{f_2^2}{d_m} = \Delta\left(1 + \frac{f_2^2}{\Delta d_m}\right),$$

puisque A_1 se trouve en F_2.

L'objet est alors en a_2, d'abscisse

$$F_1a_2 = z_2 = -\frac{f_1^2}{\Delta\left(1 + \frac{f_2^2}{\Delta d_m}\right)}.$$

La latitude de mise au point est

$$a_1a_2 = z_2 - z_1 = \frac{f_1^2}{\Delta}\left(1 - \frac{1}{1 + \frac{f_2^2}{\Delta d_m}}\right) = \frac{f_1^2 f_2^2}{\Delta^2 d_m} \times \frac{1}{1 + \frac{f_2^2}{\Delta d_m}}.$$

Remarquons que, dans un microscope, nous avons

$$f_2 \approx 2 \text{ cm}, \qquad \Delta \approx 20 \text{ cm}, \qquad d_m \approx 25 \text{ cm}.$$

Par conséquent, l'expression $\frac{f_2^2}{\Delta d_m} \approx \frac{4}{500}$ peut être négligée devant 1.

D'autre part, la puissance du microscope est $P = \frac{\Delta}{f_1 f_2}$. La latitude de mise au point est donc

$$a_1a_2 = \frac{1}{P^2 d_m}.$$

La latitude de mise au point d'un microscope est inversement proportionnelle au carré de la puissance.

6. Grossissement du microscope.

Par définition, le grossissement G d'un microscope est le rapport entre le diamètre apparent, α', de l'objet vu à travers l'instrument et le diamètre apparent, α, de l'objet vu à l'œil nu, à la distance minimale de vision distincte :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}.$$

En évaluant α' en fonction de la puissance $P = \frac{\alpha'}{AB}$ et en tenant compte de l'expression $\alpha = \frac{AB}{d_m}$, on obtient

$$G = \frac{P \times AB}{\frac{AB}{d_m}} = \boxed{P d_m}.$$

Le grossissement d'un microscope est égal au produit de la puissance de l'instrument par la distance minimale de vision distincte de l'observateur.

Par convention, les constructeurs fixent la distance minimale de vision distincte à 0,25 m, ou $\frac{1}{4}$ m, d'ailleurs voisine de celle d'un œil normal. En utilisant la puissance intrinsèque P_i, on obtient le **grossissement commercial**

$$\boxed{G_c = \frac{P_i}{4}}.$$

7. Pouvoir séparateur.

Le pouvoir séparateur d'un microscope est la distance minimale de deux points visibles séparément dans l'instrument.

1° Microscopes de faibles puissances ($P \leqslant 800$ dioptries). — D'après l'expression $P = \frac{\alpha'}{AB}$, la distance AB est minimale quand le diamètre apparent α' est égal au pouvoir séparateur ε de l'œil.

Le pouvoir séparateur d'un microscope de puissance P est $\frac{\varepsilon}{P}$.

2° Microscopes de grandes puissances ($P > 800$ dioptries). — Dans ces appareils, le phénomène de diffraction de la lumière ne peut pas être négligé dans la formation des images données par l'objectif.

Une lentille, même corrigée de tous ses défauts, ne donne jamais d'un point lumineux A une image A' réellement ponctuelle. L'image est une petite tache lumineuse, dite de **diffraction**, dont le centre se confond avec l'image géométrique théorique A'.

De deux points lumineux A et B très proches, l'objectif donne deux images intermédiaires, petites taches lumineuses centrées sur les images géométriques A_1 et B_1. Ces taches sont observées à l'aide de l'oculaire agissant comme une loupe. L'œil les distingue l'une de l'autre tant que la distance A_1B_1 de leurs centres reste supérieure à leur rayon commun ρ.

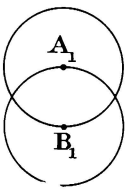


FIG. 6.

Dès que la distance A_1B_1 devient égale à ρ (fig. 6), ces taches ne sont plus distinguées séparément, quelle que soit la puissance de l'oculaire.

Au rayon ρ des taches de diffraction, correspond sur l'objet une distance l qui est le plus petit intervalle que puisse séparer l'objectif. Cette distance minimale que l'on peut appeler **le pouvoir séparateur de l'objectif** représente le pouvoir séparateur du microscope.

Le pouvoir séparateur d'un microscope puissant dépend beaucoup plus de l'objectif que de la puissance de l'instrument.

En lumière blanche, un bon microscope permet de distinguer deux détails éloignés de 0,3 μ à 0,4 μ.

En utilisant la lumière violette et en plaçant une goutte d'huile de cèdre sur l'objet, on peut descendre à 0,2 μ.

Pour apprécier le pouvoir séparateur d'un microscope, les naturalistes examinent les stries, très fines, régulièrement espacées, sur les carapaces de certaines diatomées, qui sont des algues microscopiques.

8. Description sommaire d'un microscope (fig. 7).

Le **tube** qui porte l'objectif et l'oculaire peut être déplacé rapidement à l'aide d'une **crémaillère** ou lentement par commande d'une **vis micrométrique.**

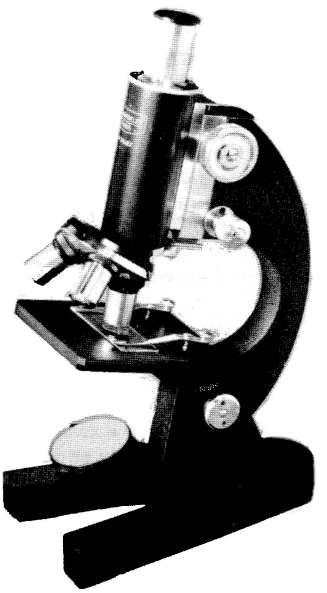


FIG. 7.

Une plaque, ou **platine,** percée d'un trou supporte la préparation que l'on peut éclairer par un **miroir** (objets transparents) ou par un projecteur (objets opaques).

Le support de l'instrument, ou **statif,** est articulé avec le **pied** très lourd, afin de donner au tube une inclinaison variable.

9. Microphotographie et projection microscopique.

Le remplacement de l'oculaire par une lentille photographique ou une lentille de projection permet d'obtenir des images définitives réelles.

10. Chambre claire.

Ce dispositif, qui se monte à l'extrémité du tube porte-oculaire d'un microscope, comprend deux miroirs plans, M_1 et M_2, parallèles (ou deux prismes à réflexion totale) (fig. 7).

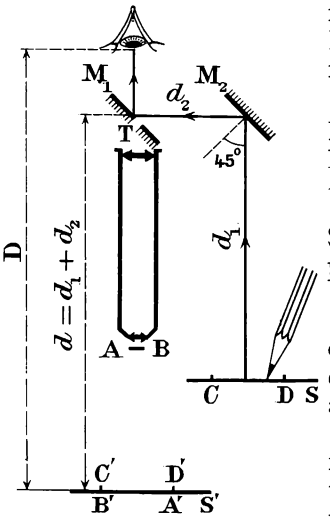


FIG. 8.

La chambre claire donne d'une surface plane S une image virtuelle S' dans le même plan que celui où se forme l'image définitive A'B' donnée par le microscope de l'objet AB.

L'œil voit les deux images superposées S' et A'B' en regardant par la partie transparente T pratiquée dans le miroir M_1.

1° Si S est une feuille de papier blanc, on peut reproduire le dessin de l'objet AB en suivant les contours de l'image A'B' avec un crayon.

En remplaçant l'objet AB par une lamelle transparente portant une graduation en centièmes de millimètre (micromètre objectif), on peut mesurer l'objet AB.

2° Si S est une règle graduée en millimètres, on peut superposer une longueur connue CD de cette règle avec une longueur A'B' correspondant à une longueur connue AB du micromètre objectif.

Soit D la distance à l'œil des deux images C'D' et A'B'.

L'image A'B' est vue sous l'angle $\alpha' = \frac{CD}{D}$ et la puissance du microscope est

$$P = \frac{\alpha'}{AB} = \frac{CD}{D \times AB}.$$

A la distance D, le diamètre apparent de l'objet AB vu à l'œil nu serait $\alpha = \frac{AB}{D}$.

Le grossissement du microscope est donc

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{CD}{AB}.$$

RÉSUMÉ

L'objectif d'un microscope fournit d'un petit objet une image réelle agrandie que l'œil regarde à travers une loupe appelée oculaire.

Pour recevoir le maximum de lumière, l'œil doit se placer au cercle oculaire, qui est l'image de l'objectif dans l'oculaire.

La latitude de mise au point d'un microscope ne dépasse pas quelques microns.

La puissance d'un microscope est égale au produit du grandissement de l'objectif par la puissance de l'oculaire.

Le grossissement d'un microscope est égal au produit de la puissance de l'instrument par la distance minimale de vision distincte de l'observateur.

Le pouvoir séparateur d'un microscope puissant dépend beaucoup plus de l'objectif que de la puissance de l'instrument.

Exercices.

1. — Un microscope se compose d'un objectif O_1 de convergence $C_1 = + 100$ dioptries et d'un oculaire O_2 de convergence $C_2 = + 50$ dioptries.

Ces deux systèmes sont assimilés à des lentilles minces, centrées sur le même axe optique et dont les centres optiques sont distants de 28 centimètres.

1° Quelles sont les distances focales de l'objectif et de l'oculaire?

2° A quelle distance de l'objectif O_1 doit-on placer un objet plan, perpendiculaire à l'axe optique, pour que l'image de cet objet, donnée par le microscope, se forme à l'infini?

3° Quel est le grossissement commercial de ce microscope?

Rép. : 1° $f_1 = 1$cm; $f_2 = 2$ cm. 2° 1,04 cm. 3° 312,5.

2. — Un microscope est composé d'un objectif de 1 cm de distance focale et d'un oculaire de 4 cm de distance focale.

a) Un objet est placé à 1,1 cm en avant de l'objectif. Déterminer à quelle distance de l'objectif il faut placer l'oculaire pour obtenir une image définitive située à l'infini.

b) Calculer la puissance de l'instrument dans les conditions précédentes.

c) Calculer le grossissement pour un observateur dont la distance minimale de vision distincte est 25 cm.

Rép. : 15 cm; 250 δ; 62,5.

3. — Un microscope est formé d'un objectif de distance focale $f_1 = 10$ mm et d'un oculaire de distance focale $f_2 = 2$ cm, ces deux lentilles étant séparées par une distance de 18 cm. Un objet rectiligne AB, perpendiculaire à l'axe est observé à l'aide de ce microscope.

1° L'objet est placé à 1,06 cm devant l'objectif. Où se forme l'image définitive?

2° L'objet AB a 0,1 mm. Calculer l'angle sous lequel on voit l'image définitive.

3° De combien et dans quel sens faut-il déplacer l'oculaire pour obtenir sur une plaque photographique une image réelle 150 fois plus grande que AB?

Rép. : 1° ∞ . 2° 4° 18′. 3° éloigner l'oculaire de 0,2 cm de l'objectif.

4. — Un microscope est formé d'un objectif de distance focale 8 mm et d'un oculaire de 50 dioptries. L'observateur dont la vue est normale a une distance minimale de vision distincte de 20 cm.

1° L'objet est placé à 8,4 mm de l'objectif, l'œil n'accommode pas; il peut distinguer deux points vus sous un angle égal ou supérieur à 1 minute. Quel est le plus petit objet vu dans le microscope?

2° Le centre optique de l'œil coïncide avec le foyer image de l'oculaire. Dans quel sens et de combien faut-il déplacer l'objet par rapport au microscope pour amener l'image à la distance minimale de vision distincte? Quelle est alors la puissance du microscope?

Rép. : 1° 0,29 μ. 2° rapprocher l'objet de l'objectif de 5 μ; 1 012,5 δ.

CHAPITRE XI

LUNETTE ASTRONOMIQUE*

1. Principe.

La lunette astronomique permet d'observer à la loupe l'image réelle d'un astre, fournie par une lentille convergente.

L'objectif, qui donne l'image réelle, est assimilable à une lentille convergente dont la distance focale est au moins égale à 1 mètre.

L'oculaire, qui sert de loupe, peut être assimilé à une lentille convergente de quelques centimètres de distance focale et de même axe principal que l'objectif.

2. Construction des images.

On suppose que l'axe commun à l'objectif L_1 et à l'oculaire L_2 passe par le bord inférieur A de l'objet AB situé à l'infini (fig. 1).

L'objectif donne une image A_1B_1 réelle, renversée, dans le plan focal image F'_1.

Devant l'oculaire, A_1B_1, qui joue le rôle d'objet réel, doit être situé entre le plan focal objet F_2 et la lentille. L'image définitive, A'B', est virtuelle, droite par rapport à A_1B_1, donc renversée par rapport à AB.

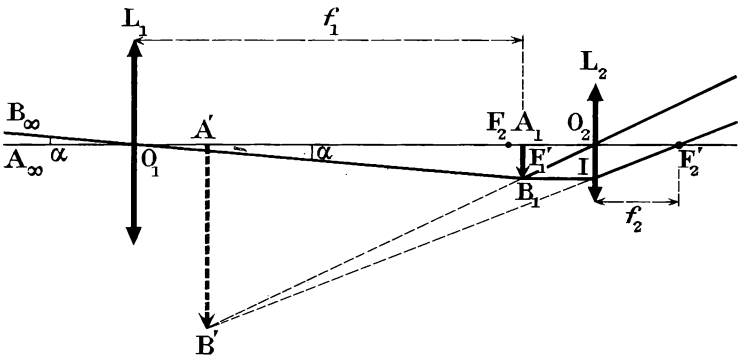


FIG. 1.

* Les chapitres signalés par un astérisque ne sont pas du programme des classes de Première D et T.

3. Cercle oculaire. Position de l'œil.

Considérons un rayon incident RI_1, qui rencontre l'objectif en I_1 (fig. 2).

Le rayon réfracté en I_1 rencontre l'oculaire en I_2, y subit une nouvelle réfraction et sort de l'instrument suivant I_2R'.

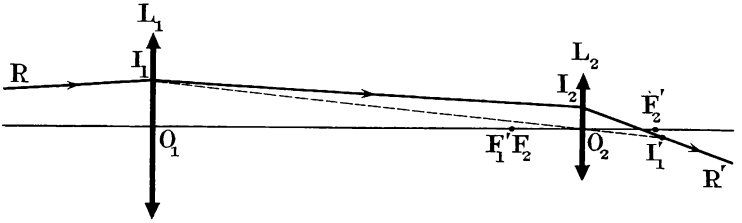


FIG. 2.

Le rayon I_1I_2 provient du point I_1, situé sur l'objectif. Par conséquent, le rayon I_2R' passe par le point I'_1, image de I_1 dans l'oculaire.

Un rayon qui sort de l'oculaire traverse l'image de l'objectif qu'en donne l'oculaire. Cette image est appelée **cercle oculaire.**

Exercice 7. — **L'objectif d'une petite lunette astronomique a une ouverture D = 8 cm et 1 mètre de distance focale. L'oculaire est une lentille convergente de 30 dioptries. Déterminer la position et la grandeur du cercle oculaire quand la lunette est réglée pour un œil normal qui regarde une étoile à travers l'instrument, sans accommoder.**

L'œil normal regarde sans accommoder l'image définitive à l'infini. L'image intermédiaire donnée par l'objectif est à la fois dans le plan focal image de l'objectif et dans le plan focal objet de l'oculaire.

La distance focale de l'oculaire est

$$f_2 = \frac{1}{30}\,\text{m}, \qquad \text{ou} \qquad 3{,}33 \text{ cm}.$$

La distance de l'objectif à l'oculaire est

$$p = 1 + \frac{1}{30} = \frac{31}{30}\,\text{m}.$$

Le diamètre d du cercle oculaire et la distance p' à l'oculaire sont donnés par les formules de Descartes :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f_2}, \qquad \frac{d}{D} = \left|\frac{p'}{p}\right|.$$

On obtient

$$\frac{30}{31} + \frac{1}{p'} = 30,$$

d'où

$$\frac{1}{p'} = 30 - \frac{30}{31} = \frac{900}{31},$$

$$p' = \frac{31}{900} = 0{,}034 \text{ m}, \qquad \text{ou} \qquad 3{,}4 \text{ cm},$$

et $d = D\left|\frac{p'}{p}\right| = 8 \times \frac{31 \times 31}{900 \times 30} = 0{,}28$ cm, ou 2,8 mm.

Le cercle oculaire, situé dans le voisinage du plan focal image de l'oculaire, a un diamètre sensiblement égal à celui de la pupille de l'œil.

Pour lui permettre de recevoir toute la lumière qui sort de l'instrument, un **œilleton** oblige l'œil à placer sa pupille sur le cercle oculaire, situé pratiquement dans le plan focal image de l'oculaire.

4. Mise au point.

L'image intermédiaire A_1B_1 d'un objet à l'infini se forme dans le plan focal image de l'objectif et, par conséquent, occupe une position fixe.

L'observateur met au point en faisant coulisser l'oculaire pour amener l'image définitive A'B' entre le punctum remotum et le punctum proximum de son œil.

La latitude de mise au point, qui est celle d'une loupe, est de l'ordre du centimètre. Pour éviter la fatigue qu'entraîne une observation prolongée, l'œil examine sans accommoder en amenant l'image A'B' au punctum remotum.

5. Lunette afocale.

Un œil normal regarde sans accommoder l'image définitive à l'infini. Par suite, l'image intermédiaire, qui est déjà dans le plan focal image de l'objectif, doit être également dans le plan focal objet de l'oculaire (fig. 3).

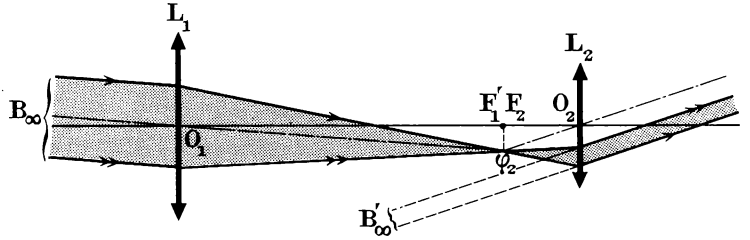


FIG. 3.

Un faisceau parallèle provenant d'un point B à l'infini est transformé par l'objectif en un faisceau convergent dont le sommet, situé dans le plan focal image de l'objectif, représente un foyer secondaire, φ_2, de l'oculaire.

Le faisceau divergent de sommet φ_2 sort de l'oculaire suivant un faisceau parallèle à la direction de l'axe secondaire $\varphi_2 O_2$.

Dans ces conditions, la lunette qui transforme un faisceau entrant parallèle en un faisceau sortant parallèle est dite **afocale**.

6. Grossissement.

Le grossissement G d'une lunette astronomique est le rapport entre le diamètre apparent, α', sous lequel l'objet est vu à travers l'instrument, et le diamètre apparent, α, de l'objet vu à l'œil nu :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}.$$

L'objet AB étant à l'infini est vu à l'œil nu sous le même diamètre apparent α, quel que soit le point d'observation. La figure 1 montre que

$$A_1B_1 = f_1 \times \operatorname{tg} \alpha \approx f_1 \alpha,$$

en posant $O_1F'_1 = f_1$.

On peut écrire $G = \frac{\alpha'}{A_1B_1} \times \frac{A_1B_1}{\alpha} = \frac{\alpha'}{A_1B_1} \times f_1$.

Or, l'expression $\frac{\alpha'}{A_1B_1}$ représente la puissance P_2 de l'oculaire, donc

$$\boxed{G = \underset{\text{(mètres)}}{f_1} \times \underset{\text{(dioptries)}}{P_2}}.$$

Le grossissement d'une lunette astronomique est égal au produit de la distance focale de l'objectif par la puissance de l'oculaire.

Lorsque la lunette est afocale, la puissance de l'oculaire

est $P_2 = \frac{1}{f_2}$,

d'où $G = \frac{f_1}{f_2}$ **(grossissement intrinsèque).**

Dans tous les cas, l'œil étant placé sur le cercle oculaire est pratiquement au foyer principal image de l'oculaire et la puissance P_2 est encore (page 407). $P_2 \approx \frac{1}{f_2}$.

Le grossissement d'une lunette astronomique est pratiquement égal au rapport de la distance focale de l'objectif à la distance focale de l'oculaire :

$$\boxed{G = \frac{f_1}{f_2}}.$$

REMARQUE. — Une lunette astronomique possède un objectif unique et plusieurs oculaires, qui permettent ainsi d'obtenir plusieurs valeurs du grossissement.

7. Champ de la lunette.

C'est la région du ciel que l'on peut voir dans l'instrument. On le détermine par les procédés suivants.

1° Par l'espace intermédiaire. — A l'intérieur de la lunette, les positions extrêmes des rayons qui traversent l'oculaire et, par suite, le cercle oculaire sont M_1M_2 et N_1N_2 (fig. 4).

Ces droites coupent le plan focal image de l'objectif en M et N. Dans ce plan, les images intermédiaires, qui servent d'objets pour l'oculaire, sont contenues dans le cercle de centre F'_1 et de rayon F'_1M.

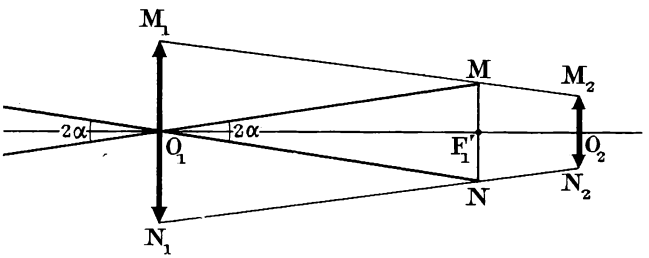


FIG. 4.

Le champ extrême de la lunette est l'angle 2α sous lequel on voit MN du centre O_1 de l'objectif.

2° Par le champ angulaire de l'oculaire. — Considérons une lunette afocale.

L'image intermédiaire MN est dans le plan focal F_2 de l'oculaire et l'image définitive M'N', rejetée à l'infini, est vue sous l'angle $2\alpha'$ (fig. 5).

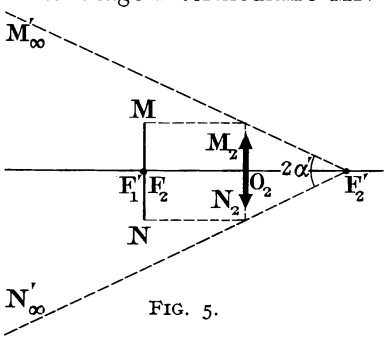


FIG. 5.

Or MN, qui se forme très près de l'oculaire, peut être confondue avec M_2N_2. L'angle $2\alpha'$ est donc pratiquement l'angle sous lequel on voit l'oculaire du foyer principal image F'_2.

Cet angle, appelé **champ angulaire de l'oculaire**, est compris entre 30° et 40° pour les oculaires d'une lunette astronomique.

Connaissant le grossissement G de la lunette et le champ angulaire $2\alpha'$ de l'oculaire, on en déduit le champ 2α de la lunette : $G = \frac{2\alpha'}{2\alpha}$,

d'où $$2\alpha = \frac{2\alpha'}{G}.$$

Par exemple, prenons $2\alpha' = 30^{\circ}$.

Pour $G = 180$, on obtient $2\alpha = \frac{30}{180} = \frac{1^{\circ}}{6}$, ou $10'$.

Pour $G = 1\,500$, $2\alpha = \frac{30 \times 60}{1\,500} = 1'12''$.

3° Chercheur. — La faible valeur du champ d'une lunette de fort grossissement rend difficile la recherche d'un astre. Cette opération s'effectue avec une lunette de faible grossissement, appelée **chercheur**, dont l'axe est parallèle à celui de la grande lunette (fig. 6).

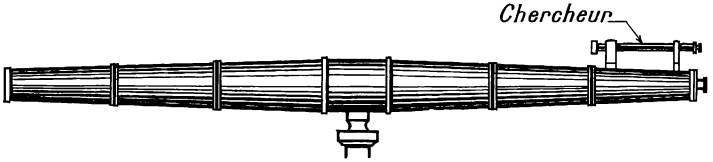


FIG. 6.

Après avoir amené l'image de l'astre au centre commun des champs des deux lunettes, on examine ensuite avec la lunette d'observation.

8. Pouvoir séparateur.

Le pouvoir séparateur d'une lunette astronomique est la distance angulaire minimale de deux étoiles dont l'instrument donne deux images distinctes.

1° Influence de l'objectif. — A cause du phénomène de diffraction, l'image d'une étoile donnée par l'objectif est une tache lumineuse.

Les taches correspondant à deux étoiles peuvent être séparées par l'oculaire si le bord de l'une ne dépasse pas le centre de l'autre (fig. 7).

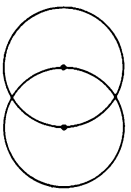


FIG. 7.

La théorie montre, et Foucault a vérifié, qu'un objectif de diamètre $2R$ sépare deux étoiles dont la distance angulaire, ε', exprimée en minutes, est égale à l'inverse du rayon d'ouverture R, exprimé en millimètres.

$$\varepsilon' \text{ (minutes)} = \frac{1}{R \text{ (millimètres)}}.$$

2° Influence de l'oculaire. — Le grossissement G de la lunette, et, par conséquent, l'oculaire correspondant, doivent être choisis pour

permettre à l'œil de distinguer les deux images fournies par l'objectif.

Le pouvoir séparateur de l'œil étant

$$\varepsilon = 3 \times 10^{-4}\,\text{rd}, \qquad \text{ou} \qquad 3 \times 10^{-4} \times \frac{10\,800}{\pi} \approx 1',$$

la condition $G\varepsilon' > \varepsilon$ entraîne

$$G > \frac{\varepsilon}{\varepsilon'} = R \text{ (millimètres)}.$$

La théorie et l'expérience montrent que l'œil voit tout ce que l'objectif sépare lorsqu'on utilise le grossissement, dit **grossissement optimal**,

$$G = 4\,R \text{ (millimètres)}.$$

3° Influence de l'agitation atmosphérique. — L'atmosphère est le siège permanent de courants et de tourbillons qui perturbent les images données par l'objectif et ne permettent pas d'atteindre la limite théorique du pouvoir séparateur d'une lunette.

Pour remédier à cet inconvénient, les observatoires sont toujours installés en des lieux où l'agitation atmosphérique est faible.

9. Usages de la lunette astronomique.

1° Visibilité et classement des étoiles. — Une étoile n'a pas de diamètre apparent sensible et, par suite, l'image qu'en donne une lunette est ponctuelle. Par contre, l'objectif recueille, de cette étoile, beaucoup plus de lumière que l'œil nu. Cette lumière, dirigée vers le cercle oculaire, où elle pénètre dans l'œil, rend l'étoile beaucoup plus brillante sur le fond du ciel devenu plus sombre.

On arrive ainsi à découvrir des étoiles indiscernables à l'œil nu. Suivant leur visibilité, les étoiles sont classées en **grandeurs** ou **magnitudes**. Les étoiles sont visibles à l'œil nu jusqu'à la 6e grandeur. Une grande lunette permet d'atteindre la 17e grandeur.

2° Séparation des étoiles doubles. — Deux étoiles dont la différence angulaire est très faible paraissent confondues à l'œil nu. Une lunette permet d'en obtenir deux images distinctes.

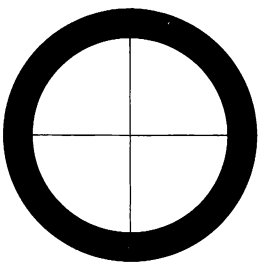


FIG. 8.

3° Réticule. Repérage des directions. — Dans le plan focal image de l'objectif, le **réticule** est constitué par deux fils très fins, tendus suivant deux diamètres rectangulaires (fig. 8).

La droite qui joint le point de croisée des fils du réticule au centre optique de l'objectif s'appelle l'**axe optique** de la lunette.

Pour repérer la position d'une étoile dans le ciel, on oriente la lunette de manière que l'image dans l'objectif se forme au point de croisée du réticule.

La distance angulaire de deux étoiles est l'angle dont tourne la lunette quand on amène successivement les images des deux étoiles à la croisée des fils du réticule.

10. Objectifs de quelques grandes lunettes.

Observatoire	diamètre d'ouverture	distance focale
Nice	0,73 m	18 m
Paris	0,76 m	18 m
Meudon	0,83 m	16,2 m
Yerkes (Chicago)	1,02 m	19,3 m

RÉSUMÉ

La lunette astronomique permet d'observer à la loupe l'image réelle d'un astre, fournie par une lentille convergente.

Un œilleton oblige l'œil à placer sa pupille sur le cercle oculaire situé pratiquement dans le plan focal de l'oculaire.

Dans une lunette afocale, le plan focal image de l'objectif est confondu avec le plan focal objet de l'oculaire.

Le grossissement d'une lunette astronomique est pratiquement égal au rapport de la distance focale de l'objectif à la distance focale de l'oculaire.

Le pouvoir séparateur d'une lunette astronomique dépend de l'objectif, de l'oculaire et de l'agitation atmosphérique.

Exercices.

1. — Une lentille convergente, L_1, de 1 dioptrie a son axe principal dirigé vers le centre de la Lune, dont le diamètre apparent est 32 minutes. Quelle est la grandeur de l'image?

Un observateur à vue normale examine sans accommoder cette image à l'aide d'une loupe de 20 dioptries, dont l'axe coïncide avec celui de L_1. Sous quel angle voit-il la Lune?

Rép. : 9,3 mm; 10° 40′.

2. — On réalise une lunette astronomique avec deux lentilles convergentes, de puissances respectives 1 dioptrie et 100 dioptries.

L'axe optique de la lunette est dirigé vers une étoile, A, qui, à l'œil nu, paraît simple. En réalité cette étoile est très voisine d'une autre étoile, B, qui envoie des rayons faisant avec ceux qui viennent de A un angle de 1′ $\left(\text{ou } \frac{3}{10\,000} \text{ radian}\right)$.

Un observateur myope place son œil au foyer image de l'oculaire de la lunette et met au point de manière que les images définitives A′ et B′ se forment dans un plan situé à 21 centimètres de son œil.

a) Quelle est alors la longueur de la lunette?

b) Quel est, dans ces conditions, le grossissement de la lunette? Sous quel angle le myope voit-il les images A′ et B′? Sous quel angle un œil normal regardant dans la lunette rendue afocale les verrait-il?

Rép. : 100, 952 cm; 100; 1° 40′; 1° 40′.

3. — Une lunette astronomique est formée de deux lentilles minces dont les distances focales sont respectivement 50 et 2 centimètres. Elle est dirigée vers un objet situé à l'infini et dont le diamètre apparent est $\frac{1}{100}$ radian.

1° Quelle est la distance des deux lentilles lorsque la lunette donne de cet objet une image à l'infini? Quel est alors son grossissement? Sous quel angle voit-on l'image définitive donnée par l'instrument?

2° On augmente de 1 millimètre la distance des deux lentilles. Trouver le sens, la nature, la position et la grandeur de la nouvelle image définitive.

Rép. : 1° 52 cm; 25; 14°. 2° droite, réelle, à 420 mm derrière l'oculaire, 10 cm.

4. — Une lunette astronomique a un objectif de distance focale $f_1 = 100$ cm et un oculaire de distance focale $f_2 = 2$ cm.

Quelle est la longueur et quel est le grossissement de l'appareil dans les trois cas suivants :

a) l'objet est à l'infini et l'œil vise à l'infini;

b) l'objet est situé à l'infini, l'œil est placé à 2 cm de l'oculaire et vise à 25 cm;

c) l'objet est à 50 mètres, l'œil est placé à 1 cm de l'oculaire et vise à 25 cm?

Rép. : 102 cm, 50 fois; 101,84 cm, 50 fois; 103,886 cm, 53 fois.

5. — 1° Un observateur vise à l'infini l'image d'un astre donnée par une lunette astronomique, dont le grossissement est 25? Quelle est la distance focale de l'oculaire, celle de l'objectif étant 50 cm?

2° Sans toucher à l'instrument, l'observateur, dont l'œil est à 2,1 cm en arrière de l'oculaire, vise un objet situé à 500 m de l'objectif. A quelle distance de l'œil se trouve l'image de cet objet donnée par l'instrument?

Rép. : 1° 2 cm. 2° 80 cm.

CHAPITRE XII

DISPERSION DE LA LUMIÈRE

1. Hypothèses de Newton.

On constate que le passage d'un faisceau parallèle de lumière blanche au travers d'un prisme donne, sur un écran, des plages diversement colorées dont l'ensemble forme le **spectre** de la lumière blanche (page 363).

Dans ce spectre, parmi le très grand nombre de teintes de gradation insensible, l'œil distingue sept couleurs principales, qui ont chacune une **tonalité** particulière :

rouge, orangé, jaune, vert, bleu, indigo, violet.

Chacune de ces tonalités est celle d'une lumière colorée qui conserve sa tonalité après réfraction dans un prisme. Par exemple, une lumière rouge réfractée est encore une lumière rouge.

Le tableau ci-dessous montre que l'indice de réfraction d'une substance dépend de la tonalité de la lumière utilisée.

tonalités	rouge	orangé	jaune	vert	bleu	indigo	violet
verre (crown)	1,515	1,516	1,517	1,520	1,524	1,526	1,531
eau	1,329	1,331	1,333	1,335	1,337	1,340	1,342

La **dispersion** de la lumière blanche, qui se traduit par la formation d'un spectre, s'interprète à partir des hypothèses suivantes énoncées par **Newton**.

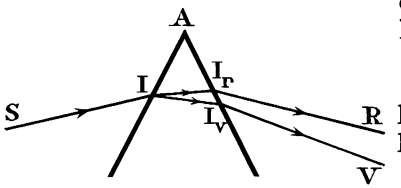


FIG. 1.

1° La lumière blanche résulte de la superposition d'un ensemble de lumières de tonalités différentes.

2° La réflexion et la réfraction ne modifient pas la couleur d'une lumière de tonalité déterminée.

Ainsi, un rayon SI de lumière blanche est formé de rayons superposés de lumières rouge, orangé, ... violet, que le prisme A dévie conformément aux lois de la réfraction (fig. 1).

A l'intérieur et à la sortie du prisme, les trajets sont différents parce que le verre possède des indices différents pour chacune des lumières colorées.

Entre le rayon rouge I_rR et le rayon violet I_vV, s'intercalent les rayons de tonalités intermédiaires.

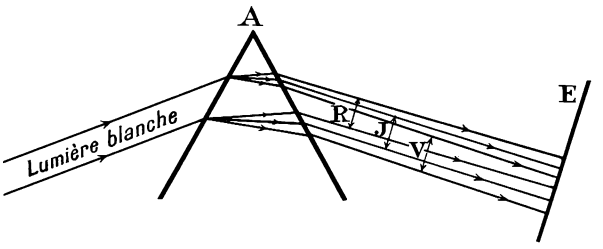
REMARQUES. — 1° Les variations d'indices d'une substance sont faibles.

2° Dans le vide (ou dans l'air), la vitesse de la lumière, c, reste invariable quelle que soit la couleur.

3° D'après la formule $n_s = \frac{c}{V_s}$, les lumières de tonalités différentes ont des vitesses différentes dans une même subtance, S, autre que l'air.

2. Obtention d'un spectre pur.

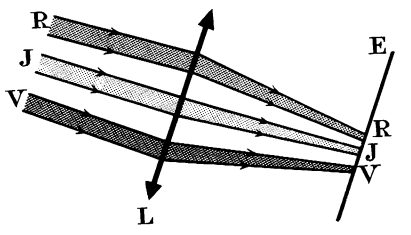
1° Faisceau incident parallèle. — Un faisceau de lumière blanche qui tombe sur le prisme A est dispersé en faisceaux parallèles ayant chacun sa direction et sa tonalité particulières (fig. 2).



La largeur et la dispersion des faisceaux ont été exagérées pour la compréhension du dessin.

FIG. 2.

Sur l'écran E, les plages de couleurs différentes empiètent les unes sur les autres : **le spectre obtenu n'est pas pur.**



Les faisceaux colorés sont séparés arbitrairement pour la clarté du dessin.

FIG. 3.

Remplaçons l'écran E par une lentille convergente, L. Chacun des faisceaux parallèles est transformé en un faisceau sensiblement conique qui converge dans le plan focal image de la lentille, où apparaissent des taches colorées **juxtaposées**. Le spectre est **pur** (fig. 3). Les taches sur l'écran peuvent être examinées avec une loupe.

2° Faisceau incident conique. Projection d'un spectre pur. — Signalons d'abord la propriété suivante d'un prisme.

Un pinceau conique de sommet S et dont le rayon moyen frappe la face d'entrée d'un prisme dans le voisinage de l'arête A sous une incidence correspondant au minimum de déviation, est transformé en un pinceau conique de sommet S', déduit de S par une rotation autour de A et égale à l'angle Δ de déviation minimale (fig. 4).

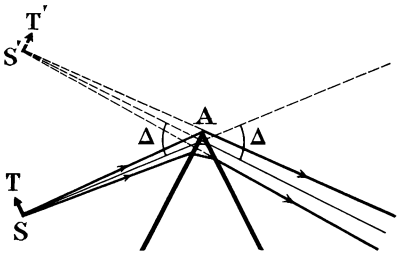


FIG. 4.

Dans les mêmes conditions, un prisme donne, d'un petit objet ST, une image S'T' déduite de ST par une rotation autour de A et égale à l'angle, Δ, de déviation minimale. L'objet et l'image sont de natures contraires.

Réalisons maintenant le montage de la figure 5.

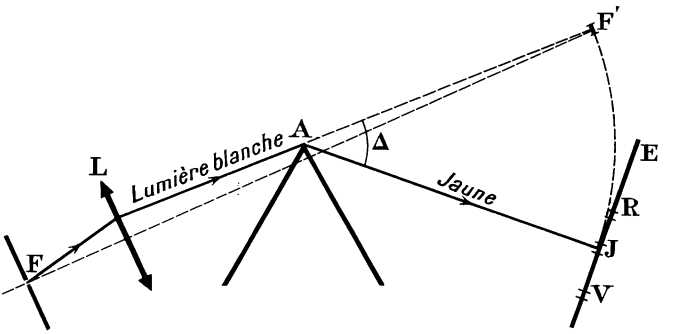


FIG. 5.

Le réglage du prisme au minimum de déviation pour le jaune est encore valable pour les autres couleurs.

La lentille L donne de la fente F une image F' qui sert d'objet pour le prisme.

Des images de F' diversement colorées apparaissent sur le même arc de cercle de centre A et de rayon AF'.

Sur un écran disposé en E, on peut recueillir un spectre pur visible de toute une salle.

3. Synthèse de la lumière blanche.

La méthode consiste à superposer des faisceaux de lumières colorées dont les tonalités sont celles d'un spectre de lumière blanche.

1° Disque de Newton. — Les différentes tonalités du spectre sont reproduites sur des secteurs juxtaposés d'un disque mobile autour de son axe (fig. 6).

Le disque apparaît gris lorsqu'il tourne à grande vitesse.

La persistance des impressions lumineuses sur la rétine permet la superposition des différentes couleurs.

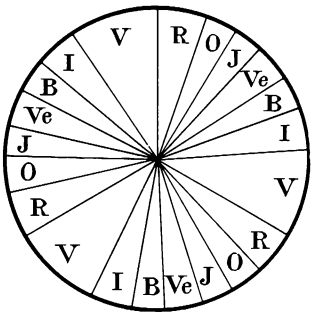


FIG. 6.

2° Superposition des faisceaux dispersés par un prisme. — Les pigments colorés n'ayant pas des tonalités identiques à celles d'un spectre lumineux, un disque de Newton en rotation ne reconstitue pas exactement la lumière blanche.

Cette reconstitution est obtenue en superposant directement les faisceaux dispersés par un prisme. A cet effet, on utilise un prisme ou une lentille.

a) Prisme (fig. 7).

Le prisme A', identique à A, a sa face d'entrée, A'B', parallèle à la face de sortie, AC, du prisme A.

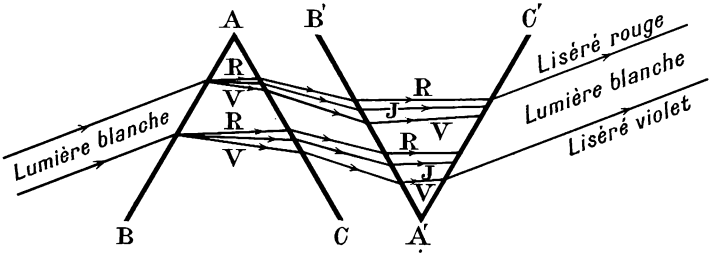


FIG. 7.

Le faisceau qui sort de A'C' est parallèle, de lumière blanche. Les bords sont colorés par de la lumière rouge ou violette qui n'a pas pu se superposer aux autres lumières.

b) Lentille (fig. 8). — La dispersion de la lumière blanche est produite par le dispositif de la figure 5.

Puis l'écran E où se forme le spectre est remplacé par la lentille convergente L'.

Sur un écran E', placé derrière L', il est possible de recueillir une

tache blanche A'B', qui représente l'image dans L' de la partie AB

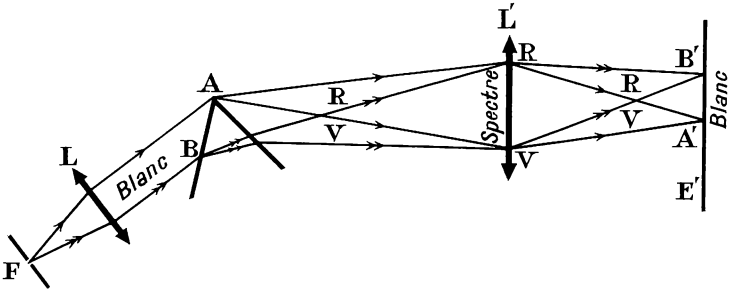


FIG. 8.

où la lumière blanche issue de F rencontre la face d'entrée du prisme.

Les différentes lumières qui avaient été dispersées par le prisme se superposent en A'B'.

4. Achromatisme des lentilles.

En lumière violette, l'indice de réfraction n_v d'un verre est supérieur à l'indice n_r, mesuré en lumière rouge (page 431).

Par conséquent, la formule

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

montre que la distance focale d'une lentille est plus petite en lumière violette qu'en lumière rouge.

Lorsqu'une lentille convergente reçoit un faisceau de lumière blanche parallèle à l'axe principal, les rayons rouges convergent en un point F_r, plus éloigné de la lentille que le point de convergence F_v des rayons violets (fig. 9).

Sur un écran perpendiculaire à l'axe principal, dans le voisinage d'un foyer, F_r ou F_v, apparaît une petite tache circulaire blanche cerclée de violet ou de rouge. Si l'écran est sensiblement au milieu du segment F_vF_r, la tache de diamètre minimal AA' est complètement blanche.

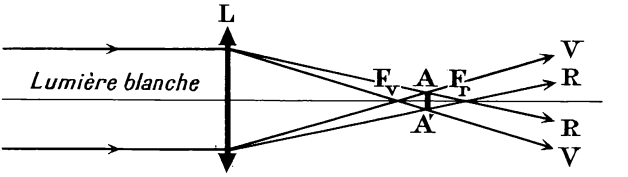


FIG. 9.

Le diamètre AA' diminue, sans toutefois s'annuler, si l'on diaphragme la lentille.

En lumière blanche, une lentille simple ne peut donner une image ponctuelle d'un point à l'infini.

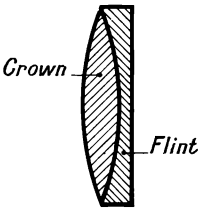


FIG. 10.

D'un objet éclairé en lumière blanche, cette lentille fournit une image qui, à l'œil, paraît irisée d'orangé et de bleu.

Un objectif de lunette astronomique qui donne des images sans irisation est constitué par l'association d'une lentille convergente en verre peu dispersif (**crown**) avec une lentille divergente en **flint**, qui est un verre au pouvoir dispersif élevé (fig. 10).

Un tel système, dont les foyers images relatifs aux lumières orangée et bleue sont superposés, est dit **achromatique.**

REMARQUE. — Le pouvoir dispersif d'un verre est donné par la formule

$$K = \frac{n_v - n_r}{n_j - 1}.$$

(n_v, n_r, n_j : indices respectifs pour le violet, le rouge, le jaune.)

5. Principe du spectroscope à prisme.

Le spectroscope à prisme permet d'observer un spectre lumineux à la loupe (fig. 11).

La fente F, très fine (fig. 12), éclairée par la source S est située dans le plan focal de la lentille convergente achromatique L (**collimateur**).

Le faisceau parallèle qui sort du collimateur tombe sur le **prisme**

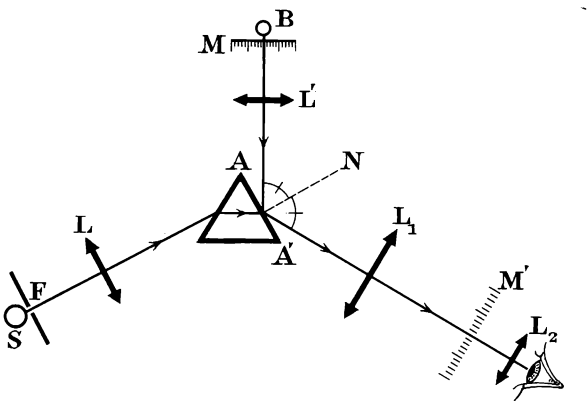


FIG. 11.

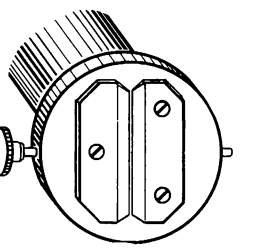


FIG. 12.

en flint, A, dont la section principale est un triangle équilatéral. L'arête du prisme est verticale et parallèle à la fente F.

A la sortie du prisme, les faisceaux parallèles tombent sur l'objectif achromatique L_1 d'une petite lunette astronomique et fournissent, dans le plan focal, un spectre que l'on examine dans l'oculaire L_2.

Un micromètre M, placé dans le plan focal de la lentille L′ est éclairé par la lampe B. Après réflexion des rayons sur la face AA′ du prisme, l'image M′ du micromètre se forme dans le plan focal image de l'objectif L_1.

6. Spectres de raies. Spectres continus.

1° Spectre de raies. — Un fragment de chlorure de sodium déposé sur la grille d'un bec Meker colore la flamme en jaune. Examinée au spectroscope, la lumière donne une fine raie jaune dont on repère la position sur la graduation du micromètre.

Sans toucher au spectroscope, on recommence l'expérience avec un autre bec Meker et un sel de sodium différent du chlorure. La flamme présente la même coloration jaune que précédemment et, dans le spectroscope, la même raie jaune se retrouve sur la division repérée du micromètre.

Cette raie jaune de position invariable caractérise la présence des ions sodium dans une flamme. On l'appelle la **raie du sodium.**

Une flamme qui contient des ions potassium est colorée en rouge et donne dans les spectroscopes la même raie rouge, dite **raie du potassium,** indépendante de l'anion du sel utilisé.

Un tube de Geissler (fig. 13) contenant de l'hydrogène, sous une pression de l'ordre du millimètre de mercure, émet une lumière rose qui, dans un spectroscope, donne une raie rouge (différente de celle du potassium), une raie verte, une raie bleue et une raie très pâle violette. Ces raies caractérisent l'hydrogène.

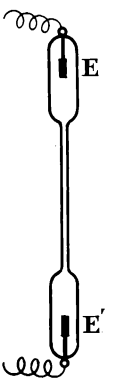


FIG. 13. — La partie capillaire centrale s'illumine lorsque les électrodes E et E′ sont soumises à une d. d. p. de quelques milliers de volts.

Les différentes raies obtenues constituent dans chaque cas un **spectre de raies.**

Une raie représente l'image de la fente dans le système lentille L, prisme A, lentilles L_1, L_2. La netteté de l'image est attribuée à la **pureté** de la lumière qui lui donne naissance.

L'existence de raies rouges différentes (potassium et hydrogène) montre que la couleur ne suffit pas pour caractériser la pureté d'une lumière.

La nature physique du phénomène lumineux permet d'associer une longueur, dite **longueur d'onde,** à une lumière pure que l'on appelle alors **radiation lumineuse.**

Les longueurs d'onde des radiations rouges fournies par le potassium et l'hydrogène sont respectivement 0,768 μ et 0,656 μ.

2° Spectres continus. — Un fil de platine traversé par un courant d'intensité croissante commence par rougir, devient ensuite orangé et enfin incandescent, c'est-à-dire blanc éblouissant.

En tendant le fil devant la fente d'un spectroscope, on peut examiner le spectre de la lumière émise.

On observe d'abord une plage rouge qui s'étend et se prolonge vers le jaune, le vert et le bleu sans qu'apparaisse une raie particulière.

Un spectre sans interruption où n'apparaît pas de raies est un **spectre continu**.

On admet que la lumière blanche, qui donne un spectre continu, contient des lumières visibles ayant toutes les longueurs d'onde comprises entre 0,4 μ (violet) et 0,8 μ (rouge). Dans un certain intervalle, on passe insensiblement d'une longueur d'onde à une autre.

Les spectres continus sont fournis par les solides incandescents.

RÉSUMÉ

La dispersion de la lumière blanche se traduit par la formation d'un spectre. On admet que la lumière blanche résulte de la superposition d'un ensemble de lumières, de tonalités différentes, que la réflexion et la réfraction ne modifient pas.

La superposition des faisceaux de lumières dont les tonalités sont celles d'un spectre de lumière blanche permet la synthèse de cette lumière.

Un spectroscope à prisme comporte un collimateur, un prisme en flint et une petite lunette astronomique, qui permet d'observer le spectre lumineux à la loupe.

Dans un spectre de raies, se trouvent quelques radiations lumineuses de longueurs d'onde déterminées.

Dans un spectre continu, on passe insensiblement d'une longueur d'onde à une autre.

Exercice.

Un spectrographe se compose d'un prisme d'angle A = 60°, d'un collimateur à fente et d'un appareil photographique. L'objectif de ce dernier est une lentille mince plan-convexe dont le verre est identique à celui dont est constitué le prisme et dont le rayon de courbure de la face convexe mesure 15,3 cm.

1° On éclaire le collimateur avec une source lumineuse émettant la lumière jaune monochromatique du sodium; l'indice du verre est $n = 1{,}510$ pour cette radiation. L'appareil est réglé de manière que le prisme soit au minimum de déviation pour cette radiation. Calculer :

a) la distance focale de l'objectif pour la lumière du sodium;

b) la déviation minimale pour cette même lumière.

2° On éclaire le collimateur avec de la lumière blanche. Calculer les angles d'émergence pour les radiations extrêmes du spectre. L'indice du verre pour le rouge extrême est égal à 1,500, l'indice pour le violet extrême est égal à 1,540. On admettra que le prisme reste sensiblement au minimum de déviation pour toutes les radiations du spectre.

3° Calculer approximativement la longueur totale du spectre visible sur la plaque photographique, supposée perpendiculaire à l'axe optique de l'objectif, au foyer image de celui-ci, pour la lumière jaune.

4° Ce spectre sera-t-il net dans toute son étendue? Comment faudrait-il placer la plaque par rapport à l'axe pour obtenir le maximum de netteté?

Rép. : 1° 30 cm; 38°. 2° $i'_r = 48° 10'$; $i'_v = 51° 44'$. 3° 18,7 mm. 4° faire pivoter la plaque rapprocher du foyer image relatif à la lumière violette.

EXERCICES
PORTANT SUR L'ENSEMBLE DU VOLUME

1. — Une lampe à incandescence porte les indications suivantes : 50 watts, 110 volts.

1° Calculer la résistance à chaud de cette lampe.

2° On constitue un circuit comprenant, en série, un générateur de courant continu de force électromotrice 3 volts, de résistance intérieure 0,8 Ω, un milliampèremètre de résistance 100 Ω, un rhéostat de résistance 475 Ω et la lampe à incandescence.

L'intensité dans le circuit étant 5 mA, calculer la résistance à froid de la lampe. Faire un schéma du circuit.

3° En supposant que, dans l'expérience précédente, la température du filament soit 20 °C, calculer la température du filament en régime normal (résistance à chaud). On négligera les variations de longueur et de section dues à la dilatation, devant la variation de la résistivité.

On rappelle que la résistivité varie avec la température suivant la loi

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t) \qquad \left(\text{ici} \quad \alpha = \frac{1}{300}\right).$$

2. — On veut construire une bouilloire électrique qui puisse, en 7 minutes, porter 1 litre d'eau de 15 °C à sa température d'ébullition sous pression normale.

Le système a une capacité calorifique totale (vase, accessoires, eau) de 1 035 calories par degré Celsius.

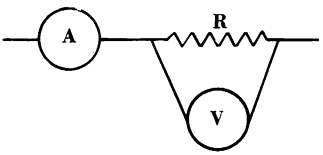
1° Quelle est la puissance électrique minimale nécessaire pour obtenir ce résultat?

2° On veut utiliser cette bouilloire indifféremment sous les tensions de 110 volts ou de 220 volts. A cet effet, l'élément de chauffe est constitué par deux résistances, R_1 et R_2, indépendantes de la température.

Sous la tension de 220 volts, les deux résistances sont montées en série; sous la tension de 110 volts, seule la résistance R_1 est parcourue par le courant. Quelles doivent être les valeurs des résistances R_1 et R_2 en supposant négligeables les pertes de chaleur de la bouilloire?

3° Ces résistances sont construites par un fil de nichrome de 0,5 millimètre de diamètre. Quelle longueur faut-il employer pour chacune de ces résistances, sachant que 1 mètre de fil de nichrome de 1 millimètre de diamètre a une résistance de 1,4 ohm?

4° Ces deux résistances étant réalisées, on veut contrôler chacune de leur valeur; à cet effet, on utilise un voltmètre V et un ampèremètre A, que l'on monte suivant le schéma ci-dessous.



Le voltmètre est placé aux bornes de la résistance à contrôler; l'ampèremètre est en série avec cet ensemble.

Montrer que, même si les appareils sont parfaitement étalonnés et si les erreurs de lecture sont négligeables, on ne peut déduire de ces lectures qu'une valeur approchée de la résistance.

Quelle est, dans chaque cas (R_1 ou R_2), l'indication de l'ampèremètre si le voltmètre, dont la résistance est 500 ohms, indique 0,5 volt?

3. — On veut vérifier la loi d'Ohm appliquée à un récepteur de force contre-électromotrice E′ de résistance intérieure *r*.

1° Démontrer cette loi à l'aide d'un bilan énergétique aux bornes du récepteur.

2° La vérification expérimentale est tentée à l'aide d'un voltamètre à acide sulfurique et électrodes de platine. On trouve les résultats suivants :

Aux bornes de récepteur :

rI (volts)	2,6	3	3,3	3,6	3,9	4,4	4,7	5,1	5,7	6
I (ampères)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1 ;

a) montage;

b) réactions dans le voltamètre;

c) graphique sur papier millimétré de la fonction $U = f(I)$. En déduire E′ et *r*.

Incertitudes associées au choix de la courbe représentative. Limites de ce choix. Appréciation.

3° On recommence la même expérience avec un voltamètre à sulfate de cuivre, électrodes en cuivre. On trouve avec les mêmes conventions :

U (volts)	2,4	5,3	8,4	10
I (ampères)	0,1	0,2	0,3	0,35.

a) Réactions.

b) Graphique $U = f(I)$. Remarques. Conclusion.

Résistance du voltamètre.

c) Calcul de la résistivité de la solution de sulfate de cuivre utilisée si les électrodes complètement immergées sont rectangulaires, parallèles, de 1 cm^2 de section et situées à 0,9 cm l'une de l'autre. Critique.

4. — 1° Pour déterminer la valeur R d'une résistance, on dispose d'un générateur, d'un ampèremètre et d'un voltmètre. Faire le schéma du montage permettant cette mesure.

Au cours des mesures, on trouve une intensité $I = 1{,}55$ A et une différence de potentiel de 3,1 V. Quelle est la valeur de R ? Sachant que les lectures sont faites à 0,01 A et à 0,05 V près, quelle est l'incertitude relative sur la valeur de R qui correspond à ces lectures ?

2° Un solénoïde de 5 cm de rayon est construit avec un fil isolé de résistivité $2{,}4.10^{-7}\ \Omega m$, de diamètre 1 mm (l'isolant a une épaisseur négligeable). Les spires sont jointives et disposées sur une seule couche.

On veut que la résistance du solénoïde soit $R' = 48\ \Omega$. Quel doit être le nombre de spires ?

3° Une portion de circuit comprend entre ses extrémités A et B, un voltamètre à solution sulfurique et, en série, la résistance R et le solénoïde montés en parallèle. En 193 s, se dégage un volume d'hydrogène qui, ramené aux conditions normales, est égal à 11,2 cm^3.

Quelle est l'intensité du courant traversant le voltamètre ?

4° Sachant que la décomposition d'une mole d'eau représente une énergie chimique de 288 000 joules, calculer la force contre-électromotrice du voltamètre.

5. — Une pompe, dont le débit est 60 litres par minute, élève l'eau d'un puits à une hauteur de 7 mètres.

a) Quelle est la puissance de la pompe ?

b) Elle est mue par un moteur électrique alimenté sous une tension continue de 110 volts. A cause des frottements, la puissance de la pompe ne vaut que 90 % de celle du moteur. Quelle est la puissance du moteur et quelle est sa vitesse de rotation en tours par minute s'il exerce un couple dont la valeur est 0,5 unité SI de moment ?

c) Le courant qui alimente le moteur a une intensité de 0,75 ampère.

Calculer la force contre-électromotrice et la résistance intérieure du moteur.

d) Quel est le rendement ρ de l'installation électrique ?

Noter que $$\rho = \frac{\text{puissance fournie par le moteur}}{\text{puissance fournie par le secteur}}.$$

A 0,30 F le kilowattheure, quel est le prix de revient pour deux heures de fonctionnement ?

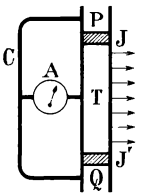
e) La pompe est désamorcée et elle tourne à vide. Les frottements sont les mêmes que précédemment. Montrer qu'il y a deux régimes possibles de fonctionnement pour le moteur. Calculer pour chaque régime l'intensité du courant et la force contre-électromotrice du moteur. Quel est le régime le plus probable? Pourquoi? (On demande une explication purement qualitative.)

6. — Une conduite de gaz en acier, dont le diamètre est 22 cm et l'épaisseur 6 mm, est enterrée dans un sol humide et chargé de matières salines. A proximité de cette conduite se trouve un réseau de tramways électriques dont les rails constituent le conducteur de retour du courant continu alimentant les voitures motrices. On constate que la conduite est parcourue par des courants qui, dans certaines régions, pénètrent dans la conduite et, dans d'autres régions, sont diffusés de la conduite vers le sol.

1° Quelle est l'origine de ces courants?

2° Que se passe-t-il lorsque la conduite fonctionne comme anode, un courant étant alors émis par cette conduite dans le sol environnant?

3° Pour se rendre compte de l'importance des phénomènes dans une certaine région, on intercale sur la conduite deux joints isolants, J et J′, entre lesquels se trouve un tronçon T de 25 m de longueur. Les deux extrémités P et Q de la conduite principale sont réunies par un conducteur C relié au tronçon T par l'intermédiaire d'un milliampèremètre A. Le courant ainsi mesuré, dont le sens est celui des flèches (c'est-à-dire de la conduite vers le sol), a pour intensité moyenne 20 milliampères. D'autre part, on a constaté que le tronçon T est corrodé sur la $\frac{1}{1\,000}$ partie de sa surface et l'on admet que, par suite de circonstances locales, la diffusion du courant vers le sol n'a lieu que sur cette fraction de la surface totale. Calculer, dans ces conditions, le temps (évalué en années et en mois) au bout duquel la conduite sera perforée dans la région considérée, en supposant que le régime moyen des courants reste sensiblement le même. On considérera le fer comme trivalent et l'on admettra que la surface d'attaque demeure constante au cours de la perforation.



Masse atomique du fer : 56. Densité du fer : 7,8. Constante de Faraday : 96 500 coulombs.

7. — Une source de courant maintient entre ses bornes une tension constante de 50 volts. A partir de la borne positive, on réalise le montage en série des appareils suivants :

a) une lampe à incandescence;

b) un voltamètre à eau acidulée par l'acide sulfurique et à électrodes de platine dont seule l'anode est coiffée par un tube;

c) un rhéostat variable;

d) un ampèremètre de résistance négligeable dont la borne de sortie est reliée à la borne négative de la source.

On place un voltmètre (V) aux bornes du voltamètre et un voltmètre (V′) aux bornes du rhéostat; (V) et (V′) ont des résistances très grandes.

1° Faire un croquis soigné du montage.

2° Pour une première position du curseur du rhéostat, on note respectivement sur les voltmètres (V) et (V′) et sur l'ampèremètre les lectures suivantes : $U_1 = 2{,}5$ volts; $U'_1 = 35$ volts; $I_1 = 0{,}2$ ampère.

Déterminer la nature et le volume du gaz recueilli dans le tube au bout de 16 minutes (dans les conditions normales de température et de pression) ainsi que l'énergie calorifique dissipée dans le rhéostat au cours de cette même durée.

Volume molaire normal : 22,4 dm^3.

3° Pour une deuxième position du curseur du rhéostat, on note dans le même ordre les lectures suivantes : $U_2 = 3{,}5$ volts; $U'_2 = 16$ volts; $I_2 = 0{,}4$ ampère.

a) Déterminer, à partir des deux séries de mesures, la force contre-électromotrice et la résistance intérieure du voltamètre.

b) En étudiant ces mêmes séries de mesures, dire si la résistance de la lampe est restée constante ou non. Justifier la réponse.

8. — Un générateur est constitué de 20 piles identiques disposées en série. Chaque pile a une f. é. m. de 1 volt et une résistance intérieure de 0,5 ohm.

1° On branche ce générateur sur un voltamètre à eau acidulée de résistance 2 ohms et de f. c. é. m. 1,5 volt. Calculer l'intensité du courant.

2° On place maintenant deux voltamètres identiques au précédent, en parallèle, entre les bornes du même générateur. Quel est le volume d'hydrogène dégagé en 5 minutes à la cathode de l'un des voltamètres (ce volume est mesuré à la température de 0 °C et sous la pression de 76 cm de mercure)?

3° On fait débiter sur une résistance R de 2,5 ohms, successivement, les trois générateurs suivants :

a) les 20 piles associées en série;

b) les 20 piles associées en parallèle;

c) les 20 piles associées en deux séries de 10, que l'on groupe en parallèle.

Calculer dans chacun de ces trois cas la puissance dissipée en chaleur dans la résistance R et la puissance fournie par l'ensemble des piles.

9. — On dispose d'un galvanomètre dont on ignore la résistance intérieure, x.

1° On constitue un circuit en mettant en série un générateur de résistance intérieure négligeable, une résistance R et le galvanomètre. L'appareil marque alors une certaine intensité.

On réalise un nouveau circuit dans lequel le même générateur est monté en série avec une résistance $\frac{R}{2}$ et le galvanomètre précédent, aux bornes duquel on a branché en dérivation une boîte de résistances étalonnées.

On fait varier la résistance de la boîte jusqu'à ce que le galvanomètre soit traversé par le même courant que précédemment. Cela a lieu quand la résistance de la boîte est 20 ohms. Trouver la résistance x du galvanomètre.

2° Avec quelle résistance, s, faut-il shunter le galvanomètre pour réduire sa sensibilité au dixième de sa valeur initiale?

3° Le galvanomètre non shunté est placé en série avec une batterie de piles et une résistance de 90 ohms; le courant qui traverse l'appareil est 50 mA. On shunte ensuite l'appareil avec la résistance s et l'on constate que, pour obtenir la même indication du galvanomètre, il faut supprimer la résistance de 90 ohms.

Quelle est la résistance de la batterie et sa f. é. m.?

4° La batterie du paragraphe 3° est formée de 8 éléments Leclanché identiques, disposés en deux séries de quatre éléments, placées en parallèle. Trouver la f. é. m. et la résistance intérieure de chaque élément.

5° Quelle est la masse de zinc qui disparaît par minute dans la batterie dans chacun des deux montages du paragraphe 3°?

Le zinc est bivalent et a une masse atomique de 65.

10. — Un générateur de résistance interne R et de force électromotrice E alimente un moteur (récepteur) de force contre-électromotrice e et de résistance interne r.

1° Décrire et justifier l'emploi d'un voltmètre dans la mesure d'une différence de potentiel.

2° Dessiner un schéma permettant de déterminer la différence de potentiel V aux bornes du moteur et l'intensité I qui traverse le circuit, en utilisant un voltmètre et un ampèremètre.

3° Le rotor du moteur étant bloqué, l'intensité qui traverse le circuit est $I_0 = 20$ A et la d. d. p. aux bornes du moteur est $V_0 = 20$ V.

Calculer la résistance interne, r, du moteur.

4° La force électromotrice du générateur est E = 30 V.

Calculer sa résistance interne, R.

5° Le moteur tourne et l'intensité qui traverse le circuit est I = 5 A.

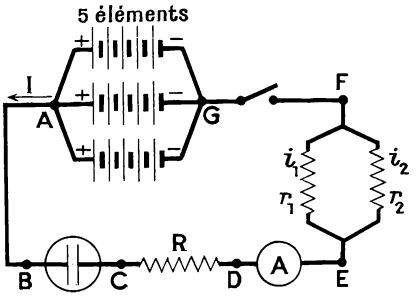
Calculer : *a*) la force contre-électromotrice e du moteur;

b) la puissance fournie par le moteur;

c) le couple exercé par l'arbre du moteur, sachant que la vitesse de rotation de ce dernier est 1 800 tours par minute.

11. — On considère le circuit ci-dessous.

Entre A et G trois dérivations; chaque dérivation comporte cinq éléments identiques (un élément a une f. é. m. de 2 volts et une résistance intérieure de 1 Ω).



1° Quel est le générateur E équivalent qui, placé entre A et G, produirait la même intensité I dans le circuit principal et la même différence de potentiel entre A et G que le groupement mixte considéré?

Faire un nouveau schéma du circuit avec ce générateur E.

2° On rencontre entre B et C un voltamètre de f. c. é. m. $E' = 2$ volts et de résistance intérieure $r' = 5\ \Omega$, entre C et D une résistance morte $R = 9\ \Omega$, entre D et E un ampèremètre de résistance intérieure négligeable, entre E et F deux dérivations telles que $r_1 = 1\ \Omega$, $r_2 = 0{,}50\ \Omega$.

On négligera les résistances des fils de connexion.

On demande de calculer :

a) l'intensité I du courant dans le circuit principal, l'intensité i_1 du courant dans la dérivation r_1, l'intensité i_2 du courant dans la dérivation r_2;

b) la différence de potentiel aux bornes A et G, aux bornes B et C, aux bornes C et D, aux bornes E et F.

3° Quelle valeur doit-on donner à la résistance R placée entre C et D pour que l'intensité du circuit principal devienne égale à 0,25 ampère?

On donnera les résultats avec trois chiffres significatifs.

12. — 1° Les pôles d'un accumulateur de force électromotrice égale à 2 volts et de résistance négligeable sont réunis par des fils de résistance négligeable aux deux extrémités, A et B, d'un fil de nichrome de 1 m de long et de 0,8 mm de diamètre (résistivité du nichrome : 100,5 μΩ cm).

Quelle est la résistance de ce fil? Quelle est l'intensité qui le traverse? Prendre $\pi = 3{,}14$.

2° Le pôle positif d'une pile P, de force électromotrice et de résistance inconnues, est réuni au point A par l'intermédiaire d'un galvanomètre G suivant le schéma ci-contre (fig. 1).

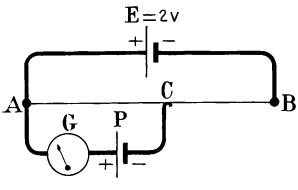


FIG. 1.

Lorsqu'on réunit le pôle négatif de la pile au point C de AB tel que AC = 55 cm, l'aiguille du galvanomètre reste au zéro.

Montrer que, de cette expérience, on peut déduire la force électromotrice de la pile. La calculer.

3° L'accumulateur et la pile montés en opposition sont reliés au fil AB de nichrome précédent et à un voltamètre à sulfate de cuivre à électrodes de cuivre V de résistance égale à 2 ohms, conformément à la figure ci-dessous (fig. 2).

Au bout de 2 h 40 mn 50 s le poids de la cathode du voltamètre a augmenté de 0,472 5 g.

Quelle est la résistance intérieure de la pile?

On donne Cu = 63 et l'on rappelle qu'il faut 96 500 coulombs pour libérer une valence-gramme dans l'électrolyse.

4° On reprend le montage du 2°, mais on ajoute une résistance de 5,5 ohms entre A et C (fig. 3).

Déterminer la position de C sur AB pour que le galvanomètre G ne soit traversé par aucun courant.

On prendra comme inconnue la résistance r du tronçon de fil AC. Le calcul mathématique fournit deux solutions. On précisera laquelle est physiquement acceptable.

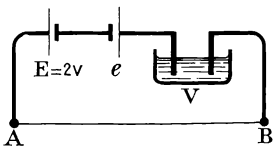


FIG. 2.

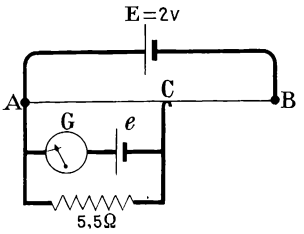


FIG. 3.

13. — On constitue un circuit comprenant : un générateur de courant continu à tension constante et de résistance négligeable, un voltamètre à électrodes de fer contenant une solution de soude et un milliampèremètre à cadre mobile de résistance 99 ohms, shunté par une résistance de 1 ohm, dont le cadran comporte 100 divisions équidistantes. L'aiguille de ce milliampèremètre va au bout de la graduation pour un courant de 0,01 A. La résistance du voltamètre est 2 ohms.

1° Faire un schéma du circuit. Au bout de 10 minutes de passage du courant, on recueille à la cathode du voltamètre un volume gazeux qui, mesuré dans les conditions normales, est 63,3 cm^3. Décrire les phénomènes chimiques qui se produisent dans cette électrolyse. Calculer l'intensité du courant et le nombre de divisions dont dévie l'aiguille du milliampèremètre. Montrer que la résistance du milliampèremètre shunté est très sensiblement 1 ohm.

2° On supprime le shunt et l'on place, en série avec le cadre du milliampèremètre, une résistance additionnelle de 901 ohms. Montrer que l'appareil ainsi modifié n'est autre qu'un voltmètre de résistance 1 000 ohms dont l'aiguille dévie d'une division pour une différence de potentiel de 0,1 V.

Le circuit considéré à la question 1° est modifié de la façon suivante : le voltmètre est placé en dérivation aux bornes du voltamètre et l'on remplace le milliampèremètre par une résistance de 1 ohm. L'intensité du courant dans le circuit est donc la même que celle calculée à la question 1°. L'aiguille du voltmètre ayant dévié de 32 divisions, calculer la force contre-électromotrice du voltamètre et la force électromotrice du générateur.

3° On considère maintenant un circuit comprenant uniquement le générateur et une bobine d'axe horizontal de 40 cm de longueur comportant 1 000 spires de fil isolé. Une petite aiguille aimantée, mobile autour d'un axe vertical et placée au centre de la bobine, s'oriente perpendiculairement à l'axe de la bobine en l'absence de courant. Lorsque le courant passe, l'aiguille dévie et fait un angle de 60° avec l'axe de la bobine. Calculer l'intensité du courant et la résistance de la bobine.

Composante horizontale de l'induction du champ terrestre : 2×10^{-5} tesla (ou Wb/m^2).

14. — Une batterie B comprend 15 éléments, ayant chacun une force électromotrice de 1,2 volt et une résistance de 0,6 ohm, groupés en trois séries de cinq éléments, disposées en parallèle. Un voltamètre E a une force contre-électromotrice de 1 volt et une résistance de 1 ohm. Un long fil rectiligne F a une résistance de 2 ohms. Ce fil est placé horizontalement dans une direction faisant un angle de 30° avec le méridien magnétique. Dans le plan vertical passant par F et à 5 cm au-dessous de lui dans sa partie centrale, on place une petite aiguille aimantée horizontale mobile sans frottement sur un pivot. On réalise alors successivement les trois circuits suivants, les connexions étant faites au moyen de conducteurs de résistance négligeable :

A) le fil F seul est intercalé entre les bornes de B;

B) le fil F et le voltamètre E sont intercalés en série entre les bornes de B;

C) le fil F et le voltamètre E, disposés en parallèle, sont intercalés entre les bornes de B.

1° Calculer les intensités des courants qui passent dans F dans les trois cas A), B), C).

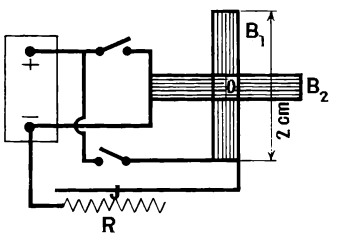
2° Calculer les intensités des champs magnétiques que ces courants produisent au centre de l'aiguille aimantée. Faire un schéma de la disposition de ces champs par rapport à la composante horizontale du champ terrestre, en distinguant les divers cas géométriques possibles.

3° Dans le cas B) calculer l'angle que fait l'axe de l'aiguille avec le Nord magnétique, à l'équilibre. On distinguera les divers cas géométriques. Il est recommandé de calculer la tangente de cet angle, en calculant les côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle dont il forme l'angle aigu.

La composante horizontale du champ magnétique terrestre est égale à 2×10^{-5} T.

tg 10° 30′ = 0,185;	tg 13° 30′ = 0,240;
11° = 0,194;	14° = 0,249;
11° 30′ = 0,203;	14° 30′ = 0,259.

15. — Un circuit est constitué par une bobine plate, B_1, contenant 100 spires d'un fil de 0,1 millimètre de diamètre enroulé sur un rayon moyen de 1 centimètre, associée en série avec une résistance variable, R, aux bornes d'un générateur de force électromotrice E = 6 volts et de résistance négligeable.



La résistance de la bobine B_1 étant 15 Ω et la résistance R pouvant varier de 0 à 135 Ω, trouver :

1° la résistivité du matériau qui constitue la bobine B_1;

2° la valeur de l'intensité qui parcourt le circuit pour les deux valeurs extrêmes de R;

3° la valeur de l'induction magnétique au centre de la bobine B_1 pour les mêmes valeurs de R.

On associe au précédent système une deuxième bobine, B_2, identique à B_1, placée perpendiculairement à B_1 et reliée directement au générateur (schéma).

Le centre de B_2 coïncide avec celui de B_1.

Un petit aimant centré en O est mobile autour de l'axe perpendiculaire au plan des axes des bobines.

Trouver les positions d'équilibre de l'aimant dans les trois cas suivants :

B_2 seule est alimentée;

B_1 et B_2 sont alimentées, R maximal;

B_1 et B_2 sont alimentées, R minimal.

(On précisera le sens du courant dans les bobines et les pôles de l'aimant. On supposera négligeable l'induction magnétique terrestre.)

16. — Un générateur est constitué par un certain nombre *n* d'accumulateurs placés en série. Chaque accumulateur a une force électromotrice e inconnue et une résistance intérieure égale à 0,2 ohm.

Entre les bornes A et B du générateur on branche, en dérivation :

— d'une part un solénoïde de résistance 8 ohms;

— d'autre part un moteur de force contre-électromotrice E′ et de résistance intérieure *r*′ inconnues.

1° On laisse le moteur tourner : on constate alors que l'intensité qui le traverse vaut 1 ampère et que la différence de potentiel entre ses bornes vaut 24 volts.

On empêche le moteur de tourner. On constate alors que l'intensité qui le traverse vaut 4 ampères et que la différence de potentiel entre ses bornes vaut 16 volts.

Calculer :

a) la valeur de la résistance intérieure du moteur; sa force contre-électromotrice lorsqu'il est traversé par un courant de 1 ampère; la puissance mécanique que l'on peut alors recueillir sur son arbre; le rendement correspondant;

b) le nombre *n* d'accumulateurs qui composent le générateur et la force électromotrice e de chacun.

2° Le solénoïde branché entre A et B est constitué par les spires jointives d'un fil conducteur dont le diamètre mesure 1 millimètre. Ce solénoïde a son axe perpendiculaire au méridien magnétique. On se place dans le cas où le moteur tourne.

Quelle est la nature du champ magnétique créé par le courant à l'intérieur du solénoïde (que l'on assimilera à un solénoïde infiniment long)? Calculer l'intensité du vecteur induction en un point du champ et montrer que, par rapport à elle, l'intensité de la composante horizontale de l'induction terrestre est négligeable ($B_0 = 0{,}2.10^{-4}$ tesla).

(On fera une figure représentant le sens du courant et le vecteur induction créé.)

3° On accroche une aiguille aimantée à un fil dont la constante de torsion est

$$C = 4{,}5 \times 10^{-4} \frac{\text{mètre . newton}}{\text{radian}}.$$

L'ensemble est placé à l'intérieur du solénoïde.

Lorsque aucun courant ne passe, l'aiguille s'oriente horizontalement dans le plan du méridien magnétique. Lorsque le courant passe dans le circuit, alors que le moteur tourne, l'aiguille effectue une rotation sur elle-même de 60 degrés.

Quel est le moment magnétique de l'aiguille?

Quelle est la valeur de la masse magnétique de son pôle nord, sachant que la distance qui sépare ses pôles est 10 centimètres?

17. — 1° On réalise un solénoïde en enroulant 1 000 spires jointives de fil de cuivre émaillé sur un cylindre de 10 cm de diamètre. Le diamètre total du fil est 0,12 mm et la couche d'émail isolant a une épaisseur de 0,01 mm. Calculer la résistance R du solénoïde (la résistivité du cuivre est $\rho = 1{,}6.10^{-8}\ \Omega$ m).

2° On branche ce solénoïde aux bornes d'un générateur de force électromotrice E = 2,3 V et de résistance interne $r = 50\ \Omega$. Calculer l'induction, B, au centre de la bobine.

3° On place au centre du solénoïde un petit aimant NS, mobile autour d'un axe vertical. L'aimant NS est, au repos, perpendiculaire à l'axe du solénoïde, quand celui-ci n'est parcouru par aucun courant. Calculer la déviation α de l'aimant NS quand on branche le solénoïde aux bornes du générateur précédent. La composante horizontale du champ terrestre est $0{,}2.10^{-4}$ tesla.

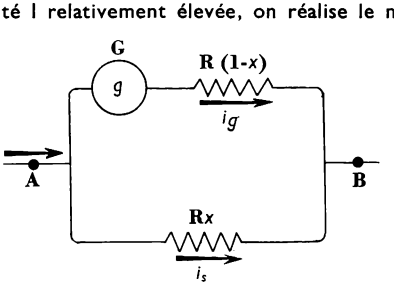
4° On attache à l'aimant un petit miroir concave formant sur une règle graduée située à 1 m du centre du solénoïde l'image d'une fente lumineuse verticale.

On apprécie un déplacement de 0,2 mm de l'image sur la règle. Quel est le courant minimal, i_{min}, décelable avec ce dispositif?

5° La règle graduée a une longueur de 20 cm. Quel est le courant maximal, i_{max}, mesurable par ce dispositif?

On désire mesurer un courant maximal de 0,1 A; on place, à cet effet, un shunt *s* aux bornes du solénoïde. Quelle est la valeur de *s*? Quel est alors le courant minimal décelable?

18. — Afin d'utiliser, sans le détériorer, un galvanomètre à la mesure de courants d'intensité I relativement élevée, on réalise le montage indiqué ci-contre.



Le galvanomètre G, de résistance interne *g*, est mis en série avec une résistance de valeur R (1 — *x*), *x* étant un nombre compris entre 0 et 1. Un shunt, de résistance Rx, est branché aux bornes, A et B, du précédent circuit; l'ensemble est inséré dans le circuit traversé par le courant I à mesurer.

1° *a*) Donner deux expressions de la différence de potentiel entre A et B, sachant que le circuit galvanométrique est traversé par le courant i_g et le circuit shunt par le courant i_s.

b) Établir une relation simple entre le courant i_g et le courant principal I.

Application numérique :

$$R = g = 1\,000 \text{ ohms}, \qquad x = 10^{-4}.$$

2° Donner l'expression littérale de la résistance R′ équivalant au circuit décrit dans la question 1°. On fera ensuite l'application numérique précédente.

3° Le courant I est produit par une pile de f. é. m. égale à 1 volt et de résistance interne négligeable. Cette pile est en série avec un circuit de résistance totale $r = 20$ ohms et avec le montage précédent.

Sachant que, dans les conditions de l'application numérique précédente, le spot du galvanomètre dévie de 250 divisions, calculer la sensibilité propre du galvanomètre en ampères par division.

Pour ce calcul on pourra, s'il y a lieu, négliger R′ devant r.

4° Le circuit principal est en partie constitué par un solénoïde très allongé, à spires jointives, réalisé avec une couche de fil de cuivre de diamètre 1 mm (isolant compris) et qui est donc parcouru par le courant I.

L'axe du solénoïde est horizontal et perpendiculaire au méridien magnétique. Au centre du solénoïde se trouve une petite aiguille aimantée horizontale pouvant tourner librement autour d'un axe vertical.

Quel est l'angle α fait par l'aiguille avec le plan du méridien magnétique :

a) lorsque le solénoïde n'est parcouru par aucun courant;

b) lorsque le solénoïde est parcouru par un courant I?

Application numérique : Pour I on prendra la valeur intervenant dans la question 4°. La composante horizontale de l'induction magnétique terrestre vaut $\mathcal{H} = 0{,}2.10^{-4}$ Wb/m².

5° *a*) En maintenant constante la valeur de l'intensité I, de quel angle θ faut-il faire tourner le solénoïde autour d'un axe vertical (confondu avec la direction de l'axe de rotation de l'aiguille aimantée) pour que l'aiguille aimantée vienne se placer perpendiculairement au plan du méridien magnétique? Cette opération est-elle toujours possible quelle que soit I?

Application numérique : La même qu'à la question 4°.

b) Quelle relation très simple existe-t-il entre α et θ (pour une même valeur de I)?

19. — Un élément conducteur rectiligne repose sans frottement sur deux rails horizontaux parallèles au plan méridien magnétique du lieu et distants de 10 cm. Il est perpendiculaire aux rails. Un courant de 10 A le traverse.

1° Quelles sont les composantes horizontale et verticale des forces qui le sollicitent si l'induction terrestre est $0{,}4.10^{-4}$ Wb/m² et est inclinée à 60° sur l'horizontale? Faire un schéma simple du système. Conclusion.

2° L'ensemble est placé dans une induction uniforme de 1 Wb/m² colinéaire au champ terrestre. Que deviennent les composantes précédentes?

3° L'induction précédente étant maintenue, on ferme l'élément conducteur sur un circuit ne contenant plus de générateur et on le déplace sur les rails d'un mouvement uniforme de vitesse $v = 1$ m/s. Que se passe-t-il?

Quelle est l'intensité du courant induit si le circuit a une résistance constante, égale à 1 ohm?

4° On recommence l'opération en maintenant le générateur en circuit. Quelle devrait-être la vitesse du conducteur glissant pour que le courant résultant soit les $\frac{9}{10}$ du courant initial?

20. — Une bobine cylindrique, B_1, a une longueur de 30 cm et un diamètre de 10 cm. Elle comporte 800 spires de fil de cuivre, chaque spire étant supposée circulaire et de diamètre 10 cm. Le diamètre du fil est 0,25 mm, la résistivité du cuivre est

$$\rho = 1{,}6.10^{-6}\ \Omega \text{ cm}.$$

1° Calculer la résistance de l'enroulement.

2° La bobine est alimentée en courant continu sous une tension de 100 volts. Calculer l'intensité du courant qui la traverse et la puissance dépensée par effet Joule.

3° Calculer la valeur du champ d'induction magnétique, B, au centre et sur l'axe de la bobine B_1.

4° La bobine B_1 est entourée de 500 spires circulaires de diamètre 10 cm, ce second enroulement constituant une bobine B_2. On supposera que l'induction magnétique a, en tous les points intérieurs à B_2, la valeur B trouvée à la question 3°. Quelle est dans ces conditions la force électromotrice induite aux bornes de B_2 si l'induction magnétique créée par B_1 passe en 1 seconde de la valeur B à la valeur zéro?

21. — Un circuit comprend en série un générateur de f. é. m. 12 volts et de résistance intérieure 0,2 ohm, un voltamètre à nitrate d'argent et électrodes d'argent dont la résistance est 2 ohms, un rhéostat à curseur dont la résistance maximale est 25 ohms et un solénoïde de longueur 50 centimètres comportant 500 spires de 5 centimètres de diamètre, bobiné avec un fil de cuivre de 1 millimètre de diamètre.

1° *a*) Quelle est la résistivité du fil de cuivre, exprimée en microhm-mètre si la résistance du solénoïde est égale à 1,6 ohm?

b) Quelle est l'intensité du courant, le curseur du rhéostat étant placé dans la position correspondant à la résistance maximale?

2° Quelle est la masse d'argent déposée sur la cathode en 25 minutes par ce courant? (On rappelle que Ag = 108, mais il est préférable de ne pas utiliser cette donnée.)

3° Quelle est la valeur de l'induction magnétique à l'intérieur du solénoïde? (Faire un schéma indiquant le sens du courant et celui du vecteur induction magnétique.)

4° A l'intérieur du solénoïde on place une deuxième bobine de même axe comportant 200 spires; sa résistance est 12 ohms, la section d'une spire 6,5 centimètres carrés. Elle est court-circuitée sur elle-même. On manœuvre brusquement le curseur du rhéostat de façon à passer de la résistance maximale à une valeur nulle. Cette manœuvre est effectuée en 0,16 seconde. On demande :

a) de calculer la force électromotrice induite dans la bobine;

b) de déterminer et figurer le sens du courant induit.

22. — Une bobine comporte 800 spires de 10 cm^2 de surface, chacune; elle a une longueur de 31,4 cm. L'enroulement constitue un circuit fermé de résistance 50 ohms.

1° On place son axe parallèlement aux lignes d'induction d'un champ uniforme horizontal, dont l'intensité est 40 milliteslas. Calculer la valeur du flux dû au champ d'induction à travers l'ensemble des spires.

2° On fait tourner la bobine de 180° autour d'un axe vertical passant par son centre.

a) Quelle est la variation du flux calculé précédemment?

b) Quelle est la quantité d'électricité induite?

3° *a*) Calculer le champ d'induction magnétique créé au centre de la bobine lorsqu'elle est parcourue par un courant de 1 ampère.

b) Calculer l'inductance propre de la bobine.

23. — Un cadre plat circulaire est formé par un enroulement de fil conducteur isolé formant N spires de rayon moyen *r*. Il tourne d'un mouvement uniforme à la vitesse de *n* tours par seconde autour d'un axe diamétral horizontal, dans un champ magnétique vertical réglable où l'induction B est uniforme. Les extrémités de l'enroulement sont soudées à deux bagues isolées, fixées sur l'axe, sur lesquelles frottent des balais.

1° Montrer qu'une force électromotrice sinusoïdale prend naissance dans le cadre. Calculer sa pulsation et sa valeur efficace.

Application numérique : N = 100 spires, $r = 0{,}05$ m,
$n = 50$ tr/s, B = 0,02 tesla.

2° On veut obtenir entre les deux bagues une force électromotrice efficace de 3,49 volts et de pulsation $\omega = 628$ rd/s.

Quelles doivent être alors la vitesse de rotation n' et l'induction B'?

24. — 1° Pour déterminer la capacité d'un condensateur, on charge celui-ci sous une différence de potentiel de 24 volts, puis on le décharge dans un galvanomètre balistique.

La quantité d'électricité ainsi mesurée étant 84.10^{-6} coulomb, quelle est la capacité du condensateur ?

2° Ce condensateur est constitué par des feuilles d'aluminium séparées par du papier paraffiné d'épaisseur 0,25 mm, de constante diélectrique 2,4. Quelle est la surface utile totale des feuilles ?

3° On charge six de ces condensateurs en parallèle sous la différence de potentiel de 24 volts, puis on les décharge ensemble, dans une résistance; quelle est la quantité de chaleur apparue dans celle-ci ?

4° Les deux bornes du galvanomètre balistique sont reliées à une bobine formée de 40 spires, de surface 750 cm^2. La bobine étant horizontale, on la retourne brusquement de 180°; le spot du galvanomètre dévie d'un nombre de divisions égal au dixième de celui du 1°.

Expliquer le phénomène; en déduire la résistance totale de la bobine et du galvanomètre.

Composante horizontale du champ terrestre : 2×10^{-5} T. Inclinaison : 60°.

25. — Un condensateur de 3,14 m^2 de surface et 0,3 mm d'épaisseur est constitué par deux feuilles minces d'aluminium séparées par un isolant dont le pouvoir inducteur spécifique est 2,4.

On établit entre ses armatures une différence de potentiel de 1 000 volts. Calculer :

a) la charge du condensateur en coulombs;

b) l'énergie emmagasinée par le condensateur.

Ensuite, le condensateur étant déchargé par un fil fin ayant une résistance de R = 100 ohms, calculer :

c) l'intensité initiale I_0 du courant de décharge;

d) l'intervalle de temps Δt nécessaire pour que le potentiel diminue de 1 % de sa valeur initiale;

e) l'énergie transformée en chaleur dans le fil :

α) pendant le temps Δt;

β) pendant toute la durée de la décharge.

26. — Une résistance de 12 ohms est immergée dans le liquide d'un calorimètre considéré comme très bien isolé thermiquement. On fait deux expériences successives, *a*) et *b*).

a) Un courant continu de 6,3 ampères est maintenu pendant 170 secondes dans la résistance; il en résulte une élévation de la température du calorimètre égale à 9 °C.

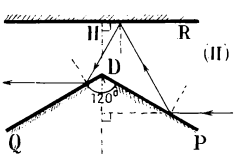
b) Un courant alternatif sinusoïdal est maintenu pendant 340 secondes dans la résistance; la nouvelle élévation de température est 8 °C.

1° Quelle est l'intensité efficace du courant alternatif pendant l'expérience *b*) ?

2° Quelle est l'intensité maximale de ce courant ?

Sachant que sa fréquence est 25 hertz, écrire la relation qui représente l'intensité de ce courant en fonction du temps.

27. — Deux miroirs plans, P et Q, forment un dièdre, d'arête D, d'angle 120°. Leur face réfléchissante est tournée vers l'extérieur du dièdre. Un troisième miroir plan, R, est parallèle à l'arête D et perpendiculaire au plan bissecteur du dièdre PQ. La distance du plan R à la droite D est DH = 10 cm. On considère les rayons qui subissent trois réflexions, successivement sur les miroirs P, R et Q.



1° Montrer que, si un rayon incident est situé dans un plan Π perpendiculaire à la droite D, il reste dans ce plan après chacune des trois réflexions.

2° Soit un rayon incident perpendiculaire au plan bissecteur du dièdre; montrer que le rayon sortant du système après les trois réflexions est parallèle au rayon incident.

3° Déterminer les rayons incidents Δ tels que le rayon émergent soit dans le prolongement de l'incident. Calculer la plus courte distance d'un rayon Δ et de l'arête D.

4° Soit un point lumineux, A, situé sur un rayon Δ. Montrer que son image, A', à travers le système de miroirs est également située sur la droite Δ, à une distance constante de l'objet A. Calculer cette distance AA'.

5° Un objet AB a son extrémité A sur une droite Δ et il est perpendiculaire au plan R. Montrer que son image, A'B', est égale à AB, parallèle et de sens contraire. En déduire que l'image, B', d'un point B quelconque dans l'espace se déduit de B par une translation, suivie d'une symétrie par rapport à un plan R' parallèle à R.

28. — Un œil, situé à 10 centimètres de l'une des faces verticales d'une cuve à faces planes et parallèles remplie d'eau, observe un objet vertical AB. Cet objet peut se trouver, soit placé dans l'eau à l'intérieur de la cuve, soit à l'extérieur de celle-ci du côté opposé à l'œil. La droite joignant le point A au centre optique de l'œil est normale aux faces d'entrée et de sortie de la cuve. (La face de sortie est la face la plus proche de l'œil.)

1° A quelle distance de l'œil l'image de l'objet AB se forme-t-elle lorsque celui-ci se trouve placé :

a) dans l'eau, à 15 centimètres de la face de sortie de la cuve;

b) dans l'air, à 10 centimètres de la face d'entrée?

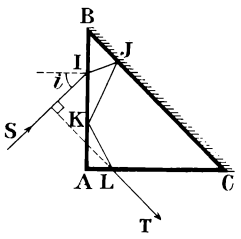
Sous quel angle α l'œil voit-il les images dans chacun des cas précédents?

La cuve a une épaisseur de 60 centimètres.

2° On suppose que l'objet se déplace parallèlement à lui-même, la droite joignant le point A au centre optique de l'œil restant normale aux faces d'entrée et de sortie de la cuve; on appelle y la distance image-objet et x la distance de l'objet à la face de sortie. Représenter graphiquement les variations de y en fonction de x et limiter la courbe obtenue aux valeurs de x correspondant aux distances maximale et minimale de vision distincte de l'œil, soit 15 centimètres et 80 centimètres.

On négligera l'épaisseur des lames transparentes formant les faces de la cuve. On prendra $\frac{4}{3}$ pour l'indice de réfraction de l'eau.

29. — On considère un prisme de verre d'indice n, dont la section droite est un triangle rectangle isocèle ABC. La face hypoténuse, BC, est argentée.



Un rayon incident, SI, se réfracte en I sur la face AB, sous une incidence i. Puis il se réfléchit en J sur la face BC, subit ensuite une réflexion totale en K sur la face AB et sort du prisme en un point L de la face AC.

1° On donne $n = 1{,}414$ et $i = 45°$. Calculer les angles successifs d'incidence, de réfraction, ou de réflexion, sur les différentes faces. En déduire que le rayon émergent, LT, est perpendiculaire au rayon incident.

2° Pour que le rayon incident puisse suivre un trajet tel que SIJKLT, il faut que le point d'incidence I soit suffisamment près de B. *Construire* (avec les valeurs précédentes de n et i) le point I_0 au-delà duquel un tel trajet n'est plus possible (on ne demande pas de calculer BI_0). Quels seraient le trajet et la déviation d'un rayon tombant entre A et I_0, sous l'incidence $i = 45°$?

3° Montrer que la déviation d'un rayon SIJKLT est égale à 90°, quelles que soient les valeurs de n et de i.

4° A quelle relation doivent satisfaire i et n pour que la réflexion en K sur la face AB soit totale? En déduire que cette réflexion est certainement totale lorsque $n > \sqrt{2}$.

30. — 1° On place, à 18,0 centimètres en avant d'une lentille convergente, de distance focale $f = 12{,}0$ centimètres, un objet réel, constitué par une flèche lumineuse de longueur AB = 2,5 centimètres. La droite AB est perpendiculaire à l'axe de la lentille; A est sur cet axe.

La lumière traversant la lentille forme une image nette de l'objet AB sur un écran.

Calculer la distance de cet écran à la lentille. Quelles sont les valeurs du grandissement et de la longueur A'B' de l'image?

2° On maintient fixes l'objet et l'écran dans les positions qu'ils occupent dans la question 1°. Montrer, sans faire aucun calcul, qu'il existe une autre position de la lentille, entre l'objet et l'écran, pour laquelle on obtient aussi une image nette sur l'écran. Quelles sont alors les valeurs du grandissement et de la longueur de l'image?

3° L'objet réel AB et l'écran étant maintenant à une distance constante, que l'on désigne par D, on recherche les deux positions d'une lentille convergente, de distance focale f, pour lesquelles on obtient une image nette sur l'écran. Soit d la distance séparant ces deux positions.

a) Établir la relation existant entre D, d et la distance focale f de la lentille convergente.

Calculer la valeur numérique de f pour D = 200,0 centimètres et d = 141,4 centimètres.

b) A quelle condition doit satisfaire la distance focale f de la lentille convergente pour que l'on puisse trouver, entre l'objet et l'écran dont la distance invariable est D, deux positions de la lentille pour lesquelles on obtient une image nette sur l'écran?

Examiner le cas particulier D = 2 mètres, $d = 0$.

31. — Soit une lentille convergente L dont on veut déterminer la convergence. Pour cela, on cherche avec un écran l'image que cette lentille donne d'un objet lumineux constitué par une fente éclairée AB, l'extrémité B étant sur l'axe principal de L.

1° On place l'objet et l'écran à 1,25 m l'un de l'autre. On met le système au point de manière que l'image qui se forme sur l'écran soit plus petite que l'objet. On déplace ensuite la lentille jusqu'à ce qu'on obtienne à nouveau une image sur l'écran. Dans quel sens l'a-t-on déplacée? Ce déplacement étant 25 cm, quelle est la convergence de la lentille?

2° On dispose d'un miroir plan qu'on place derrière la lentille de manière que les rayons lumineux issus de AB la traversent, se réfléchissent sur le miroir et retraversent la lentille. On s'arrange pour que ce système donne de AB une image réelle A'B' dans le même plan que AB. Montrer que, dans ce cas, l'objet AB est situé dans le plan focal de la lentille et que la position du miroir peut être quelconque. Quel est l'intérêt de ce montage dans la détermination de la convergence de la lentille?

3° Connaissez-vous un autre montage permettant de vérifier la valeur trouvée au 1° pour la convergence de la lentille?

4° On veut utiliser la lentille convergente L pour déterminer la convergence d'une lentille divergente L'. On accole les deux lentilles, mais on ne réussit pas à trouver de l'objet une image réelle. Quelle conclusion tirer de ce fait quant à la valeur absolue de la convergence de L'?

On recueille alors sur un écran l'image A'B' de AB donnée par L. On place la lentille divergente L' entre L et l'écran à 10 cm de celui-ci. On doit déplacer l'écran de 6,6 cm pour retrouver l'image.

Quelle est la convergence de la lentille divergente?

5° Quel déplacement faut-il faire subir à l'écran si, pour retrouver l'image, on place entre L et L' une lame à faces parallèles de 12 cm d'épaisseur et d'indice $n = 1{,}5$?

Pour chacun des montages réalisés on dessinera la marche d'un faisceau mince, issu du point A de l'objet.

32. — 1° Les limites de vision distincte d'un œil jeune sont 8,5 cm et 21 cm, ces distances étant comptées à partir de son centre optique. Quel est le défaut de cet œil?

Pour lui permettre de voir à l'infini sans accommoder, on lui adjoint une lentille mince, L_1, dont le centre optique est à 1 cm de celui de l'œil. Quelles sont la nature, la distance focale et la vergence de cette lentille? Quelle est la distance minimale de vision distincte de l'œil muni de ce verre correcteur?

2° La faculté d'accommodation de cet œil diminue lorsqu'il vieillit et les limites de vision distincte de l'œil nu sont ramenées à 16 cm et 21 cm. Quelles sont alors les limites de vision distincte de l'œil corrigé par la lentille L_1?

3° Pour permettre à l'œil vieilli de lire, sans enlever le verre correcteur L_1 et sans accommoder, un texte situé à 31 cm de son centre optique, on lui adjoint une deuxième lentille, L_2, centrée sur le même axe que L_1.

a) Quelle doit être la distance focale de L_2 si cette lentille est accolée à L_1, leurs centres optiques supposés confondus?

b) Où doit être placée L_2 si c'est une loupe de puissance intrinsèque 10 dioptries?

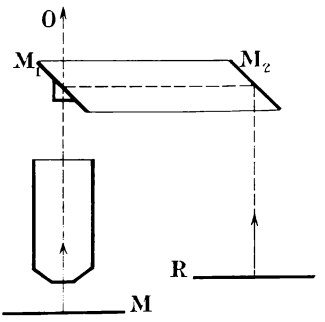
33. — 1° On dispose d'un microscope, d'une chambre claire, d'une règle, R, graduée en millimètres et d'un micromètre objectif, M, gradué en $\frac{1}{100}$ millimètre.

On rappelle qu'une chambre claire est constituée par un parallélépipède de verre porté par un anneau adapté au tube du microscope.

La réflexion totale sur les faces M_1 et M_2 rend celles-ci équivalentes à des miroirs plans. Un petit prisme placé au centre de la face M_1 permet aux rayons venant du microscope de passer comme ils passeraient à travers une lame à faces parallèles.

Expliquer comment utiliser ces appareils pour mesurer le grossissement du microscope. Décrire l'expérience.

On trouve que 10 divisions du micromètre objectif recouvrent 15 divisions de la règle R. Calculer le grossissement du microscope. En supposant que la règle R est à 25 cm de l'œil, calculer la puissance intrinsèque du microscope.



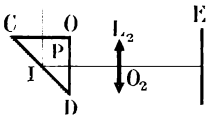
2° La mise au point se faisant à l'aide d'une vis micrométrique, on se propose de mesurer le pas de cette vis. Pour cela, on place sur la platine du microscope une lame porte-objet portant un trait A sur sa face supérieure. On met au point sur A et l'on note la position de la tête de vis micrométrique. On place ensuite sur la lame porte-objet une lamelle couvre-objet portant sur sa face supérieure un trait B. On met au point sur B. On trouve que, pour effectuer cette mise au point, il a fallu tourner la vis de 1 tour $+ \frac{1}{4}$ tour. Sachant que l'épaisseur de la lamelle couvre-objet est $e = \frac{25}{100}$ mm, trouver le pas de la vis (c'est-à-dire la longueur dont s'est déplacé le microscope lorsque la vis a effectué un tour complet). La tête de vis portant 20 divisions, de quelle hauteur se déplace le microscope lorsque l'on tourne la tête de vis de 1 division?

3° On dispose d'une lamelle couvre-objet ayant également une épaisseur $e = \frac{25}{100}$ mm. On se propose de déterminer l'indice n du verre constituant cette lamelle. Pour cela, on remet le microscope au point sur le trait A précédent, on pose la lamelle sur la lame porte-objet et l'on met au point sur le trait A vu à travers la lamelle. On constate que, pour voir le trait A nettement, il faut tourner la tête de vis micrométrique de 9 divisions en remontant le microscope. Déduire de cette expérience l'indice n de la lamelle.

34. — On réalise le montage représenté par le schéma ci-dessous (principe du microscope métallographique pour l'examen d'un échantillon métallique, M).

L_1 est une lentille convergente de 5 mm de distance focale dont le centre optique est à 5,5 mm de la surface polie de l'échantillon M examiné. A et B sont deux points de cette surface distants de 0,1 mm (A sur l'axe principal de L_1).

P est un prisme à réflexion totale d'indice de réfraction 1,5, dont les côtés de l'angle droit, OC et OD, mesurent 20 mm.



L_2 est une lentille convergente de 45 mm de distance focale.

Les axes principaux de L_1 et L_2 sont perpendiculaires aux faces OC et OD et se coupent en I, milieu de CD; on a en outre

$$IO_1 = 80 \text{ mm}, \quad IO_2 = 35 \text{ mm}.$$

E est une plaque photographique.

1° Déterminer la nature, la position et la grandeur de l'image A_1B_1 donnée par la lentille L_1.

2° On suppose d'abord que le prisme P se comporte comme un miroir plan placé en CD. On veut que le système L_1, P, L_2 donne de AB une image nette, A'B', sur la plaque E.

a) Déterminer la position de la plaque E par rapport à O_2.

b) En déduire le grandissement de l'appareil $\left(\text{c'est-à-dire le rapport } \frac{A'B'}{AB}\right)$ et tracer la marche d'un faisceau de lumière issu du point A.

3° On tient compte maintenant de la présence des dioptres plans OC et OD. De combien et dans quel sens faut-il déplacer la plaque E (par rapport à la position précédente) pour que l'image A'B' reste nette?

35. — Un observateur examine les détails d'un paysage au moyen d'une lunette astronomique constituée par un objectif de 50 cm de distance focale et par un oculaire de 50 dioptries.

1° Quel est le grossissement de la lunette pour un œil normal, qui n'accommode pas? Calculer, dans ces conditions, la distance entre les centres optiques de l'objectif et de l'oculaire. Sous quel diamètre apparent voit-on à travers la lunette un arbre de 5 m de hauteur situé à 1 km?

2° On intercale entre l'objectif et l'oculaire et sur le même axe optique une troisième lentille convergente. Cette lentille additionnelle donne de l'image objective une image intermédiaire deux fois plus grande.

Comment faut-il modifier le tirage de la lunette pour viser à l'infini? Quel est l'avantage de ce système? Tracer la marche des rayons issus d'un objet éloigné.

Établir la relation donnant le grossissement du système et calculer sa valeur.

3° L'observateur prend une photographie au moyen d'un appareil dont l'objectif a une distance focale égale à 150 mm.

Quel sera le grossissement obtenu par examen de la photographie de l'arbre précédent (5 m à 1 km) en accommodant à 10 centimètres au lieu de l'observation directe?

Quel serait le nouveau grossissement si l'observateur utilisait, pour examiner la photographie dans les mêmes conditions de vision, une loupe de 20 dioptries?

36. — 1° Une lentille convergente donne, d'un objet placé à 20 centimètres, une image réelle, à 20 centimètres de l'autre côté.

Quelle est sa distance focale?

2° Un prisme éclairé par un faisceau de lumière parallèle monochromatique (flamme du sodium) sous un angle d'incidence de 60°, donne à sa sortie un autre faisceau parallèle, symétrique du premier par rapport au plan bissecteur du prisme et faisant avec le faisceau incident un angle de 60°.

En déduire l'angle du prisme et son indice pour la lumière du sodium.

3° Une petite lunette astronomique afocale a pour grossissement 10. Son objectif a pour distance focale 15 centimètres.

En déduire la distance focale de l'oculaire et la distance des deux lentilles.

4° Avec ce dont on dispose dans les paragraphes précédents, plus une fente, on veut réaliser un spectroscope. Décrire le dispositif et en faire un schéma.

5° On éclaire la fente du spectroscope, simultanément par deux lumières monochromatiques (flamme contenant un sel de sodium et de lithium). On règle le prisme au minimum de déviation pour la lumière du sodium. L'indice du prisme, pour la lumière du lithium, est $n' = 1{,}75$.

Tracer la marche de la lumière dans le spectroscope et dire quel est le déplacement à donner à la lunette quand on vise les images de la fente données par les deux lumières monochromatiques.

Données :

$\sin 29° = 0{,}484\,8$, $\sin 31° = 0{,}515\,0$, $\sin 61° = 0{,}874\,6$, $\sin 62° = 0{,}882\,9$, $\sin 63° = 0{,}891\,0$.

TABLE DES MATIÈRES

EXTRAIT DES PROGRAMMES 5

ÉLECTRICITÉ

Électrostatique.

CHAPITRE PREMIER. — **Charges électriques. Loi de Coulomb** 9

Exercices 18

CHAPITRE II. — **Champ électrique et potentiel électrique** 20

Exercices 30

Électrocinétique.

CHAPITRE III. — **Le courant électrique** 31

Exercices 43

CHAPITRE IV. — **Électrolyse** 44

A. — Étude qualitative de l'électrolyse. 44
B. — Étude quantitative. 54
C. — Applications de l'électrolyse. 57

Exercices 59

CHAPITRE V. — **Transformations énergiques dans un circuit électrique** 61

A. — Notion d'énergie. 61
B. — Transformations d'énergie dans un circuit électrique. 65

Exercices 72

CHAPITRE VI. — **Loi de Joule. Résistance électrique. Loi d'Ohm** . . 73

Exercices 81

CHAPITRE VII. — **Résistance d'un conducteur cylindrique homogène** 83

Exercices 89

CHAPITRE VIII. — **Applications de l'effet Joule** 90

Exercices 96

CHAPITRE IX. — **Répartition d'un courant entre plusieurs résistances mortes, montées en parallèle** 98

Exercices 110

CHAPITRE X. — **Lois d'Ohm pour un générateur et un récepteur** . . 112

A. — Générateur 112
B. — Récepteurs 116

Exercices 120

CHAPITRE XI. — **Expression de la différence de potentiel entre deux points d'un circuit. Loi d'Ohm généralisée. Loi de Pouillet** 122

Exercices 132

CHAPITRE XII. — **Application des lois du courant à un réseau** . 135

Exercices 145

CHAPITRE XIII. — **Polarisation des électrodes d'un voltamètre. Accumulateurs et piles** 147

A. — Polarisation des électrodes d'un voltamètre 147
B. — Application aux accumulateurs 151
C. — Piles 155

Exercices 161

Électromagnétisme.

CHAPITRE XIV. — **Aimants. Champ magnétique** 163

A. — Aimants définis par leurs effets 163
B. — Champ magnétique 165

Exercices 175

CHAPITRE XV. — **Action d'un champ magnétique uniforme sur un élément de courant. Loi de Laplace** 177

Exercices 185

CHAPITRE XVI. — **Notion de moment magnétique** 187

A. — Moment magnétique d'une boucle de courant 187
B. — Moment magnétique d'un barreau aimanté. 193
C. — Hypothèse des masses magnétiques. 197
Exercices. 201

CHAPITRE XVII. — **Champ magnétique terrestre**. 203
Exercices. 206

CHAPITRE XVIII. — **Champs magnétiques produits par les courants** 208
Exercices. 217

CHAPITRE XIX. — **Travail des forces électromagnétiques. Notion de flux magnétique. Théorème de Maxwell**. 219
Exercices. 229

CHAPITRE XX. — **Aimantation du fer et de l'acier** 231

A. — Intensité d'aimantation. 231
B. — Induction magnétique dans le fer. 236
C. — Applications des électro-aimants 239
Exercices. 242

CHAPITRE XXI. — **Appareils de mesure magnétoélectriques**. . . . 244
Exercices. 253

CHAPITRE XXII. — **Induction électromagnétique**. 255

A. — Étude qualitative. 255
B. — Loi quantitative. 260
C. — Applications de l'induction électromagnétique 266
D. — Définitions légales des unités magnétiques. 267
Exercices. 268

CHAPITRE XXIII. — **Auto-induction** 270

A. — Expérience et observation. 270
B. — Étude de l'auto-induction. 271
Exercices. 274

Condensateurs.

CHAPITRE. XXIV. — **Condensateurs**. 276

A. — Expériences. 276
B. — Étude théorique.. 278
C. — Condensateurs usuels.. 285
Exercices. 288

Note sur l'oscillographe électronique. 289

Courant alternatif.

CHAPITRE XXV. — **Principe de la production d'une force électromotrice alternative** 291

Exercices 298

CHAPITRE XXVI. — **Définition du courant alternatif. Étude expérimentale de ses propriétés** 299

A. — Définition 299
B. — Étude expérimentale des propriétés du courant alternatif 301
C. — Intensité et tension efficaces 306

Exercices 309

OPTIQUE

CHAPITRE PREMIER. — **Propagation de la lumière** 313

Exercices 319

CHAPITRE II. — **Lois de la réflexion. Miroirs plans** 321

A. — Lois de la réflexion 321
B. — Miroirs plans 325

Exercices 332

CHAPITRE III. — **Réfraction de la lumière** 333

A. — Lois de la réfraction 333
B. — Réfraction limite. Réflexion totale 338

Exercices 343

CHAPITRE IV. — **Images dans un dioptre plan** 345

Exercices 353

CHAPITRE V. — **Lame à faces parallèles** 354

Exercices 362

CHAPITRE VI. — **Prisme** 363

Exercices 372

CHAPITRE VII. — **Lentilles sphériques minces** 374

A. — Généralités 374
B. — Lentilles minces convergentes 378
C. — Lentilles minces divergentes 385
D. — Vergence des lentilles 388

Exercices 393

CHAPITRE VIII. — **L'œil** 396

Exercices 403

CHAPITRE IX. — **La loupe** 404

Exercices 409

CHAPITRE X. — **Microscope** 411

Exercices 421

CHAPITRE XI. — **Lunette astronomique** 422

Exercices 429

CHAPITRE XII. — **Dispersion de la lumière** 431

Exercices 438

EXERCICES portant sur l'ensemble du volume 439

Imprimé en France, par Brodard-Taupin, Imprimeur - Relieur, Coulommiers - Paris.
3921/2-I-7-1967. Dépôt légal n° 2827. 3e trimestre 1967.

MATHÉMATIQUES

Collection A. COMBES

professeur au lycée Voltaire.

★

EXERCICES ET PROBLÈMES DE MATHÉMATIQUES

(avec leurs solutions)

★

Volume 13,5 × 21 cm, sous couverture pelliculée :

CLASSE DE TROISIÈME et préparation au B.E.P.C., en collaboration avec J. FRÉTIGNY. — 219 exercices et problèmes ..... **12 F**

CLASSE DE SECONDE

I. — **Algèbre.** 280 exercices et problèmes ..... **14 F**

II. — **Géométrie.** 221 exercices et problèmes ..... **14 F**

CLASSE DE PREMIÈRE

Ancien programme. 202 exercices et problèmes..... **13 F**

Programme de 1966.

Tome I. — Algèbre. 251 exercices et problèmes..... **15 F**

Tome II. — Géométrie..... *(Paraîtra en août 1967.)*

CLASSE DE PHILOSOPHIE. — 116 exercices et problèmes ..... **7 F**

CLASSE DE SCIENCES EXPÉRIMENTALES. — 212 exercices et problèmes ..... **11 F**

CLASSE TERMINALE D..... *(Paraîtra en janvier 1968.)*

CLASSE DE MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES

I. — Arithmétique, Algèbre, Analyse, Trigonométrie. 271 exercices et problèmes ..... **14 F**

II. — Géométrie, Géométrie analytique, Mécanique. 201 exercices et problèmes ..... **14 F**

★

POUR UNE REVISION RAPIDE DU COURS DE MATHÉMATIQUES

Classe de Seconde..... **5 F**

Classe de Première..... **7 F**

★

FORMULAIRE DE MATH. ÉLÉMENTAIRES

(Arithmétique, Algèbre, Analyse, Trigonométrie, Géométrie et Mécanique), à l'usage des classes de Seconde, Première et Terminales..... **5,60 F**

VUIBERT 63, Bd SAINT-GERMAIN, 63, PARIS, V^e^

MATHÉMATIQUES

Exercices d'Algèbre élémentaire (*avec solutions*), par P. AUBERT et G. PAPELIER. — 6 vol. 12/18 cm.

I : *Le calcul algébrique*, **3** F ». — II : *Équations du premier degré*, **3** F ». — III : *Problèmes du premier degré*, **3** F ». — IV : *Équations du second degré*, **4** F ». — V : *Problèmes du second degré*, **3** F ». — VI : *Limites. Dérivées. Variations de fonctions. Fonctions primitives*, **5** F ».

Les exercices sont nombreux et variés : le tome I en contient 111; le tome II, 73; le tome III, 192; le tome IV, 138; le tome V, 125; le tome VI, 122. Le nombre de pages de chaque tome est compris entre 160 et 256.

Exercices de Géométrie (*avec solutions*), par Th. CARONNET. — 9 vol. 12/18 cm :

LIVRE I : *La ligne droite*, **2** F. — LIVRE II : *La circonférence*, **2** F. — LIVRE III : *Les figures semblables*, **4,50** F. — LIVRE IV : *Les aires*, **2** F. — LIVRE V : *Le plan*, **2,85** F. — LIVRE VI : *Les polyèdres*, **2,85** F. — LIVRE VII : *Les corps ronds*, **3,50** F. — LIVRE VIII : *Les courbes usuelles*, **4** F. — *Compléments*, **3** F.

Dans chaque fascicule les exercices sont présentés, autant que possible, par ordre de difficulté croissante. Le livre I en contient 172; le livre II, 204; le livre III, 319; le livre IV, 151; le livre V, 222; le livre VI, 230; le livre VII, 232; le livre VIII, 332; les Compléments, 212.

Exercices de Géométrie plane, par L. BRUN et L. TREUILLET. — Vol. 14/22 cm, de 240 pages..... **8** F.

Exercices de Géométrie dans l'espace, par L. BRUN et L. TREUILLET. — Vol. 14/22 cm, de 240 pages..... **7** F.

Ces livres portent en sous-titre : **Méthodes de résolution des problèmes de géométrie**; ce ne sont donc pas de simples recueils, plus ou moins gradués, d'exercices pris de côtés divers, mais surtout l'exposé de différentes méthodes de recherches de problèmes. Quels progrès rapides peut faire l'élève travailleur qui a en mains de tels ouvrages!

TABLES DE CALCUL NUMÉRIQUE

Par A. HENNEQUIN, professeur au lycée Saint-Louis. — Vol. 16/24 cm, de 64 pages..... **8** F.

Ouvrage autorisé aux examens par la circulaire ministérielle du 14 *février* 1963.

VUIBERT 63, Bd SAINT-GERMAIN, 63, PARIS, V^e^

SCIENCES PHYSIQUES

PROBLÈMES
DE
SCIENCES PHYSIQUES
avec solutions

par L. SINCE, Agrégé de l'Université, Proviseur du Lycée Bellevue, à Toulouse, et L. GARRABOS, Agrégé de l'Université, Professeur au lycée Lakanal, à Sceaux.

Classes de Quatrième et Troisième (B. E. P. C.). — Vol. 14 × 22 cm, 90 problèmes ..... **9,00** F

Classes de Seconde. — Vol. 14 × 22 cm, 232 pages, 96 problèmes, 3e édition..... **10,00** F

Classes de Première. — Vol. 14 × 22 cm, de 456 pages, 120 problèmes, 4e édition..... **15,00** F

Classes de Mathématiques élémentaires, Mathématiques et Technique, Sciences expérimentales. — Vol. 14 × 22 cm, de 456 pages, 125 problèmes, 7e édition.... **15,00** F

Le problème de physique et chimie constitue une épreuve sérieuse pour les candidats aux examens. La majorité d'entre eux n'y obtiennent pas la moyenne. Seuls les élèves très entraînés sont capables d'en surmonter les réelles difficultés. C'est aux élèves soucieux de faire cet effort d'entraînement que les auteurs ont pensé en rédigeant ces solutions : elles doivent faciliter leur travail en leur permettant de consacrer un temps raisonnable aux exercices d'application en dehors de celui qui leur est réservé dans l'horaire de la classe.

Chacun des problèmes (choisis dans les sujets d'examen des dernières années) se rapporte à une partie très délimitée du programme. Classés par chapitre, dans l'ordre même du cours, ils en mettent en lumière les principales difficultés. Chaque solution forme un tout et les points délicats sont expliqués avec le maximum de précision accessible aux élèves de ce niveau.

Ainsi conçus, ces ouvrages doivent être considérés, non comme des recueils de « solutions type » ou de « recettes » à l'usage des élèves décidés à mesurer leur peine, mais comme des guides pour tous ceux qui désirent pénétrer leur cours en profondeur. Ceux-ci pourront espérer, de surcroît, obtenir, le jour de l'examen, la note « payante » que leur donnera un problème bien résolu.

VUIBERT 63, Bd SAINT-GERMAIN, 63, PARIS, Ve

SCIENCES PHYSIQUES

Exercices de physique, à l'usage des candidats au Baccalauréat C, D et T, par G. LE MORVAN, maître-assistant. — Vol. 14/22 cm, de 176 pages, comportant 185 exercices résolus. **8,50** F

★

Problèmes de mécanique, par G. EYMARD, professeur au lycée d'Arsonval, et L. MENOT, professeur au lycée Lavoisier. — Vol. 14/22 cm, de 352 pages ..... **15** F

Cet ouvrage comporte 65 problèmes résolus, se répartissant ainsi :

Cinématique (9 problèmes). Statique (20). Dynamique (16). Mouvements vibratoires (5). Thermodynamique (4). Problèmes de concours (11).

Problèmes d'électricité, par G. EYMARD et L. MENOT. — Vol. 14/22 cm, de 336 pages ..... **20** F

Cet ouvrage comporte 50 problèmes résolus, se répartissant ainsi :

Champs magnétiques des courants. Forces électromagnétiques. Circuits magnétiques. Induction électromagnétique (9 problèmes). Courants alternatifs (9). Circuits dérivés étudiés par les vecteurs de Fresnel (4). Machines électriques (6). Instruments de mesure (9). Problèmes de concours (13).

★

Formulaire de physique, à l'usage des élèves des classes de Seconde, Première et Terminales, par G. EYMARD et L. MENOT. — Vol. 14/21 cm..... **5,60** F

★

Formulaire de chimie, à l'usage des élèves des classes de Seconde, Première et Terminales, par G. EYMARD et L. MENOT. — Vol. 14/21 cm..... **5,60** F

VUIBERT 63, Bd SAINT-GERMAIN, 63, PARIS, Ve

ANNALES VUIBERT

ANNALES DU BACCALAURÉAT

			Annales F	Annales corrigées F
Fascicule	1.	MATHÉMATIQUES (Sciences expérimentales et Technique et Économie)	3.—	4.—
Fascicule	2.	MATHÉMATIQUES (Mathématiques élémentaires et Mathématiques et Technique).	3.—	4.—
Fascicule	3.	SCIENCES PHYSIQUES ET NATURELLES (Philosophie et Sciences expérimentales)	3.—	4.—
Fascicule	4.	SCIENCES PHYSIQUES (Mathématiques élémentaires et Mathématiques et Technique)	3.—	4.—
Fascicule	5.	COMPOSITIONS FRANÇAISES	3.—	4.—
Fascicule	6.	DISSERTATIONS PHILOSOPHIQUES.	3.—	4.—
Fascicule	7.	VERSIONS LATINES ET GRECQUES,	3.—	3.—
Fascicule	8.	ALLEMAND	4.—	4.—
Fascicule	9.	ANGLAIS	4.—	4.—
Fascicule	10.	ESPAGNOL	4.—	4.—
Fascicule	11.	ITALIEN	4.—	4.—

ANNALES DE PREMIÈRE

			Annales
Fascicule	1.	MATHÉMATIQUES	3.—
Fascicule	2.	SCIENCES PHYSIQUES	3.—

Il n'est pas publié de corrigés pour les Annales de Première.

VUIBERT 63, Bd SAINT-GERMAIN, 63, PARIS, Ve

JOURNAL DE MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES

Fondé en 1876.

Journal 22/28 cm paraissant le 1er et le 15 de chaque mois, du 1er octobre au 15 juillet, fondé par H. Vuibert, et publié par MM. BENOIT, COMBES, EYMARD, MAREC et MENOT.

Prix de l'abonnement annuel : France, Algérie, Maroc, Tunisie et Communauté : **15,00** F. Étranger : **16,00** F.

(A quelque époque de l'année que l'on s'abonne, on reçoit tous les numéros parus depuis le 1er octobre.)

Numéro spécimen sur demande.

Le Journal de Mathématiques élémentaires (1), publié depuis 1876, est indispensable à tous les élèves soucieux de faire de bonnes études scientifiques, à leurs professeurs — qui y trouveront de précieuses collections de problèmes — ainsi qu'à tous ceux qui ont le goût des mathématiques.

Des exercices et problèmes de mathématiques et de sciences physiques sont proposés dans chaque numéro et résolus dans un numéro ultérieur. Entre temps, les abonnés peuvent nous en envoyer leurs solutions; les noms des auteurs des solutions correctes sont insérés dans le Journal.

Parmi les sujets proposés et traités dans le Journal, on trouve un grand nombre de problèmes pour la classe de Première ou donnés au Baccalauréat, ceux du Concours général, des concours de H.E.C., de l'E.S.S.E.C., etc.

Des notes, destinées à éclaircir certaines questions du cours, à le compléter ou à apporter au lecteur des notions nouvelles mais toujours élémentaires, sont parfois insérées dans le Journal.

---

(1) Le Journal traite de toutes les questions (Algèbre, Arithmétique, Géométrie, Trigonométrie, etc.) que l'on comprend dans le terme général de « mathématiques élémentaires ». Il ne se borne pas, comme certains le croient à tort, au programme de la classe de Mathématiques élémentaires.

VUIBERT 63, Bd SAINT-GERMAIN, 63, PARIS, V°

LIBRAIRIE
VUIBERT
FONDÉE EN 1877